

УДК 532.526.5

КОРОЛЕВ Г. Л.

К ТЕОРИИ ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАДНЕЙ КРОМКИ ТОНКОГО ПРОФИЛЯ

Впервые проблема зарождения ламинарного отрыва потока несжимаемой жидкости в окрестности задней кромки тонкого профиля при больших числах Рейнольдса (Re) рассмотрена в [1–2]. Оказалось, что в случае симметричного обтекания профиля (при клиновидной форме задней кромки) отрыв потока возникает, когда относительная толщина профиля величина порядка $O(Re^{-1/4})$. В [3] численно найдено значение асимптотического параметра, связывающего толщину профиля и число Рейнольдса, при котором на профиле впервые происходит отрыв потока, построены также картины отрывного обтекания профиля. Если течение несимметрично, то угол между наклоном задней кромки и направлением однородного набегающего потока, при котором возможно появление отрыва внутри пограничного слоя, является величиной порядка $O(Re^{-1/16})$ [1]. Однако численные исследования данной задачи [4, 5] проведены только для режимов течения, соответствующих безотрывному обтеканию профиля.

Цель настоящей работы – исследование режимов несимметричного обтекания задней кромки с отрывом потока. Построены численно решения уравнений для области взаимодействия, лежащей в окрестности задней кромки тонкого профиля под углом атаки порядка $O(Re^{-1/16})$ в режиме отрывного обтекания. Показано, что решение для этой области существует до определенного угла атаки. Причем значение величины трения на верхней поверхности на самом конце задней кромки остается на всех режимах величиной положительной. Обнаружена неединственность решения уравнений на режимах отрывного обтекания. В дальнейшем будем предполагать, что обтекание передней кромки происходит безотрывно, а отрыв на задней кромке, если таковой имеется, локализован в глубине пограничного слоя. В качестве примера можно привести течение около дужки Кутта, установленной под нулевым углом атаки. В этом случае выполнение условия Чаплыгина – Жуковского на задней кромке обеспечивает плавное обтекание как задней, так и передней кромки.

1. Пусть угол, который составляет наклон задней кромки с направлением однородного набегающего потока, величина порядка $O(Re^{-1/16})$. Тогда в окрестности задней кромки лежит область взаимодействия пограничного слоя с внешним невязким потоком с характерным продольным размером этой области порядка $O(Re^{-3/8})$ [1]. Структура поля течения в этой области имеет трехслойный вид. Ключевую роль в процессе взаимодействия играет вязкий пристеночный подслой. В предположении, что толщиной профиля в области взаимодействия можно пренебречь, постановка задачи для вязкого подслоя выглядит следующим образом [1]:

$$x^* = l Re^{-3/8} \lambda^{-5/4} x, \quad y^* = l Re^{-3/8} \lambda^{3/4} y, \quad p^* = \rho_\infty u_\infty^2 Re^{-1/4} \lambda^{1/2} p + p_\infty$$

$$u^* = u_\infty Re^{-1/8} \lambda^{1/4} u, \quad v^* = u_\infty Re^{-3/8} \lambda^{3/4} v$$

$$\alpha^* = Re^{-1/16} \lambda^{-3/8} \alpha, \quad Re = \frac{\rho l u_\infty}{\nu}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

$$u = |y| + \dots \quad (x \rightarrow -\infty), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \pm 1 + \dots \quad (y \rightarrow \pm \infty)$$

