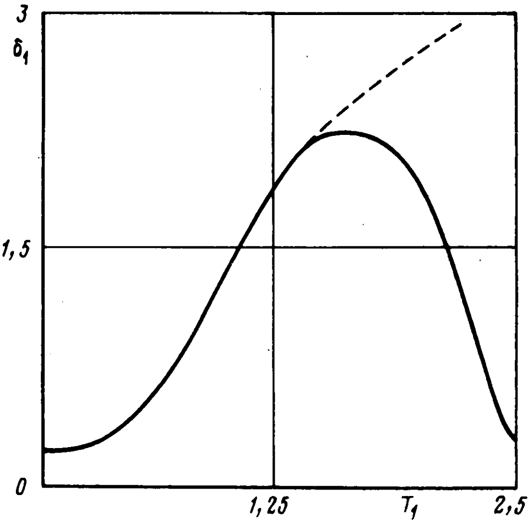
Как отмечено в [3], степень нестационарности течения характеризуется не только числом Струхаля, но и соотношением между начальным и конечным значениями скорости тела.

Исследовано торможение сферы от числа Маха М=50 до М=10, 5, 2 за время $T=0{,}06$. Скорость при $0 \leqslant t \leqslant T$ менялась по закону (2.1)

При торможении до М=10 и 5 принципиального изменения основных характеристик не наблюдается. На фиг. 5 показана величина отхода ударной волны от тела при торможении до М=2. Сплошная и штриховая линии получены при расчетах в областях *2* и *1* соответственно. Следует отметить, что при расчетах в области *1* ударная волна движется от тела и вообще не выходит на стационарный режим.



Фиг. 5

Рассмотрим возникающее течение более подробно. Напомним, что на границе EF (фиг. 1) ставились «мягкие» условия. При стационарном обтекании газ пересекает границу справа налево со сверхзвуковой скоростью. Однако при торможении тела относительная скорость газа (на EF) падает, а в некоторых случаях (например, при торможении от М=50 до 2 за $T=0{,}06$) меняет свой знак на обратный, т. е. газ на линии EF начинает двигаться слева направо. Тогда вместо условия сверхзвукового вытекания газа получаются условия вдува через границу EF. Это создает физически неверную картину течения.

Полученные результаты дают возможность оценить влияние расчетной области на параметры течения. В большинстве случаев расчет в области *1* дает хорошие локальные характеристики в ударном слое, для вычисления же интегральной величины C_x необходимо использовать область *2*. Следует также отметить, что существуют нестационарные режимы торможения тел, при которых расчет в области *1* вообще не корректен.

Автор благодарен В. П. Стулову за руководство работой и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петров Г. И., Стулов В. П.* Движение больших тел в атмосферах планет // Космические исследования. 1975. № 4. С. 587–594.
2. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
3. *Турчак Л. И.* Сверхзвуковое нестационарное обтекание тел при быстром торможении // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 1. С. 166–170.

Москва

Поступила в редакцию
12.II.1988

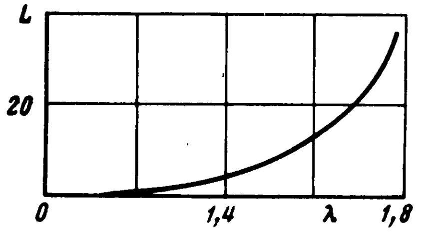
УДК 533.6.071.1

ЗОРИНА И. С., КУРШАКОВ М. Ю., ЧИРКОВ И. В.

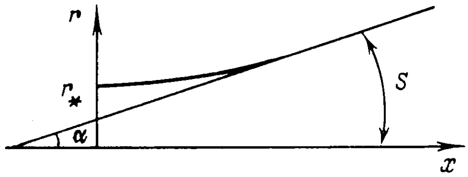
ПОСТРОЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЕЛ С КОНИЧЕСКИМ ТЕЧЕНИЕМ

Решена задача о профилировании сверхзвуковой части сопел, создающих потоки типа «от источника», автомодельных к показателю изоэнтропы. Выведена функция, аппроксимирующая геометрию рассчитанных сопловых трактов с углами конической части до 15°. Приведены результаты расчетов прямой задачи сопла, подтверждающие точность полученной аппроксимации.

