

УДК 532.51.013.4:536.24

БУБНОВ Б. М.

### СКОРОСТИ И СТРУКТУРА КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

Исследования конвективных движений вращающегося плоского горизонтального слоя жидкости, нагреваемого снизу и охлаждаемого сверху, показали многообразие наблюдаемых в системе режимов. В зависимости от определяющих параметров — чисел Прандтля, Рэлея и Тейлора — в системе могут наблюдаться режимы теплопроводности, регулярный вихревой структуры, турбулентный и колебательный ( $Pr = \nu k_T^{-1}$ ,  $Ra_f = \alpha g f h^4 (\rho c_p k_T^2 \nu)^{-1}$  и  $Ta = 4\Omega^2 h^4 \nu^{-2}$ , здесь  $\alpha$ ,  $k_T$ ,  $\nu$  — коэффициенты термического расширения, температуропроводности и вязкости жидкости,  $c_p$  — удельная теплоемкость,  $\rho$  — плотность,  $h$  — толщина слоя,  $f$  — поток тепла через слой,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\Omega$  — угловая скорость вращения жидкости, вектор которой параллелен вектору силы тяжести). В [1–3] подробно рассмотрены режимы, их пространственная структура, время образования и поле температуры. Однако работ по измерению скоростей конвективных движений во вращающемся слое жидкости нет. Отметим, что измерений скоростей в невращающейся конвекции проведено явно недостаточно для понимания основных закономерностей движения [4]. Настоящая работа посвящена исследованию скоростей в различных режимах вращающейся жидкости.

1. Схема экспериментальной установки подробно описана в [1, 2]. Цилиндрический сосуд выточен из оргстекла, внутренний диаметр 17 см, высота 21 см, толщина стенок 2 см. Нагреваемое дно сосуда сделано из алюминия толщиной 3 см, покрыто 0,5 см слоем латуни (между ними слой эпоксидной смолы толщиной 1 мм, на котором измеряется поток тепла от дна). Верхняя граница жидкости (во всех экспериментах — дистиллированная вода) свободная, поток тепла на этой границе легко определяется по параметрам жидкости и окружающего воздуха. Вся система расположена на платформе, которая вращается с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ .

Скорость движения внутри жидкости измеряется двумя взаимодополняющими способами. Первый способ по скорости распространения красителя внутри жидкости применялся для исследования вертикальных скоростей в режиме регулярной конвективной решетки. В этом режиме происходит следующее движение жидкости: холодная жидкость с верхней поверхности узким вихрем-стоком стекает вниз в центре цилиндров, по которым происходит поднятие теплой жидкости снизу. Вихри-стоки расположены в центрах правильных треугольников, составляя гексагональную структуру. Максимальные вертикальные скорости наблюдаются в вихре-стоке, а в него попадает жидкость только из тонкой приповерхностной пленки. Поэтому частицы, находящиеся внутри жидкости, не могут визуализировать течение внутри стока. Если окрасить холодную приповерхностную пленку, то по скорости распространения красителя внутрь жидкости легко определяется скорость в вихре.

Для окраски приповерхностного слоя используется бромтимоловый краситель, мельчайший порошок которого бросается на поверхность жидкости (примеры фотографий, полученных таким образом для исследования структуры течений можно найти в [1]). Для определения скорости жидкости в вихре боковые стенки сосуда покрывались сеткой через каждый 1 см высоты и фиксировалось время прохождения фронта красителя через эти метки. Так, для жидкости глубиной 20 см можно сделать 15–18 замеров скорости фронта. Краситель на поверхность жидкости насыпается после того, как в системе установится нужный режим (в большинстве экспериментов через 20 мин после начала вращения системы), и так как получающиеся конвективные движения интенсивны и ярко выражены, то и фронт распространения красителя наблюдается отчетливо. Кроме того, каждое измерение скорости внутри вихря для заданных внешних параметров проводилось 5 раз и данные осреднялись.

