

УДК 533.6.011.72+533.95

СОКОЛОВ И. В.

ВЫСОКОСКОРОСТНЫЕ КУМУЛЯТИВНЫЕ ГАЗОВЫЕ СТРУИ

Настоящая работа посвящена теории кумулятивного эффекта [1] в осесимметричных течениях невязкого совершенного газа и возможностям создания кумулятивных газовых струй со скоростями, существенно превышающими скорость звука.

В [2] было показано, что образование кумулятивных струй в газе связано с маховским отражением ударных волн [3, 4]. При взаимодействии двух сходящихся плоских ударных волн с углом $2v_0$ между ними потоки газа за фронтами могут играть роль до некоторой степени аналогичную сходящимся потокам жидкости в обычном кумулятивном эффекте. Отражение ударных волн 1 сопровождается образованием движущейся вдоль плоскости симметрии сверхзвуковой струи 2, отделенной от неподвижной среды ударной волной Маха (Фиг. 1).

По мере уменьшения v_0 скорость волны Маха и потока газа за ней возрастает. Однако, если угол v_0 меньше критического значения v_c [3, 4], нерегулярное отражение сменяется регулярным, волна Маха не возникает и скорость газа резко падает. Таким образом, кумулятивный эффект при взаимодействии плоских волн не реализуется в случае малых v_0 .

Еще Курантом и Фридрихсом высказывалась гипотеза [3], что в осесимметричном случае в отличие от плоского отражения от оси сходящейся ударной волны всегда, в том числе при малых углах падения, происходит нерегулярным образом. Скорость волны, как ясно из кинематических соображений, должна примерно в $1/v_0$ раз превышать характерную скорость падающей волны, т. е. реализуется неограниченный (если $v_0 \rightarrow 0$) кумулятивный эффект. Однако эта гипотеза доказана до недавнего времени не была, а экспериментально волну Маха при малых v_0 зафиксировать не удавалось.

С другой стороны, известно, что в вырожденном предельном случае $v_0 = 0$ — сходящаяся цилиндрическая ударная волна — скорость фронта V вблизи оси возрастает неограниченно по автомодельному закону [4]:

$$V = cr^{-1/n} \quad (0.1)$$

где $n \approx 4,5$ для показателя адиабаты $\gamma = 5/3$, $c = \text{const}$, r, z, φ — цилиндрические координаты. Кумулятивный эффект — как формирование направленных вдоль оси высокоскоростных потоков газа — в этом случае вообще не возникает.

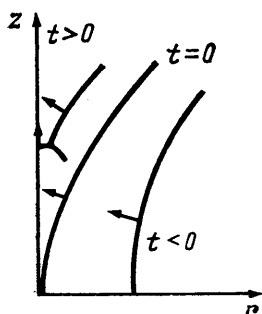
Тем не менее именно факт усиления сходящейся волны приводит к правильности гипотезы Куранта — Фридрихса в рамках идеальной гидродинамики [5]. При ускоренном движении фронта волны даже первоначально малый угол наклона v возрастает затем в соответствии с кинематическим соотношением

$$\frac{dv}{dr} = \frac{v}{V} \frac{dV}{dr} \quad (0.2)$$

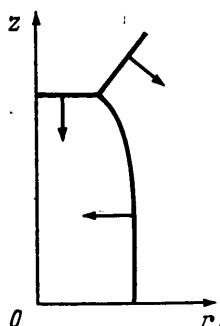
так что при достаточно малых r $v \sim 1$ и становится возможным переход к маховскому отражению. Приближенное выражение для размера и скорости волны Маха для случая конической ударной волны найдено в [5].

В настоящей работе предложены и исследованы новые примеры осесимметричных течений, в которых реализуется кумулятивный эффект при $v_0 \rightarrow 0$.

1. Течения с волнами Маха бесконечной амплитуды. В качестве примера, демонстрирующего возникновение кумулятивного эффекта при сколь угодно малых углах v_0 , здесь описаны два течения с волнами Маха, ампли-



Фиг. 2



Фиг. 3

туда которых в некоторый момент времени обращается в бесконечность.