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad (x \leq 0)$$

$$p = p_+(x) (y > 0), \quad p = p_-(x) (y < 0), \quad p_+ = p_- \quad (x \geq 0)$$

$$p_{\pm}(x) = \mp \alpha (|x|^{1/2} - a_1 |x|^{-1/2}) - 2p_a (|x|^{-3/2} + 2a_2 |x|^{-5/2}) + \dots \quad (x \rightarrow -\infty) \quad (1.2)$$

$$p_{\pm}(x) = p_a (x^{-3/2} + 2a_2 x^{-5/2}) + \dots \quad (x \rightarrow \infty)$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_+(t) + \alpha |t|^{1/2} H(-t)}{t-x} dt - \alpha x^{1/2} H(x)$$

$$\lim_{v \rightarrow -\infty} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_-(t) - \alpha |t|^{1/2} H(-t)}{t-x} dt + \alpha x^{1/2} H(x)$$

$$p_a = 0,1717, \quad \lambda = 0,33206$$

Здесь x^* , y^* — ортогональная система координат, начало которой находится на задней кромке профиля, u^* , v^* — связанные с этой системой координат компоненты вектора скорости, p^* — давление, $H(x)$ — функция Хевисайда. Индексом ∞ обозначены значения гидродинамических функций в набегающем потоке, α^* — параметр задачи, найденной из внешнего решения невязкой задачи. Например, для плоской пластины — это угол атаки, для дужки Кутта — угол между наклоном задней кромки и направлением однородного набегающего потока, a_1 , a_2 — неизвестные константы, определяемые в процессе решения. Константа a_1 связывает величину изменения коэффициента подъемной силы профиля, обусловленной областью взаимодействия, с числом Рейнольдса

$$c_y = c_{y_0} (1 - \text{Re}^{-3/2} \lambda^{-5/2} n a_1 + \dots)$$

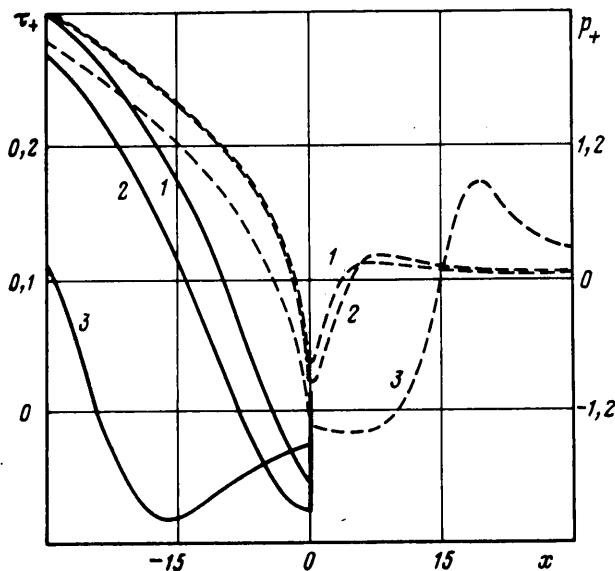
где c_{y_0} — коэффициент подъемной силы, определяемый без учета пограничного слоя, n — некоторая положительная постоянная, значение которой находится из внешнего невязкого решения (например, $n=2$ для плоской пластины, $n=8$ для дужки Кутта).

2. Для решения задачи будем использовать численный метод, подробно описанный в [5]. Этот метод основан на аппроксимации уравнений (1.1) конечно-разностной схемой типа Кранка — Никольсона, применении метода Ньютона для решения получаемой нелинейной системы уравнений и использовании метода матричной прогонки для обращения матрицы Якоби на итерации.

Данный метод был применен к расчету течения на неравномерной сетке с максимальным количеством узловых точек 61×51 и минимальным значением шага вблизи задней кромки $\Delta x = 0,02$, $\Delta y = 0,05$. Расчетная область заключалась в пределах $-60 \leq x \leq 60$, $-20 \leq y \leq 70$. В качестве нулевого приближения использовалось решение, полученное для значений α , меньших на 0,01. Как правило, требовалось 6–7 итераций для получения сходимости с точностью порядка 10^{-5} :

$$\max |p^i - p^{i-1}; \quad u^i - u^{i-1}| < 10^{-5}$$

Проверка полученных результатов проводилась с помощью уменьшения минимального значения шага расчетной сетки по направлениям x , y , соответственно по x в 2 раза и по y в 5 раз, а также увеличения максимальных границ рассчитываемой области в 1,5 раза. Максимальные отклонения наблюдались в области максимума давления p_+ и не превышали 4%. Контроль точности в определении постоянной a_1 из уравнений (1.1) осуществлялся также путем сравнения этой величины с величиной, найденной из другого асимптотического соотношения [4]



