

УДК 532.529

ОСИПЦОВ А. Н., ШАПИРО Е. Г.

ОБТЕКАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ АЭРОДИСПЕРСНЫМ ПОТОКОМ С ОБРАЗОВАНИЕМ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ ИЗ ОСАЖДАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ

При течениях смесей газ — частицы в установках плазменного напыления [1], в соплах двигателей [2], при движении летательных аппаратов в облаках [3] в широком диапазоне параметров имеет место инерционный вынос дисперсной примеси на обтекаемую поверхность. Осаждающиеся жидкие (расплавленные) частицы могут образовывать на поверхности движущуюся пленку. В [2] в упрощенной постановке рассмотрено пленочное течение на поверхности дозвуковой части сопла, при этом инерционными членами и градиентом давления в уравнениях пленки пренебрегалось.

Ниже построена последовательная асимптотическая теория пристеночного течения с образованием пленки на примере обтекания затупленного тела дозвуковым потоком дисперсной смеси. Задача внешнего обтекания и уравнения пленки решаются совместно. Такая постановка дополняет исследование [4], в котором частицы, попавшие на поверхность, считались исчезнувшими из потока. Ниже показано, что в зависимости от значений определяющих параметров течение в пленке следует описывать либо уравнениями пограничного слоя, либо уравнениями ползущего течения в слое неизвестной толщины. На внешней границе пленки задаются найденные из численного решения задачи обтекания притоки массы, импульса и энергии. Исследован случай изотермического течения пленки на лобовой поверхности сферы. Найдены толщина пленки, коэффициенты трения и теплообмена вблизи оси симметрии для неизотермических течений. Определены условия, при которых наличие пленки значительно снижает тепловые потоки в стенку.

Близкая постановка задачи (но с другим видом источников массы, импульса, энергии на внешней границе) возникает в задачах пленочной конденсации пара на холодной поверхности [5–6].

1. Постановка задачи. Рассмотрим обтекание затупленного тела однородным на бесконечности двухфазным потоком в системе координат, связанной с критической точкой. Координата x направлена по образующей тела, y — по нормали к ней, r — расстояние до оси симметрии. Для описания движения дисперсной смеси примем обычные предположения модели запыленного газа [7]: частицы — сферы одинакового радиуса σ , массы m ; броуновское движение частиц несущественно, объемная концентрация пренебрежимо мала. Введем безразмерные переменные

$$p = \frac{p^*}{\rho^* U_\infty^2}, \quad \rho_s = \frac{\rho_s^*}{\rho_{s\infty}^*}, \quad T = \frac{T^* - T_w^*}{T_\infty^* - T_w^*}$$
$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad r = \frac{r^*}{L}$$

Здесь L — характерный размер обтекаемого тела, индексом s отмечены параметры среды частиц; ∞ и w — соответственно параметры на бесконечности и на стенке; звездочкой здесь и далее, где это необходимо, отмечены размерные величины. Компоненты скоростей фаз отнесем к U_∞ . Система уравнений дисперсной смеси в безразмерном виде приведена в [4], здесь из-за громоздкости она не приводится.

Предположим, что обтекание тела происходит в режиме инерционного осаждения частиц [4] и на поверхности образуется относительно тонкая жидкая пленка. Плотность, теплопроводность и теплоемкость вещества пленки считаются постоянными, вязкость — функция температуры. Срывом капель с поверхности пленки пренебрегаем, течение пленки считается ламинарным.

На неизвестной внешней границе пленки следует задать непрерывность потоков массы, импульса и энергии

$$\begin{aligned} \rho_s^* v_s^* &= \rho_p^* v_{fn}^*, \quad p + \rho_s^* v_s^{*2} = p_f^* + \rho_f^* v_{fn}^{*2} \\ \rho_s^* v_s^* u_s^* - \mu^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} &= \rho_f^* v_{fn}^* u_f^* - \mu_f^* \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} \\ \rho_s^* v_s^* \left(\frac{v_s^{*2} + u_s^{*2}}{2} + c_f^* T_s^* \right) - \mu^* u^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} - \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} &= \\ = \rho_f^* v_{fn}^* + \rho_f^* v_{fn}^* \left(\frac{u_f^{*2}}{2} + c_f^* T_f^* \right) - \mu_f^* u_f^* \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} - \lambda_f^* \frac{\partial T_f^*}{\partial y^*} & \quad (1.1) \end{aligned}$$