В технике газодинамического эксперимента широкое распространение получили сопла с коническим сверхзвуковым раструбом. Их используют при решении многих



Фиг. 1



Фиг. 2

задач: в качестве аэродинамических сопел, сопел двигательных установок, при исследовании течений с неравновесными химическими процессами. Однако используемые в настоящее время конические сверхзвуковые профили, скругленные по окружности в окрестности критического сечения, на практике не реализуют конического течения, так как в месте перехода торовой поверхности в коническую зарождаются ударные волны. Кроме того, как показано в [1], характер течения в таких соплах существенно зависит от величины показателя изоэнтропы. Ниже рассматривается возможность построения универсального профиля сопла, в котором независимо от величины показателя изоэнтропы реализуется течение типа «от источника».

Результаты решения задачи о течении в сопле можно выразить в виде зависимости коэффициента скорости λ от координат x, r. Остальные параметры (плотность, давление и др.) при изоэнтропическом течении совершенного газа являются функциями λ и показателя изоэнтропы $\varkappa$. Построение универсального профиля сопла становится возможным благодаря тому, что перестройка течения из равномерного в коническое проводится на начальном участке, где скорость λ близка к единице и зависимость газодинамических параметров от показателя изоэнтропы выражена очень слабо. Наличие и протяженность области, на течение в которой величина показателя изоэнтропы почти не влияет, можно продемонстрировать на примере зависимости $\rho=\rho(\lambda, \varkappa)$ (плотность обезразмерена по критической величине ρ_*). На фиг. 1 представлена зависимость $L=f(\lambda)$, где $L=100\Delta\rho/\rho$, $\Delta\rho=\max|\rho_{1,2}-\rho_0|$.

Максимальное отклонение плотностей газов ρ_1 и ρ_2 с показателями изоэнтропы $\varkappa=1{,}13$ и $1{,}67$ от плотности газа ρ_0 со средним значением $\varkappa=1{,}4$ при $\lambda=1{,}3$ не превышает 1,5%, при $\lambda>1{,}3$ влияние показателя изоэнтропы возрастает. Следовательно автомодельность течения в сопле будет иметь место, если его перестройка, в основном будет проведена на участке $1<\lambda<1{,}3$, тогда как полностью она может быть завершена и при несколько больших λ.

Профиль сопла определялся из решения обратной задачи сопла численным методом [2]. В качестве исходных данных задавалось распределение коэффициента скорости на оси. Это распределение составлялось из двух участков для известных решений. На первом, в диапазоне $1<\lambda<1{,}1$, использовалось распределение, полученное из расчета «веера» волн разрежения, образующегося при истечении в вакуум однородного потока идеального газа ($\varkappa=1{,}4$; $1{,}13$; $1{,}67$) из круглого отверстия, имеющего на выходе острые кромки. На втором участке при $\lambda>1{,}1$ принималось распределение соответствующее течению от источника

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0}=\frac{1}{\lambda}\sqrt{(\varkappa-1)\left(\gamma-\frac{\lambda^2}{2}\right)}\left[\frac{\lambda^2\gamma^{-1}}{x+1-(x-1)\lambda^2}-\frac{1}{\gamma(\varkappa-1)}\right]^{\gamma} \tag{1}$$

Здесь $\varkappa$ – показатель изоэнтропы, $\gamma={}^1/_2(\varkappa+1)/(\varkappa-1)$, x_0 – координата вершины конуса поверхности сопла, а x_1 координата, в которой $\lambda=1$ при коническом течении.

Значения x_0 и x_1 подбирались из условия равенства скоростей и их производных по x на границе участков (при $\lambda=1, 1$). Полученное таким образом распределение скорости по оси использовалось для решения обратной задачи сопла. В результате расчетов для $\varkappa=1,4$ получены линии тока, каждая из которых может быть принята за стенку сопла.

Для удобства использования результатов расчетов при профилировании сопел проведена аппроксимация координат линий тока функцией

$$r=1+x\,\mathrm{tg}\,\alpha-A\,\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{arctg}\left[\frac{x}{A}+B\left(\frac{x}{A}\right)^n\right] \tag{2}$$

Здесь r – радиус профиля сверхзвуковой части сопла, отнесенный к радиусу критического сечения; x – координата сечения сопла, отнесенная к радиусу критического сечения; α – угол наклона конической части сопла.