Используется метод геометрической динамики ударных волн [6]. В его рамках поверхность фронта сходящейся волны в любой момент времени t характеризуется соотношением

$$\Phi(r, z) + V_s t = 0 \quad (1.1)$$

где V_s — скорость звука в невозмущенной среде, а для функции Φ получается приближенное уравнение

$$\operatorname{div}(M^{n+1} \operatorname{grad} \Phi) = 0, \quad M = |\operatorname{grad} \Phi|^{-1} \quad (1.2)$$

константа n в (0.1) и (1.2) одинакова.

Первый тип кумулятивного течения реализуется в точке O , принадлежащей оси симметрии, если фронт сходящейся волны до момента $t=0$ не пересекал оси, а при $t=0$ имеет с ней одну общую точку O (фиг. 2). Примером может служить кольцевая ударная волна [7–9].

Вблизи точки $O(r=0, z=0)$ решение уравнения (1.2) описывается разложением [8]:

$$\Phi = c_0 R_0 \left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{r}{R_0} \right)^{1+1/n} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{R_0} \right)^2 - \frac{1}{2n-2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \right] \quad (1.3)$$

где c_0 и R_0 — произвольные константы (для кольцевой волны R_0 порядка радиуса кольца).

Подстановка (1.3) в (1.2) показывает, что разложение справедливо в области

$$r/r_1(z) \gg 1, \quad r_1(z) = R_0 (z/R_0)^n \quad (1.4)$$

В момент прихода волны на ось $t=0$ уравнение поверхности фронта суть

$$r = r_0(z) \approx R_0 \left[\frac{(n+1) \cdot z^2}{2n \cdot R_0^2} \right]^{n/(n+1)} \quad (1.5)$$

Отметим, что радиус кривизны в точке O обращается в нуль и что поверхность (1.5) лежит в области (1.4), так что разложение описывает падающую волну по крайней мере при $t \leq 0$.

При $t=0$ образуются волны Маха. Фронт падающей волны (но не маховской!) продолжаем описывать уравнением (1.2). В области (1.4) остается справедливым разложение (1.3). Чтобы продолжить его в область $r \sim r_1(z)$, воспользуемся методом сращиваемых асимптотических разложений. Малым параметром служит расстояние $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$ до точки O , (1.3) является внешним разложением. Вводя в уравнение (1.2) угол ν , пре-

образуем его в систему [6]

$$\begin{aligned} \Phi_r &= \frac{\cos v}{M}, \quad \Phi_z = -\frac{\sin v}{M} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\cos v}{M} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\sin v}{M} \right) &= 0 \\ -\frac{\partial}{\partial z} (\sin v \cdot M^n) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cos v \cdot M^n) &= 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Внутреннее разложение решения системы (1.6) в области $r \sim r_1(z)$ ищем в виде $M=f(\lambda)R_0/z$, $v=v(\lambda)$, $\lambda=r/r_1(z)$, пренебрегая при $\lambda \sim 1$ членами высшего порядка по R . Поскольку при этом производная $\partial/\partial z$ имеет порядок $(z/R_0)^{n-1}$ по сравнению с $\partial/\partial r$, решение в первом приближении определяется формулами

$$\sin v = fa_1, \quad \lambda f^n \cos v = a_2 \quad (1.7)$$

Оценка отбрасываемых в (1.6) членов показывает, что внутреннее разложение справедливо при $r \ll r_0(z)$. Константы a_1 и a_2 определяются из того условия, что в общей области применимости $r_1(z) \ll r \ll r_0(z)$ оба разложения должны иметь одинаковую асимптотику. Из (1.3), (1.6), (1.7) получаем $a_1 = c_0$, $a_2 = c_0^{-n}$.

Внутреннее разложение описывает падающую волну до линии ее пересечения с волной Маха. Из-за малости угла между направлением скорости тройной конфигурации и осью симметрии (согласно (1.8), $dr_M/dz \ll 1$) отражение близко к стационарному. В силу этого переход падающей волны в волну Маха происходит при том значении λ , при котором $v=v_s$. Поэтому тройная точка движется по закону

$$r_M = \frac{R_0}{\cos v_s} \left(\frac{z}{R_0 \sin v_s} \right)^n, \quad V_M = \frac{R_0 V_s}{c_0 z} \quad (1.8)$$

где V_M — скорость волны Маха.