Здесь индексом f отмечены параметры пленки, параметры несущей фазы не имеют нижнего индекса, индексом n отмечена нормальная к поверхности пленки компонента скорости в пленке, μ^* , λ^* — коэффициенты вязкости и теплопроводности, c_f^* — теплоемкость вещества частиц. Ввиду малости толщины пленки, где это возможно, пренебрегаем отличием нормальных и касательных к пленке компонент скорости фаз от соответствующих компонент скорости в системе координат x, y ; величиной v_{fn}^{*2} по сравнению с u_f^{*2} также пренебрегаем.

Введем безразмерные переменные в пленке следующим образом:

$$\begin{aligned} u_f &= \frac{u_f^*}{U_{fe}}, \quad v_f = \frac{v_f^*}{U_{fe} \sqrt{\varepsilon}}, \quad p_f = \frac{p_f^*}{\rho^* U_\infty^2}, \quad \mu_f = \frac{\mu_f^*}{\mu_{fw}^*} \\ T_f &= \frac{T_f^* - T_w^*}{T_\infty^* - T_w^*}, \quad \zeta = \frac{y^*}{L \sqrt{\varepsilon}}, \quad \varepsilon = \frac{\mu_{fw}^*}{\rho_f^* U_\infty L} = \frac{1}{\text{Re}_f} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь U_{fe} — характерная продольная скорость течения в пленке, μ_{fw}^* считается известной функцией температуры. При $\varepsilon \rightarrow 0$ возникают две предельные постановки задачи о течении в пленке, различающиеся величиной скорости U_{fe}^* .

Из условия баланса массы в пленке имеем

$$\rho_{se}^* v_{se}^* L \sim \delta^* U_{fe} \rho_f^* \quad (1.3)$$

Здесь δ^* — характерная толщина пленки, индексом e отмечены характерные значения параметров частиц на внешней границе пленки, найденные из решения задачи внешнего обтекания тела. Считается, что $\delta^* \sim L \sqrt{\varepsilon}$, $v_{se}^* \sim U_\infty$, $\rho_{se}^* / \rho_f^* \sim \tau_\infty$ (где τ_∞ — объемная концентрация частиц на бесконечности). Получаем, что масштаб U_{fe} имеет порядок $U_\infty \sqrt{\text{Re}_f \tau_\infty}$. Обозначим $\tau_\infty \sqrt{\text{Re}_f} = k$, тогда асимптотические уравнения пленки будут зависеть от величины параметра k .

Рассмотрим сначала случай $\varepsilon \rightarrow 0$, $k \sim O(1)$ («быстрое» течение), тогда следует положить $U_{fe} = U_\infty$. Подставив (1.2) в уравнения Навье — Стокса и оставив главные члены по ε , получаем уравнения пленки (в безразмерном виде)

$$\frac{\partial (u_f r_w^j)}{\partial x} + \frac{\partial (v_f r_w^j)}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial p_f}{\partial \zeta} = \frac{\alpha u_f^2}{kR}$$

$$\begin{aligned}
u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial v_f}{\partial \zeta} + \frac{\rho^*}{\rho_f^*} \frac{\partial p_f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu_f \frac{\partial u_f}{\partial \zeta} \right) \\
u_f \frac{\partial T_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial T_f}{\partial \zeta} &= \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 T_f}{\partial \zeta^2} + \text{Ec} \left(\frac{\partial u_f}{\partial \zeta} \right)^2
\end{aligned} \tag{1.4}$$

$$\text{Pr} = \frac{c_f^* \mu_{fw}^*}{\lambda_f^*}, \quad \text{Ec} = \frac{U_\infty^2}{c_f^* (T_\infty^* - T_w^*)}, \quad \alpha = \frac{\rho_{se}^*}{\rho^*}, \quad R(x) = \frac{R^*}{L}$$

Здесь R^* — радиус кривизны тела, $j=0$ и 1 — соответственно в плоском и осесимметричном случае. Так как $\rho^*/\rho_f^* \sim 10^{-3}$, в дальнейшем будем пренебрегать продольным градиентом давления в (1.4), в то же время, если не оговорено противное, значения параметров Pr , Ec , α считаются конечными.