При $x=0$ радиус критического сечения равен единице. Можно убедиться, что $dr/dx=0$, т. е. все кривые, заданные этой функцией, имеют горизонтальную касательную в начале координат. При достаточно больших x контур сопла вырождается в прямую линию

$$r=1-\pi/2\,A\,\mathrm{tg}\,\alpha+x\,\mathrm{tg}\,\alpha \tag{3}$$

наклоненную к оси под углом α.

Для того чтобы подобрать коэффициенты A, B и n, запишем уравнение (3) в виде (фиг. 2)

$$r=(c+x)\,\mathrm{tg}\,\alpha, \qquad c=-x_0/r_*$$

откуда $1-\pi/2\,A\,\mathrm{tg}\,\alpha=c\,\mathrm{tg}\,\alpha$ или

$$A=2/\pi(\mathrm{ctg}\,\alpha-c) \tag{4}$$

Расход газа для произвольного сечения конического потока определяется выражением

$$Q=\rho WS=\frac{Sq}{4\pi r^2}=q\sin\frac{\alpha}{2}$$

где q – интенсивность источника, $S=4\pi r^2\sin{}^{\alpha}/_{2}$ – площадь части сферы, ограниченной конусом сверхзвукового раструба. Для расхода газа через критическое сечение имеем $Q=\rho_* W_* \pi r_*^2$ приравнивая расходы, получаем

$$r_*=\sqrt{\frac{q}{\pi\rho_* W_*}\sin\frac{\alpha}{2}}$$

В расчетах подкоренное выражение выбрано равным единице. Поэтому формула (4) записывается в виде

$$A=2/\pi(\mathrm{ctg}\,\alpha+x_0\,/\sin{}^{\alpha}/_{2})$$

Координаты x_0, взятые из расчетов, хорошо аппроксимируются параболой относительно $y=\sin{}^{\alpha}/_{2}$

$$x_0=3{,}686\,y^2+0{,}0048\,y-0{,}48$$

После этого можно записать окончательную формулу для вычисления коэффициента A

$$A=\frac{2}{\pi}\left(\mathrm{ctg}\,\alpha+3{,}686\sin\frac{\alpha}{2}-\frac{0{,}48}{\sin\alpha/2}+0{,}0048\right)$$

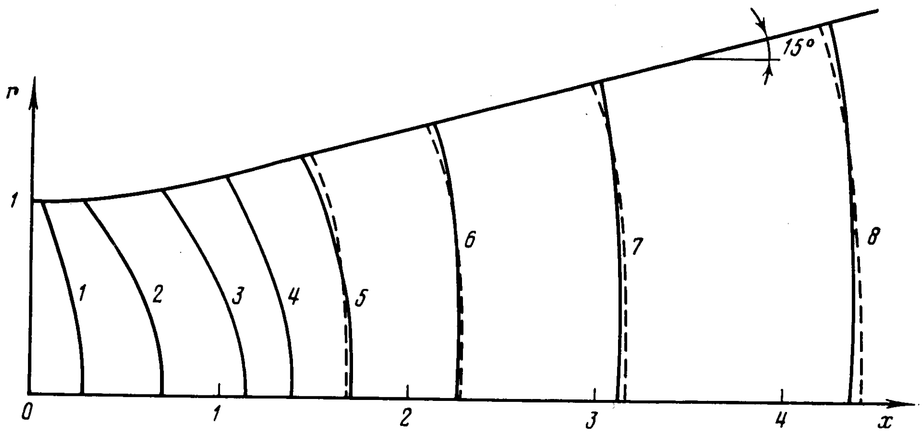
Коэффициенты B и n подбираются из условия достижения необходимой точности аппроксимации координат профиля.