Второй способ, применяемый для определения скоростей, также является традиционным (см., например, [5]). Мелкие частицы алюминиевой пудры (размером порядка 20 мк) плавают в жидкости. Для визуализации их движений жидкость освещается узким плоским пучком света толщиной 2 мм. Фотографируются треки



Фиг. 1

частиц с различной выдержкой от 0,5 до 10 с. Один и тот же режим фотографировался с несколькими выдержками для отбраковки частиц, выходящих за пределы светового пучка. Скорость определяется по длине трека и по выдержке. Этот метод дает хорошие результаты при исследовании нерегулярного вихревого режима и плохо визуализирует интенсивные узкие течения.

2. Рассмотрим результаты экспериментов по изучению скоростей внутри вихрей-стоков в регулярной вихревой решетке. Внешние параметры системы принимали следующие значения: глубина  $h=5, 10$  и  $20$  см, поток тепла  $f=150, 450$  и  $1650$  Вт·м<sup>-2</sup>, скорость вращения  $\Omega=3,14; 4,19; 5,22$  и  $6,24$  с<sup>-1</sup>. Нижнее ограничение по глубине вызвано невозможностью четкого определения фронта при малых глубинах, а по угловой скорости вращения — отсутствием регулярных структур при малых скоростях вращения. Движение жидкости в придонном и приповерхностном слое не рассматривалось, так как ее поведение здесь не носит регулярный характер (начало формирования фронта у поверхности или распад у дна). В результате экспериментов внутри жидкости, за исключением пограничных слоев, были замечены две основные закономерности: вертикальная скорость  $W$  внутри вихря-стока не зависит от вертикальной координаты  $Z$ , т. е.  $W$  — постоянна по высоте внутри жидкости в пределах точности измерений (относительная точность для этих измерений 20%), с другой стороны,  $W$  слабо зависит от  $\Omega$ , уменьшаясь при приближении к критической кривой возникновения конвекции и в основном определяется потоком тепла  $f$  и глубиной жидкости  $h$ .

Для невращающейся жидкости в режиме турбулентной конвекции была теоретически получена и экспериментально подтверждена [4, 6, 7] зависимость вертикального числа Рейнольдса  $Re_w$  от внешних параметров

$$Re_w = Whv^{-1} = APr^{-2/3}Ra_f^{1/3}, \quad A = 0,73$$

Если обработать проведенные 167 измерений вертикальной скорости  $W$  по этой формуле, то в результате получается  $A=0,80$  с коэффициентом взаимной корреляции  $r=0,962$ . Выбор этой закономерности кроме соображений аналогий с невращающейся жидкостью был вызван тем, что для наших экспериментов зависимость  $Re_w$  была близка к  $Ra_f^{1/3}$ . Число  $Pr$  в экспериментах зависит только от температуры жидкости, меняясь от 3,29 до 5,87. Таким образом получается, что вертикальная скорость средняя в турбулентном режиме невращающейся жидкости с двумя твердыми горизонтальными границами и максимальная вертикальная скорость в режиме конвективной решетки при верхней свободной границе подчиняются одним и тем же закономерностям, причем с близкими коэффициентами пропорциональности (0,73 и 0,80), т. е. за счет вращения образуется такая регулярная структура, в которой вертикальные скорости не могут превосходить вертикальных скоростей невращающейся жидкости.

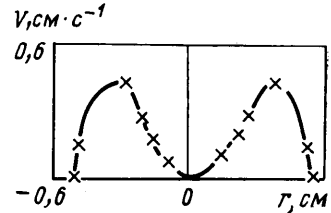
Рассмотрим распределение горизонтальной скорости  $V$  в регулярной вихревой решетке. Для устойчивой решетки вне пограничных слоев наблюдается следующее распределение: сильные интенсивные вихревые движения в районах цилиндров поднятия теплой жидкости возникают практически в неподвижной жидкости (фиг. 1, разрез на высоте 8 см от дна для глубины 10 см, потока 450 Вт·м<sup>-2</sup> и скорости вращения 4,19 с<sup>-1</sup>). Максимальная скорость в вихре достигается вблизи от его внешних границ и частица, двигающаяся на внешней орбите вихря, т. е.