Граничные условия для (1.4) при $\zeta=0$ имеют вид $u_f=v_f=T_f=0$. На внешней границе пленки при $\zeta=\delta(x)$ ($\delta(x)$ — форма поверхности пленки) после отбрасывания малых членов по ϵ из (1.1) имеем

$$v_f - \delta' u_f = k \rho_{se} v_{se}, \quad p_e + \alpha \rho_{se} v_{se}^2 = p_f \tag{1.5}$$

$$\begin{aligned}
k \rho_{se} v_{se} (u_{se} - u_f) + \mu_f \frac{\partial u_f}{\partial \zeta} &= 0 \\
k \rho_{se} v_{se} \left(\frac{u_{se}^2 + v_{se}^2 - u_f^2}{2} + \frac{T_{se} - T_f}{\text{Ec}} \right) + \mu_f u_f \frac{\partial u_f}{\partial \zeta} + \frac{1}{\text{Pr Ec}} \frac{\partial T_f}{\partial \zeta} &= 0
\end{aligned}$$

При выводе (1.5) использовалось соотношение $v_{fn}^* = v_f^* - \sqrt{\epsilon} \delta' u_f^*$ и были отброшены члены порядка ρ^*/ρ_f^* . Как следует из теории двухфазного пограничного слоя [4], параметры частиц на внешней границе пленки можно находить из задачи невязкого обтекания тела дисперсной смесью, пренебрегая их изменением в пограничном слое.

К обычным параметрам подобия для течения в пограничном слое жидкости с переменной вязкостью в рассматриваемом случае добавляются k , α , а также параметры релаксации скоростей фаз во внешнем течении, определяющие величины $\rho_{se}(x)$, $v_{se}(x)$, $u_{se}(x)$. Такими параметрами в случае закона сопротивления частиц в форме Клячко являются [4]

$$\beta = \frac{6\pi\mu^*L}{mU_\infty}, \quad \text{Re}_s = \frac{2\sigma U_\infty \mu^*}{\rho^*}$$

Построим уравнения пленки в случае $\epsilon \rightarrow 0$, $k \rightarrow 0$ («медленное» течение). Будем считать, что при этом остается конечной величина $\kappa = k\rho_f^*/\rho^*$. Выбрав в качестве масштаба $U_{fe} = kU_\infty$, подставив (1.2) в уравнения Навье — Стокса, оставив главные члены по ϵ и отбросив члены порядка ρ^*/ρ_f^* , получаем уравнения

$$\begin{aligned}
\frac{\partial (u_f r_w^j)}{\partial x} + \frac{\partial (v_f r_w^j)}{\partial \zeta} &= 0, \quad \frac{\partial p_f}{\partial \zeta} = 0 \\
\frac{1}{\kappa} \frac{dp_e}{dx} &= \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu_f \frac{\partial u_f}{\partial \zeta} \right), \quad \frac{\partial^2 T_f}{\partial \zeta^2} = 0
\end{aligned} \tag{1.6}$$

На теле $u_f=v_f=T_f=0$. Граничные условия на внешней границе пленки в этом приближении принимают вид

$$\rho_{se} u_{se} v_{se} - \frac{a}{\kappa} \frac{\partial u_{se}}{\partial \zeta_1} + \mu_f \frac{\partial u_f}{\partial \zeta} = 0, \quad \frac{\partial T_f}{\partial \zeta} = 0 \tag{1.7}$$

$$a = \sqrt{\frac{\nu^*}{\nu_{fw}^*}}, \quad \zeta_1 = \frac{y^*}{L\sqrt{\epsilon_1}}, \quad \epsilon_1 = \frac{\nu^*}{U_\infty L}$$