Оказалось, что они не зависят от угла конической части раструба сопла: $B=0{,}03$ и $n=4$. Таким образом, аппроксимирующая функция (2) принимает окончательный вид

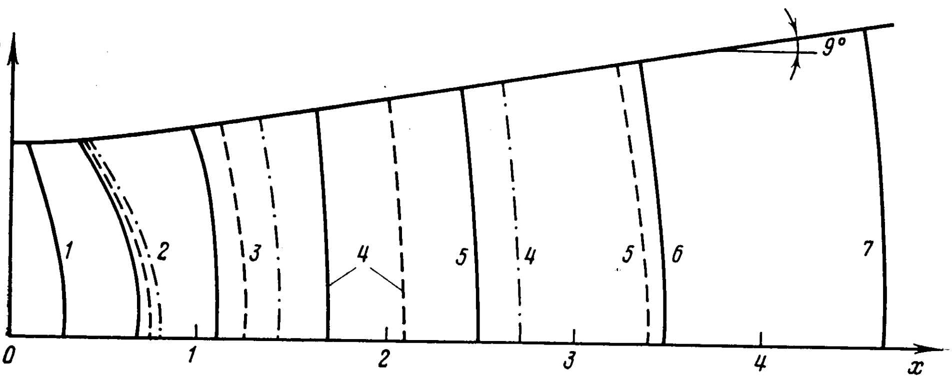
$$\begin{gathered} r=1+x\,\mathrm{tg}\,\alpha-A\,\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{arctg}\left[\frac{x}{A}+0{,}03\left(\frac{x}{A}\right)^4\right] \\ A=\frac{2}{\pi}\left(\mathrm{ctg}\,\alpha+3{,}686\sin\frac{\alpha}{2}-\frac{0{,}48}{\sin\alpha/2}+0{,}0048\right) \end{gathered} \tag{5}$$

В связи с тем что профили сопел, полученные из уравнения (5), являются аппроксимацией точных решений, которая распространяется на весь диапазон показателей изоэнтропы ($1{,}13\leqslant\varkappa\leqslant1{,}67$), необходимо провести исследования течений, которые реализуются в получаемых таким способом соплах. С этой целью были получены решения прямой задачи сопла методом сквозного счета [3]. Варьировался угол полураствора конической части раструба и показатель изоэнтропы $\varkappa$. На фиг. 3 показаны линии $\lambda=\mathrm{const}$ (сплошные) для течения в универсальном сопле с углом полураствора конической части $\alpha=15°$ и те же линии (штриховые) для течения от источника, полученные из (1). Цифрами *1–8* обозначены линии $\lambda=1{,}1$; 1,5; 2; 2,3; 2,6; 3; 3,4; 3,8. Соответствие результатов, полученных из решения прямой и обратной задач сопла, с одной стороны, подтверждает достоверность расчетов, а с другой – говорит о высоком качестве аппроксимации. Максимальные отклонения результатов не превышают 1%, что соответствует точности расчетных схем.

Для профиля сопла с углом 9° были проведены расчеты прямой задачи сопла для газов с показателями изоэнтропы $\varkappa=1{,}13$; 1,4; 1,67; обозначенные соответственно сплошными, штриховыми и штрихпунктирными линиями (фиг. 4). Как видно, характер течения сохраняется при изменении показателя изоэнтропы и качество потока не ухудшается. Цифрам *1–7* отвечают значения $\lambda=1{,}1$; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4.



Фиг. 3



Фиг. 4

Расчеты поля течения в соплах, профили которых описывает аппроксимирующая функция, подтверждают, что характер течения, начиная с $x=1{,}5$, совпадает с течением типа «от источника» с точностью, соответствующей вычислительному алгоритму (не ниже 1%) при углах до 15° и показателях изоэнтропы в диапазоне $\varkappa=1{,}13-1{,}67$.

Авторы благодарны А. Н. Ганжело за предоставление программы расчета сверхзвуковых течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дроздова Н. В., Пирумов У. Г., Росляков Г. С., Сухоруков В. П.* Сверхзвуковые течения в конических соплах // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. VI. Течения газа в соплах и струях. М.: Изд-во МГУ. 1974. С. 129–240.
2. *Пирумов У. Г.* Расчет течения в сопле Лаваля // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 5. С. 10–22.
3. *Ганжело А. Н.* Расчет плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений невязкого газа методом сквозного счета второго порядка точности // Уч. зап. ЦАГИ. 1986. Т. 17. № 2. С. 27–32.

Москва

Поступила в редакцию
3.III.1988