Фиг. 1

$$a_1 = -\frac{1}{2\pi\alpha} \int_{-\infty}^0 \left(\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x} - \lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{\partial u}{\partial x} \right) (-x)^{-1/2} dx$$

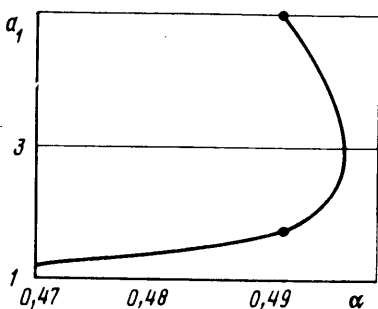
точность вычисления которого слабо зависит от границ расчетной области. Разница между найденными значениями не превышала 5%.

3. В результате численного решения было установлено (см. фиг. 1), что решения существуют и при значениях $\alpha > 0,47$, что соответствует отрывному режиму обтекания задней кромки. На указанной фигуре сплошной линией показано распределение трения $\tau_{\pm} = (\partial u / \partial y)_{y = \pm 0}$ и пунктирной линией — распределения давления на верхней стороне профиля. Кривые, обозначенные цифрой 1, соответствуют углу атаки $\alpha = 0,48$, цифрой 2 — углу атаки $\alpha = 0,492$. Результаты расчетов показывают, что с увеличением α точка отрыва быстро движется вперед, область отрыва растет. Присоединение же оторвавшегося потока происходит в непосредственной близости задней кромки на расстоянии $x \approx -0,1$. Значение трения на верхней стороне при $x = -0$ принимает минимальное значение $\tau_+(-0) = 0$ при $\alpha = 0,47$ и с дальнейшим ростом угла атаки растет и остается положительным. Таким образом, необходимое условие существования решения $\tau_+(-0) / \tau_-(-0) \leq 0$ все время выполняется. Этот результат численно подтверждает выводы [6] о присоединении отрыва на задней кромке.

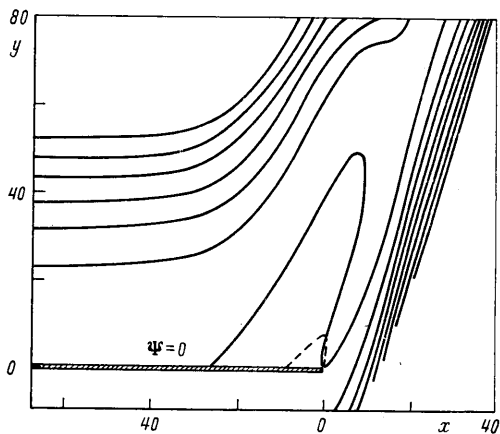
До значений $\alpha = 0,48$ расчет проводился таким образом, что параметр α в течение итерационного процесса поддерживался фиксированным, а после получения решения значение параметра увеличивалось, и вычисления повторялись снова. Однако при больших значениях параметра из-за сингулярного поведения параметра a_1 в качестве параметра задачи использовалось не значение параметра α , а длина дуги кривой s , которая связывает значение величины a_1 , определяемой областью взаимодействия, с углом атаки α : $ds = \sqrt{d^2\alpha + d^2a_1}$.

Параметр s становится фиксированной величиной, а значения a_1 и α включаются в число неизвестных.

В результате было получено, что с продвижением по кривой s величина параметра α сначала увеличивается, достигает своего максимального значения при $\alpha = 0,497$ и затем начинает падать (фиг. 2). Решение пе-



Фиг. 2



Фиг. 3

ремещается при этом на верхнюю часть кривой, что сопровождается сильным увеличением зоны отрыва на верхней стороне профиля и падением коэффициента подъемной силы c_y .