β	G_0	G_2	G_4	E_1	E_3	E_5
$Re_s = 0$						
0,1	-1,058	0,554	-0,416	-1,059	0,732	-0,143
0,5	-0,826	0,509	-0,041	-0,843	0,652	-0,120
2	-0,506	0,472	0,027	-0,558	0,595	-0,038
$Re_s = 50$						
0,1	-1,052	0,553	-0,450	-1,038	0,730	-0,141
0,5	-0,712	0,399	0,160	-0,763	0,546	-0,087
2	-0,350	0,448	0,026	-0,412	0,601	0,137

В соотношениях (1.7) величину $\partial u_e / \partial \xi_1$ следует находить из решения задачи о двухфазном пограничном слое [4] в пренебрежении пленкой, так как характерная скорость в пленке $U_{fe} \ll U_\infty$. Отметим, что в случае медленного течения пленки вместо параметра k появляется параметр подобия κ . Решение (1.6)–(1.7) при больших κ должно совпадать с решением задачи (1.4)–(1.5) при малых k .

При решении полученных уравнений пленки ограничимся случаем малой массовой концентрации частиц в набегающем потоке, когда их влиянием на движение несущей фазы можно пренебречь.

2. Случай быстрого течения пленки. Найдем решения уравнений (1.4)–(1.5) на лобовой поверхности сферы. Для простоты выкладок рассмотрим сначала изотермическое течение $T_\infty^* = T_w^*$, а следовательно, $\mu_f = 1$.

Введем новую координату $\eta = \xi / \delta(x)$ и будем искать решение (1.4)–(1.5) для окрестности оси симметрии сферы в виде рядов

$$\begin{aligned} \delta(x) &= \delta_0 + \delta_2 x^2 + \dots \\ u_f &= f_1(\eta)x + f_3(\eta)x^3 + \dots, \quad v_f = g_0(\eta) + g_2(\eta)x^2 + \dots \\ G &= G_0 + G_2 x^2 + \dots, \quad E = E_1 x + E_3 x^3 + \dots \\ G &= \rho_{se} v_{se}, \quad E = \rho_{se} u_{se} v_{se} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Для нахождения коэффициентов в разложении функций G и E была численно решена внешняя задача обтекания сферы дисперсной смесью. Поле скоростей несущей фазы считалось потенциальным. Использовался описанный в [8] метод расчета параметров дисперсной фазы вдоль траекторий частиц. Для нескольких наборов параметров Re_s, β найденные численно значения функций G и E аппроксимировались полиномами четвертой и пятой степени по x соответственно, откуда находились значения коэффициентов G_i, E_i , приведенные в таблице.

Подставляя разложения (2.1) в (1.4), (1.5) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x , получаем следующие краевые задачи. Задачи, отвечающие первому и второму порядку разложения по x , имеют вид

$$\begin{aligned} 2f_1 \delta_0 + g_0' &= 0, \quad f_1'' - \delta_0 g_0 f_1' - \delta_0^2 f_1^2 = 0 \\ \eta = 0: f_1 &= g_0 = 0; \quad \eta = 1: g_0 = kG_0, \quad k f_1 \delta_0 G_0 - f_1' = k \delta_0 E_1 \\ 4\delta_0^2 f_1 f_3 + 2\delta_0 \delta_2 f_1^2 + \delta_0 g_0 f_3' + (\delta_0 g_0 + \delta_2 g_0 - 2\eta \delta_0 \delta_2 f_1) f_1 - f_3'' &= 0 \\ g_2' + 4\delta_0 f_3 + 2\delta_2 f_1^{-1/3} \delta_0 f_1 - 2\eta \delta_2 f_1' &= 0 \\ \eta = 0: g_2 &= f_3 = 0 \\ \eta = 1: g_2 - 2\delta_2 f_1 &= kG_2 \\ kG_0 (\delta_0 f_3 + \delta_2 f_1) + kG_2 f_0 f_1 - f_3' &= k(\delta_0 E_3 + \delta_2 E_1) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Краевую задачу (2.2) удается решить аналитически

$$f_1 = d\eta, \quad g_0 = -d\delta_0\eta^2 \quad (2.4)$$

$$\delta_0 = \frac{-kG_0^2 - \sqrt{k^2G_0^4 + 4G_0E_1}}{2E_1}, \quad d = -\frac{kG_0}{\delta_0}$$

Зависимости толщины пленки, рассчитанной по (2.4), от k для течений с параметрами $\beta = 0, 1; 2; 7; \text{Re}_s = 0$ приведены на фиг. 1 (кривые 1, 4, 7 соответственно).