При $z \rightarrow 0$ $V_M \rightarrow \infty$, т. е. реализуется неограниченный кумулятивный эффект. Отметим, что размер диска Маха оказывается очень малым при $z < R_0 \sin v_s$.

Второй тип течения с образованием бесконечно сильных волн Маха реализуется в точках, где конфигурация фронтов является в некотором смысле обращенной по отношению к только что рассмотренной и содержит сходящуюся осесимметричную ударную волну и две встречно движущиеся волны Маха (фиг. 3). Участок фронта сходящейся волны между сближающимися тройными конфигурациями уменьшается со временем и в некоторый момент времени $t=0$ вся конфигурация сжимается в точку на оси. Внешнее разложение определяется формулой

$$\Phi = c_0 R_0 \left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{r}{R_0} \right)^{1+1/n} + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{R_0} \right)^2 + \frac{1}{2n-2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \right] \quad (1.9)$$

лишь знаками отличающейся от (1.3). Повторение предыдущих рассуждений показывает, что формулы (1.8) описывают параметры маховских волн и в этом течении. При $t \rightarrow 0$ скорость $V_M \rightarrow \infty$, опять реализуется неограниченный кумулятивный эффект при $v_0 \rightarrow 0$.

В задачах лазерного термоядерного синтеза часто рассматривается сферическая сходящаяся волна. Ее фронт неустойчив по отношению к неоднородным возмущениям. Если возмущение таково, что течение сохраняет симметрию относительно одной из осей и начальная форма волны близка к вытянутому эллипсоиду, то вблизи центра, по-видимому, возникает картина фронтов, как на фиг. 3. Образование маховских кон-

Фигураций из первоначально гладкого фронта связано с фокусировкой ударных волн [10, 11].

Оба решения при наличии осевой симметрии структурно устойчивы и являются общими типами локального поведения вблизи оси для течений соответствующей топологии.

2. Усиление кумулятивного эффекта в пространственно неоднородной осесимметричной системе. Пусть начальное распределение плотности ρ обладает цилиндрической симметрией и функция $\rho(r)$ убывает в направлении от периферии к оси. На внешней границе $r=r_0$ создается сходящаяся к оси сильная ударная волна со скоростью V_0 и малым углом наклона ν_0 . Скорость пересечения волны с линией $r=r_0$ $D=V_0/\nu_0$ принципиально (но, конечно, не технически) может быть сколь угодно велика. Требуется установить при каких условиях вблизи оси на масштабах $r \sim r_M$ будет существовать волна Маха. В движущейся со скоростью D системе отсчета течение стационарно, так что в лабораторной системе $V_M=D$.

При расчете сходящейся волны в неоднородной среде полагаем, что распространение фронта описывается уравнением (0.2), однако (0.1) заменяем на соотношение для цилиндрической волны в неоднородной среде [6]:

$$V = V_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-1/n} \left(\frac{\rho(r)}{\rho(r_0)} \right)^{-1/m}, \quad m = 2 + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.1)$$

Из (0.2), (2.1) получается приближенное условие того, что на масштабе $r=r_M$ угол ν возрастает до величины ν_s и происходит переход к маховскому отражению:

$$\frac{\nu_s}{\nu_0} = \left(\frac{r_M}{r_0} \right)^{-1/n} \left(\frac{\rho(r_M)}{\rho(r_0)} \right)^{-1/m} \quad (2.2)$$

Для простоты полагается, что $\rho = \text{const}$ при $r < r_M$, так что волну Маха можно считать неискривленной и отражение близко к стационарному.

Из (2.2) видно, что при $\rho(r_M) \ll \rho(r_0)$ переход к нерегулярному отражению происходит при существенно больших r_M , чем в однородной среде. Например, при $\nu_0 = 0,06$, $\nu_s \approx 0,5$ ($\gamma = 5/3$), $\rho(r_M)/\rho(r_0) = 10^3$ имеем $r_M \approx 0,4r_0$.

Подчеркнем, что скорость волны Маха определяется только условием на границе системы, пространственная неоднородность приводит лишь к увеличению r_M — вопреки утверждению, сделанному для близкой по постановке задачи в [12].