по цилиндру поднимающейся теплой жидкости, может в любой произвольный момент времени перескочить с одного вихря на другой, причем со скоростью, соизмеримой по величине с максимальной скоростью движения внутри одиночного вихря. Таким образом, с одной стороны, движение жидкости в конвективной решетке строго определено, вихри занимают заданное им место в структуре, а с другой стороны, нельзя предсказать, как поведет себя жидкость, расположенная на цилиндре поднятия теплой жидкости и между цилиндрами. Отметим, что аналогичное поведение в конвективных решетках наблюдалось и при визуализации жидкости красителем внутри. В этом случае, краситель двигался не только по цилиндрам поднятия теплой жидкости, но и распространялся самым нерегулярным образом по всему сосуду.

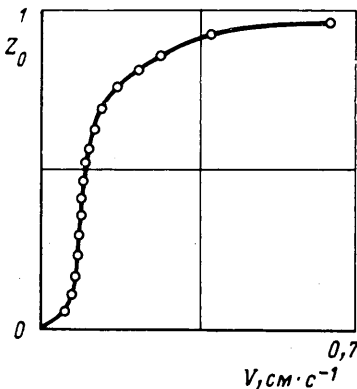
Кроме максимальной скорости  $V_m$  вихревое движение характеризуется распределением  $V(r)$  по радиусу вихря. Одно из таких распределений представлено на фиг. 2 для параметров фиг. 1, а зависимость максимальной горизонтальной скорости  $V_m$  внутри вихря от безразмерной высоты  $Z_0 = Zh^{-1}$  для тех же параметров кроме высоты  $h=20$  см на фиг. 3. Скорость резко падает к центру вихря и к его периферии, максимальная скорость образуется на свободной поверхности для формирования интенсивного вихря-стока, а внутри слоя происходит почти линейное падение максимальной скорости с глубиной.

3. Нерегулярный вихревой режим состоит из вихрей разных размеров со слабо развитыми струйными течениями в центре и на границе, хаотическим образом перемещающимися по жидкости и взаимодействующими друг с другом. Для определения средних скоростей движения  $\langle U \rangle$  осреднялись скорости на одном уровне (2 см от свободной поверхности жидкости) в 10 точках, отстоящих друг от друга на расстоянии 0,4 см, вычислялось среднеквадратичное значение скорости. По этому значению вычислялось число Рейнольдса и строились изолинии числа  $Re_U \langle U \rangle h \nu^{-1}$  на диаграмме  $(\lg Ra_f, \lg Ta)$ , т. е. определялась зависимость  $Re_U$  от внешних параметров системы (фиг. 4, где цифрами 1-4 обозначены изолинии числа  $Re_U = 10, 50, 100, 500$ , кривая  $a$  - критическая кривая возникновения конвекции, для граничных условий, создаваемых в эксперименте [8]).

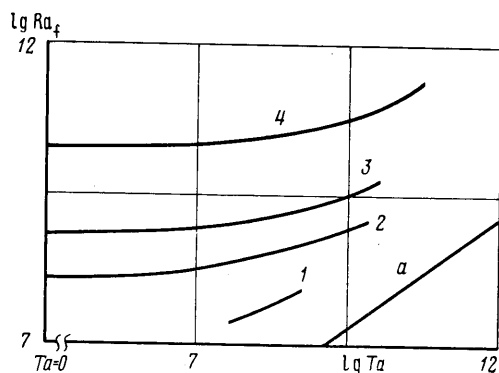
Над кривой возникновения конвекции располагается регулярный режим, который затем при уменьшении числа  $Ta$  переходит в нерегулярный. Распределение скоростей в регулярном режиме имеет четкую пространственную структуру, и его нельзя интерпретировать статистически аналогично нерегулярному режиму, поэтому изолинии не продолжены на область регулярных структур. Отметим основные особенности скоростей в нерегулярном режиме. Согласно фиг. 4, горизонтальные скорости слабо меняются при небольших числах  $Ta$ , т. е. при слабом вращении. Основным критерием становится отдаленность точки на диаграмме  $(\lg Ra_f, \lg Ta)$  от критической кривой  $a$ . При приближении к регулярным структурам горизонтальные скорости уменьшаются, движение концентрируется в определенных зонах. Вертикальная же компонента скорости слабо меняется с вращением. Отметим, что диаграммы типа фиг. 4 получались во вращающейся жидкости уже дважды. Вначале в [9] при построении изолиний безразмерного потока тепла - числа Нуссельта для плоского вращающегося слоя жидкости, а затем в [3] при построении изолиний наиболее характерного периода колебаний в спектре пульсаций температуры в нерегулярном режиме вращающейся жидкости. По-видимому, этот факт