Решение краевой задачи (2.3) может быть представлено в виде рядов, для функции $g_2(\eta)$ ряд имеет вид

$$g_2(\eta) = d_1 \sum_1^{\infty} a_{3n-1} \eta^{3n-1} + d \left(\frac{1}{2} \delta_0 - 2\delta_2 \right) \eta^2, \quad a_2 = 1 \quad (2.5)$$

$$a_{3n+2} = \frac{(21n - 9n^2 - 10)d\delta_0^2 a_{3n-1}}{3n(3n+1)(3n+2)}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Это решение удовлетворяет граничному условию прилипания и содержит два неизвестных параметра δ_2 и d_1 , которые находятся из граничных условий на внешней границе пленки. Подстановка (2.5) в эти граничные условия (2.3) дает соотношения

$$\begin{aligned} d_1 S - 4\delta_2 d &= k(G_2 + 1/2 G_0) \\ 1/4 d_1 (S_2 - kG_0 \delta_0 S_1) - \\ - \delta_2 (kE_1 \delta_0 + d + 2G_0^2 k^2) &= \\ = k^2 G_0 G_2 \delta_0 + k\delta_0^2 E_3 + 1/6 kG_0 (1 + \\ + k\delta_0 G_0) \end{aligned}$$

$$S = \sum_1^{\infty} a_{3n-1}, \quad S_1 = \sum_1^{\infty} (3n-1) a_{3n-1} \quad (2.6)$$

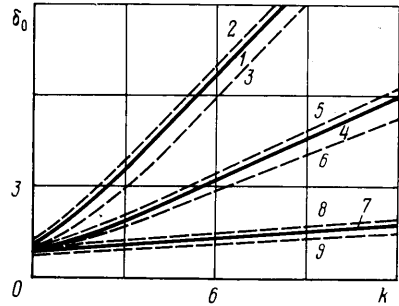
$$S_2 = \sum_1^{\infty} (3n-1)(3n-2) a_{3n-1}$$

Суммы S, S_1, S_2 вычисляются с использованием рекуррентных соотношений из (2.5). Из (2.6) можно найти величины δ_2 и d_1 , после чего можно определить параметры течения пленки с точностью до отброшенных членов порядка $O(x^3)$. Например, для коэффициента трения пленки C_f имеем соотношение

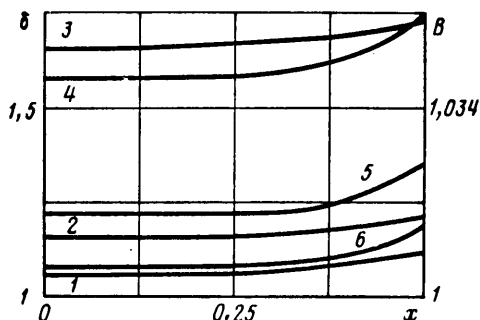
$$C_f = \frac{\mu_f}{\rho_f^* U_{\infty}^2} \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} \quad (2.7)$$

$$C_f \sqrt{\text{Re}_f} \approx \frac{f_1'(0)x + f_3'(0)x^3}{\delta_0 + \delta_2 x^2} \approx \frac{dx}{\delta_0} - \left(\frac{d}{6\delta_0} + \frac{d_1}{2\delta_0^2} \right) x^3$$