Таким образом, в среде с осесимметричным неоднородным профилем плотности переход к маховскому отражению может проходить на не слишком малых расстояниях от оси при значительно меньших углах ν_0 по сравнению с однородным газом. Это расширяет перспективы создания высокоскоростных газовых (плазменных) струй.

4. Возможные применения. Имеется ряд физических задач для которых результаты данного исследования могли бы представлять интерес.

В частности, теперь можно предположить, что образование ускоренных вдоль оси симметрии струй плазмы в установках типа «плазменный фокус» [13] связано с нерегулярным отражением от оси сходящейся осесимметричной ударной волны, созданной сжимающимся искривленным поршнем — токовой оболочкой. Отражение является нерегулярным, даже если угол наклона оболочки к оси мал ($\nu_0 < \nu_s$) и скорость кумулятивной струи может многократно превышать скорость сходящейся оболочки.

Такой подход открывает возможность чисто гидродинамического и крупномасштабного воспроизведения параметров среды в плазменном фокусе. В частности, при использовании достаточно мощных источников для создания сходящейся осесимметричной ударной волны с малым ν_0 ($\approx 0,06-0,1$) в неоднородной среде представляется реальным достижение скоростей струи $\sim 2 \cdot 10^7$ см/с при характерном размере ~ 1 см с концентрацией и температурой $N_i \sim 10^{21}$ см⁻³ и $T_i \sim 0,1$ КэВ или еще более высоких скоростей и температур, но на меньших масштабах. Высокоскоростные струи плотной плазмы могут быть эффективно использованы для ускорения твердых частиц [14]. Следует отметить, что впервые идея использования конической ударной волны в таких целях была высказана в [15].

В заключение автор выражает глубокую благодарность С. В. Буланову и Г. А. Аскарьяну за стимулирующие обсуждения и советы и подчеркивает, что работа является развитием физических идей, заложенных в [15].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Забабихин Е. И.* Явления неограниченной кумуляции // Механика. в СССР за 50 лет. Т. 2. М.: Наука, 1970. С. 317–342.
2. *Шуриалов Л. В.* О расчете кумулятивных струй // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 4. С. 116–122.
3. *Курант Р., Фридрихс К.* Сверхзвуковое течение и ударные волны: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 427 с.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теор. физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
5. *Соколов И. В.* Коническая ударная волна // ТВТ. 1988. № 3. С. 560–566.
6. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны: Пер. с англ. М.: Мир, 1977. 622 с.
7. *Бережецкая Н. К., Большаков Е. Ф., Голубев С. К. и др.* Газодинамические явления, сопутствующие кольцевому поверхностному разряду // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 6. С. 1926–1931.
8. *Соколов И. В.* Поведение осесимметричной ударной волны вблизи точки кумуляции // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. Вып. 4. С. 1331–1335.
9. *Косый И. А., Краснобаев К. В., Соколов И. В., Терехин В. Е.* Кумуляция кольцевой ударной волны, возбуждаемой осесимметричным скользящим разрядом // Кр. сообщ. по физике. 1987. № 11. С. 3–5.
10. *Sturtevant B., Kulkarny V. A.* The focusing of weak shock waves // J. Fluid Mech. 1976. V. 73. № 4. P. 651–671.
11. *Бархударов Э. М., Косый И. А., Мдивнишвили М. О. и др.* Неоднородные сходящиеся ударные волны // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 176–182.
12. *Kaliski S.* Accelerated Mach's wave in an inhomogeneous cumulation cone // Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Techn. 1978. V. 26. № 10.
13. *Дьяченко В. Ф., Имшенник В. С.* Плазменный фокус и механизм нейтронного излучения в z-пинче // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. Вып. 5. С. 1766–1777.
14. *Гурович В. Ц., Десятков Г. А., Спектров В. Л. и др.* Особенности движения токовой оболочки и ударной волны в импульсном ускорителе высокого давления // Докл. АН СССР. 1987. Т. 293. № 5. С. 1102–1105.
15. *Аскарьян Г. А., Дацкевич Н. П., Карлов Н. В. и др.* Кумулятивные эффекты при световом пробое газов в мощном кольцевом луче CO₂-лазера // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4. № 16. С. 966–970.

Москва

Поступила в редакцию
25.III.1988