Таким образом, в некотором диапазоне изменения угла атаки существуют режимы обтекания профиля, характеризующиеся различными значениями коэффициента подъемной силы при фиксированном положении профиля. Сравнение распределения трения и давления на верхней поверхности профиля для двух различных значений коэффициента a_1 и одном и том же угле атаки $\alpha=0,492$ дано на фиг. 1 (кривые 2, 3). Более развитая зона отрыва соответствует верхней ветви кривой s . Картина течения для значения $\alpha=0,492$ представлена на фиг. 3. Соседние линии тока построены на этой фигуре с интервалом значений ψ , равным 125. Там же для сравнения показана пунктирной линией область отрыва, соответствующая этому же углу атаки обтекания профиля, но параметрам течения на нижней ветви кривой s .

Еще для двух типов течения в рамках асимптотической теории отрыва пограничного слоя была установлена неединственность решений уравнений гидродинамики. Это — течение несжимаемой жидкости в окрестности передней кромки профиля [7, 8] и сверхзвуковое течение в угле осесимметричного тела [9]. Таким образом, высказанное впервые в [10] предположение о неединственности решений уравнений гидродинамики в рамках асимптотической теории подтверждается в достаточно широком классе отрывных течений.

Численные результаты были получены до более высоких значений a_1 (до 5,6), но из-за сильного роста области возвратного течения при движении по верхней кривой s с данной расчетной сеткой оказалось невозможным обеспечить необходимую точность решения, поэтому эти результаты здесь не приводятся.

Результаты расчетов показывают, что для значений $\alpha > 0,497$ система уравнений не имеет решения. Таким образом, переход через это критическое значение угла атаки не может быть осуществлен в рамках данной теории, в основе которой лежит предположение о локальности рециркуляционной зоны. При $\alpha > 0,497$, по-видимому, следует отказаться от этого предположения и искать решение в классе течений с развитой зоной отрыва.

Тенденция развития течения при движении по верхней ветви кривой s (в сторону сильного роста области отрыва), возможно, указывает на существование непрерывного перехода по этой ветви от течений с локальными отрывными зонами к течениям со свободной линией тока [11].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Brown S. N., Stewartson K.* Trailing edge stall // *J. Fluid Mech.* 1970. V. 42. Pt. 3. P. 561–584.
2. *Riley N., Stewartson K.* Trailing-edge flows // *J. Fluid Mech.* 1969. V. 39. pt. 1. P. 193–207.
3. *Рубан А. И.* К асимптотической теории течения вблизи задней кромки тонкого профиля // Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 1. С. 6–11.
4. *Chow R., Melnic R. E.* Numerical solutions of the triple-deck equations for laminar trailing-edge stall // *Lect. Notes Phys.* 1976. V. 59. P. 135–144.
5. Асимптотическая теория отрывных течений // Под ред. Сычева В. В. М.: Наука, 1987. 25 с.
6. *Smith F. T.* Interacting flow theory and trailing edge separation-nostall // *J. Fluid Mech.* 1983. V. 131. P. 219–249.
7. *Рубан А. И.* Асимптотическая теория коротких зон отрыва на передней кромке тонкого профиля // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 1. С. 42–51.
8. *Stewartson K., Smith F. T., Kaups K.* Marginal separation // *Stud. Appl. Math.* 1982. V. 67. Pt. 1. P. 45–61.
9. *Gittler P., Kluwick A.* Triple-deck solutions for supersonic flows past flared cylinders // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 179. P. 469–487.
10. *Stewartson K.* High Reynolds-number flows // *Lect. Notes Math.* 1980. V. 771. P. 505–518.
11. *Сычев В. В.* О ламинарном отрыве // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 3. С. 47–59.

Москва

Поступила в редакцию
29.II.1988