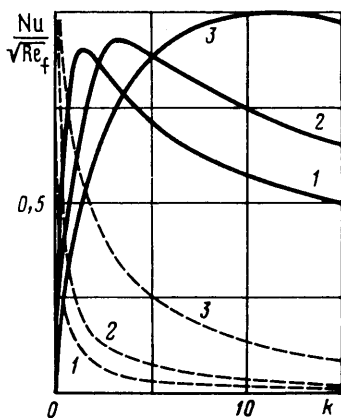
Были проведены численные расчеты величин d_1 и δ_0 с использованием соотношений (2.5)–(2.6) для нескольких значений определяющих параметров, а также численные расчеты уравнений движения пленки (1.1), (1.2), (1.4) конечно-разностным методом до значений $x = 0,5$. Уравнения пленки (1.1) были записаны в переменных x, η . Использовалась разностная схема с порядком аппроксимации $\Delta x + \Delta \eta^2$. Реализовывалась итерационная процедура: по заданным с предыдущего слоя распределению нормальной скорости и толщины пленки из уравнения импульсов методом прогонки находились значения u_f . По ним из уравнения неразрывности на-



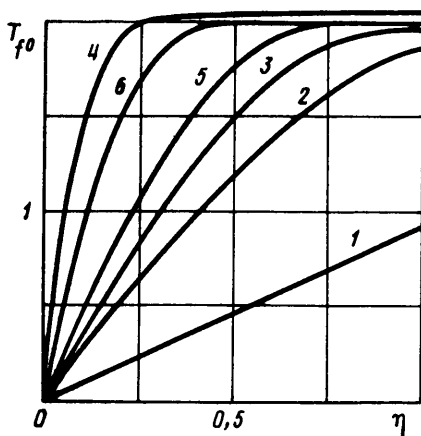
Фиг. 1



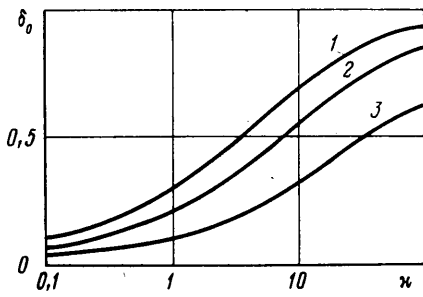
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ходились значения ν_j , затем из граничного условия находилось δ' и подправлялось значение δ . Итерационный процесс повторялся до сходимости. Результаты численных расчетов толщины пленки для значений параметров $\beta=0,1$; $Re_s=0$; $k=0,1, 0,25$; 1 ; 5 ; 10 ; 20 (кривые 1–6) приведены на фиг. 2. Кривые 1–3 представляют толщину пленки δ , а кривые 4–6 – величину $B=\delta|E_1|/G_0^2 k$, введение такого комплекса удобно, так как с увеличением k имеем асимптотику $\delta_0 \sim kG_0^2/|E_1|$. Видно, что толщина пленки незначительно меняется с удалением от оси симметрии. Расчеты коэффициентов трения на лобовой поверхности конечно-разностным методом и с использованием двучленного разложения (2.7) при $\beta=0,1$; $Re_s=0$; $k=1-20$ практически совпадают до $x=0,5$, причем при $x \leq 0,4$ можно оставить лишь главный член в формуле (2.7).

Рассмотрим теперь неизотермическое течение $T_w^* \neq T_\infty^*$, ограничившись окрестностью оси симметрии и случаем обтекания тела потоком газа с водяными каплями. Зависимость вязкости пленки от температуры в этом случае имеет вид [10]

$$\mu_j^* \left[\frac{\text{г}}{\text{смс}} \right] = \frac{0,0178 \rho_j^*}{1 + 0,0337 T_j^* + 0,000221 T_j^{*2}}$$

Здесь температура задается в градусах Цельсия. Разлагая решение (1.4)–(1.5) в ряды по продольной координате, получаем для функций первого порядка систему

$$(2-j) u_1 \delta_0 + \frac{dg_0}{d\eta} = 0$$

$$\delta_0^2 f_1^2 + g_0 \delta_0 \frac{df_1}{d\eta} = \mu_f \frac{d^2 f_1}{d\eta^2} + \frac{d\mu_f}{dT_{f_0}} \frac{dT_{f_0}}{d\eta} \frac{df_1}{d\eta} \quad (2.8)$$

$$\delta_0 g_0 \frac{dT_{f_0}}{d\eta} = \frac{1}{Pr} \frac{d^2 T_{f_0}}{d\eta^2}$$