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

отражает закономерность слабого влияния вращения на конвекцию вдали от критической кривой  $a$  и последующее усиление этого влияния при подходе к кривой  $a$ .

Отметим принципиальное отличие в структуре конвективных движений вращающейся жидкости от невращающейся, полученные в результате исследования вертикальных скоростей нерегулярного вихревого режима. Для невращающейся жидкости при больших числах  $Ra_f > 10^6$  важным определяющим фактором является течение, вызванное неизбежным сколь угодно малым наклоном дна относительно горизонтали. Для вращающейся жидкости это течение несущественно, более важную роль играет сонаправленность векторов  $\Omega$  и  $g$ , и для малых  $\Omega$  наблюдаются режимы, не наблюдаемые в невращающейся жидкости, в частности в системе возникают крупные вихревые образования, ось вращения которых перпендикулярна оси вращения. С увеличением скорости вращения оси нерегулярных вихрей поворачиваются по направлению оси вращения, а при больших скоростях образуется регулярный режим, при котором оси вихрей параллельны оси вращения.

Автор благодарит Г. С. Голицына за постоянное внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Boubnov B. M., Gotitsyn G. S. Experimental study of convective structures in rotating fluids // J. Fluid Mech. 1986. V. 167. P. 503–531.
2. Бубнов Б. М. Термическая структура вихревых конвективных решеток // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 6. С. 160–166.
3. Бубнов Б. М. Экспериментальное исследование термических характеристик турбулентной конвекции во вращающемся слое жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1988. № 9. С. 947–953.
4. Голицын Г. С. Исследования конвекции с геофизическими приложениями и аналогиями. Л.: Гидрометеоздат, 1980. 56 с.
5. Кирдяшкин А. Г., Мухина Н. В. Свободная конвекция в наклонных слоях жидкости и при ступенчатом изменении температуры поверхностей теплообмена // Изв. АН СССР. ПМТФ. 1971. № 6. С. 115–121.
6. Malkus W. V. R. The heat transport and spectrum of thermal turbulence // Proc. Roy. Soc. 1954. V. A225. P. 196–212.
7. Deardorff J. W., Willis G. E. Investigations of turbulent thermal convection between horizontal plates // J. Fluid Mech. 1967. V. 28. Pt4. P. 675–704.
8. Бубнов Б. М., Сенаторский А. О. Влияние граничных условий на конвективную устойчивость вращающегося горизонтального слоя жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 124–129.
9. Rossby H. T. A Study of Benard convection with and without rotation // J. Fluid Mech. 1969. V. 36. Pt2. P. 309–337.

Москва

Поступила в редакцию  
9.II.1988

УДК 532.516

БУРДЭ Г. И.

#### ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Рассмотрим стационарное осесимметричное течение вязкой несжимаемой жидкости около бесконечного кругового цилиндра, при котором жидкость подходит из бесконечности к цилиндру в радиальном направлении и далее растекается вдоль него в противоположные стороны от некоторой «критической окружности» (аналог движения вблизи критической точки [1]). На бесконечно большом удалении от цилиндра течение будет потенциальным и в цилиндрической системе координат (ось  $z$  направлена по оси цилиндра) представляется в виде

$$v_r = -ar; v_z = 2az; p = \frac{1}{2}\rho a^2(r^2 + 4z^2)$$

На поверхности цилиндра обе компоненты скорости обращаются в нуль. Запишем уравнения Навье-Стокса для осесимметричного движения

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right)$$