К граничным условиям (2.2) следует добавять условия

$$\eta=0: T_{f_0}=0, \quad \eta=1: kG_0 \left(\frac{v_{se}^2 Ec}{2} - T_{f_0} + 1 \right) + \frac{1}{Pr \delta_0} \frac{dT_{f_0}}{d\eta} \quad (2.9)$$

Здесь, так же как в изотермическом случае, в уравнения входит неизвестная толщина пленки δ_0 . При численном решении (2.8) использовался итерационный метод. Сначала задавалось начальное значение толщины пленки, заведомо меньшее искомого. Для этого значения δ_0 методом прогонки решалась система (2.8) с граничными условиями (2.9), (2.2), за исключением условия для нормальной компоненты скорости на внешней границе пленки. Если оказывалось, что для полученного решения $g_0(1) > kG_0$, то значение δ_0 увеличивалось и находилось новое решение системы (2.8). Итерационный процесс продолжался до выполнения условия $g_0(1) = kG_0$.

Расчеты показали, что в неизотермическом случае с увеличением параметра k толщина пленки также нарастает. На фиг. 1 штриховыми линиями изображены зависимости δ_0 от k при $Re_s=0$, $\beta=0,1$; 2; 7, причем цифры 2, 5, 8 соответствуют $T_\infty^*=80$ С, $T_w^*=20$ С, а цифры 3, 6, 9 — $T_\infty^*=20$ С, $T_w^*=80$ С. Проведенные расчеты обнаружили слабую зависимость толщины δ_0 пленки от температуры. На фиг. 3 приведена зависимость $(\partial T_{f_0}/\partial \zeta)_{\zeta=0} = Nu/\sqrt{Re_f}$ (здесь Nu — число Нуссельта [4]) от k . Сплошные кривые 1—3 соответствуют значениям параметров $\beta=0,1$; 2; 7; $T_w^*=20$ С, $T_\infty^*=80$ С. Виден существенно немонотонный характер зависимости теплового потока от k . Обнаруженное существенное снижение теплового потока с увеличением концентрации капель в набегающем потоке объясняется ростом толщины пленки. На том же графике штриховыми линиями (1—3) нанесена величина, характеризующая степень экранировки пленкой тепловых потоков на тело

$$\frac{q_1^*}{q_2^*} = \frac{\lambda^* (\partial T_f^*/\partial y^*)_{y^*=0}}{\rho_{se}^* v_{se}^* [c_f^* (T_\infty^* - T_w^*) + 1/2 v_{se}^{*2}]} = \frac{2(\partial T_{f_0}/\partial \zeta)_{\zeta=0}}{k Pr \rho_{se} v_{se} (2 + Ec v_{se}^2)} \quad (2.10)$$

Здесь q_1^* — тепловой поток в стенку при наличии пленки, q_2^* — максимальный тепловой поток, который частицы отдали бы стенке при столкновении с ней, если бы вся их энергия перешла в тепловую. Расчеты показывают, что появление пленки приводит к снижению тепловых потоков на тело, причем снижение теплового потока тем существенней, чем больше концентрация капель в потоке.

На фиг. 4 приведено распределение температуры на оси симметрии для $T_\infty^*=80$ С, $T_w^*=20$ С, цифры 1—4 соответствуют значениям $\beta=0,1$; $Re_s=0$; $v_{se}(0)=0,953$; $k=0,1$; 0,5; 1; 15; цифры 5—6 — значениям $\beta=7$; $v_{se}(0)=0,04$; $k=20$; 50. Видно, что с увеличением параметра k (концентрации частиц) профиль температуры в пленке изменяется от линейного до попящего погранслоный характер вблизи стенки, причем для малых β этот переход происходит раньше.

3. Медленное течение пленки. Для построения решения уравнений (1.6) — (1.7) введем обозначения

$$\frac{dp_e}{dx} = F(x), \quad \frac{du_e}{d\zeta_1} = H(x), \quad \rho_{se} v_{se} = G(x), \quad \rho_{se} u_{se} v_{se} = E(x)$$

Из (1.6) — (1.7) следует, что течение в пленке изотермическое, причем температура равна температуре стенки, т. е. $\mu_f=1$. Решение (1.6) — (1.7)

для u_f имеет вид

$$u_f = \left(\frac{aH}{\kappa} - E - \frac{E\delta}{\kappa} \right) \zeta + \frac{F\zeta^2}{2\kappa}$$

Для определения $\delta(x)$ из (1.7) получаем уравнение

$$\begin{aligned} \delta' \delta \left(E + \frac{\delta F}{\kappa} - \frac{aH}{\kappa} \right) = G - \frac{\delta^3}{3\kappa} (F' + j \operatorname{ctg} x F) + \\ + \delta^2 \left(\frac{aH'}{2\kappa} + j \operatorname{ctg} x \frac{aH}{2\kappa} - \frac{E'}{2} - j \operatorname{ctg} x \frac{E}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $j=0$ соответствует плоскому случаю, $j=1$ — случаю обтекания сферы. Для нахождения толщины пленки на оси сферы δ_0 получаем кубическое уравнение

$$\frac{2F'(0)}{3\kappa} \delta_0^3 + \left(E'(0) - \frac{aH'(0)}{\kappa} \right) \delta_0^2 - G(0) = 0 \quad (3.2)$$

При малых κ имеем асимптотику $\delta_0 = \sqrt{-\kappa G(0)/2,41a}$, при больших κ — $\delta_0 \rightarrow \sqrt{G(0)/E_1}$, что соответствует толщине пленки при $k \rightarrow 0$ из решения (2.4). Здесь было использовано, что $F'(0) = -2,25$, $H'(0) = 2,41$ [4]. При конечных κ решение (3.2) изображено на фиг. 5, расчеты проводились для $\operatorname{Re}_s = 0$, $\beta = 0,1; 2; 7$ (кривые 1–3).

Результаты расчетов $\delta(x)$ из (3.1) на лобовой поверхности сферы показывают, что толщина пленки слабо (в пределах 2%) меняется с отходом от оси симметрии при $x \leq 0,5$.

Аналогичные расчеты были проведены и для случая обтекания дисперсной смесью плоского торца. Качественное поведение пленки оказалось таким же, как и в осесимметричном случае. Построенная выше асимптотическая модель пленочного течения позволяет рассчитывать толщину пленки, тепловые и силовые нагрузки на обтекаемых дисперсной смесью поверхностях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков М. Ф., Солоненко О. П. Проблемы плазмодинамики струйных дисперсных систем. Совместный физический и вычислительный эксперимент // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1987. № 11. Вып. 3. С. 69–87.
2. Миронов А. И., Кондратьев Е. Г., Мазо В. М., Ковальногов Н. Н. Течение и теплообмен пленки жидкости, образующейся на поверхности стенки в результате инерционного выпадения конденсированных частиц // Тепловые процессы в двигателях и энергоустановках летательных аппаратов. Казань: КАИ, 1985. С. 37–41.
3. Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шульгин В. И. Электрогазодинамические течения / Под ред. Ватажина А. Б. М.: Наука, 1983. 344 с.
4. Осипцов А. Н. Пограничный слой на затупленном теле в потоке запыленного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 99–107.
5. Черный Г. Г. Конденсация движущегося пара на плоской поверхности // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. № 1. С. 39–42.
6. Roots G., Miles R. G. Laminar film condensation near a stagnation point on a general curved surface // Int. J. Heat & Mass Transfer. 1970. V. 13. № 7. P. 1177–1185.
7. Марбл Ф. Динамика запыленных газов // Механика: Период. сб. переводов иностр. статей. 1971. № 6. С. 48–89.
8. Осипцов А. Н. Движение запыленного газа в начальном участке плоского канала и круглой трубы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 80–87.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя: Пер. с нем. М.: Наука, 1974. 711 с.
10. Справочник по гидравлическим расчетам / Под ред. Киселева П. Г. М.: Энергия, 1974. 313 с.

Москва

Поступила в редакцию
10.VI.1988