

УДК 533.6.011.5:532.516

БОНДАРЕВ А. Е.

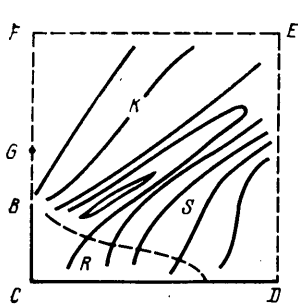
**ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА
НА ХАРАКТЕРНОЕ ВРЕМЯ УСТАНОВЛЕНИЯ ТЕЧЕНИЯ
ПРИ ОБТЕКАНИИ УСТУПА**

Исследованию течений вязкого сжимаемого газа в следах различных тел и за уступами посвящено большое количество работ [1–6]. При этом основное внимание уделялось установившемуся режиму течения. В данной работе рассматривается задача обтекания плоского обратного уступа сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого теплопроводного газа. Задача решается численно в рамках полной системы уравнений Навье – Стокса. Исследуется характер процесса выхода решения с начальных данных на стационарный режим и влияние газодинамических параметров внешнего потока на характерное время установления течения за уступом.

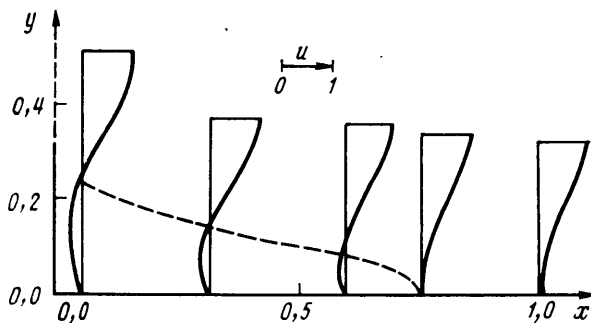
1. Постановка задачи. Схема изучаемого течения представлена на фиг. 1. Сверхзвуковой поток вязкого сжимаемого теплопроводного газа срывается с плоского уступа. На поверхности перед обратным уступом нарастает пограничный слой, достигающий толщины δ к моменту срыва потока с уступа. Пограничный слой срывается с уступа, проходит через волну разрежения K и далее развивается до присоединения как свободный слой смешения. За уступом образуется область возвратного течения R , заполненная медленно циркулирующим газом. В области присоединения сорвавшегося слоя образуется область сжатия S . Области K , R , S обозначены на фиг. 1, где изображена счетная область, внутри которой представлена картина линий постоянного давления и нанесены границы области возвратного течения.

Нестационарное течение вязкого сжимаемого теплопроводного газа описывается системой уравнений Навье – Стокса, записанной для двумерного случая совместно с уравнением состояния в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{1}{\rho \text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} a_1 \mu \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} a_2 \mu \frac{\partial f}{\partial y} \right\} + F \\ a_1 &= \left(0, \frac{4}{3}, 1, \frac{\gamma}{\text{Pr}} \right), \quad a_2 = \left(0, 1, \frac{4}{3}, \frac{\gamma}{\text{Pr}} \right) \\ F &= (0, F_u, F_v, F_T), \quad f = (\rho, u, v, T) \\ F_u &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho \text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right\} \\ F_v &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho \text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \\ F_T &= -(\gamma - 1) T \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\gamma(\gamma - 1) M_\infty^2}{\rho \text{Re}} \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \\ P &= \frac{\rho T}{\gamma M_\infty^2}, \quad \lambda = \mu(T) \end{aligned} \tag{1.1}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Здесь λ — коэффициент теплопроводности, μ — коэффициент динамической вязкости, γ — отношение удельных теплоемкостей, Re — число Рейнольдса, M_∞ — число Маха внешнего набегающего потока. При образовании безразмерных переменных геометрические величины отнесены к высоте уступа, а газодинамические функции отнесены к параметрам внешнего потока. Число Рейнольдса рассчитывается по высоте уступа и параметрам внешнего потока задачи.

К выписанной системе уравнений добавляется зависимость коэффициента динамической вязкости μ и коэффициента теплопроводности λ от температуры.

На границах BC и CD в качестве граничных условий полагалось

$$u=v=0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad T = \text{const} \quad (1.2)$$

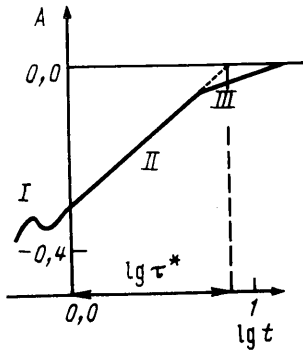
На границах FE и ED в качестве граничных условий использовалось

$$\frac{\partial^2 f}{\partial n^2} = 0, \quad f = (u, v, p, T) \quad (1.3)$$

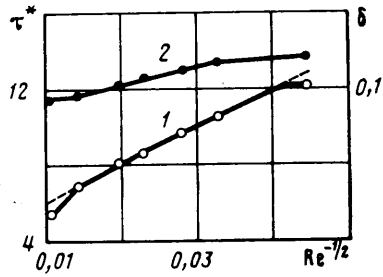
На границе BG в качестве граничных условий задавались газодинамические параметры пограничного слоя толщиной δ . Расчеты проводились при $\delta=0,5 h$, где h — высота уступа. Полагается, что такой слой образуется перед срезом плоского обратного уступа. На границе GF в качестве граничных условий задаются параметры плоскопараллельного сверхзвукового невозмущенного набегающего потока. В качестве начальных данных в счетной области задаются параметры набегающего потока.

Для решения системы уравнений (1.1) используется метод переменных направлений. Уравнения системы решаются с продвижением по времени попеременно на направлениях x и y . Для решения каждого уравнения используется неявная разностная схема, приведенная в [7]. При построении данной разностной схемы величины, находящиеся на разных временных слоях, берутся с разными весами. При определенном выборе весов схема превращается в схему второго порядка аппроксимации по времени и пространству с добавочным членом, играющим роль искусственной вязкости. Применение данной схемы позволяет подавить нежелательные осцилляции, присущие схемам второго порядка аппроксимации, не слишком размазывая решение на разрывах.

2. Результаты расчетов. Была проведена серия расчетов задачи обтекания плоского обратного уступа сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого теплопроводного газа. Число Маха внешнего потока изменялось от 2 до 3. Число Рейнольдса Re варьировалось от 500 до 10 000. В процессе расчета задачи для всех вариантов параметров внешнего потока в вышеуказанном диапазоне наблюдался выход решения на стационарный режим.



Фиг. 3



Фиг. 4

В процессе расчета устанавливается качественная картина течения, хорошо известная по многочисленным работам. Качественная картина течения представлена на фиг. 1, где приведена картина линий постоянного давления и положение зоны возвратного течения, полученные в результате расчета. На фиг. 1 показаны реализующиеся в процессе расчета волна разрежения K и область сжатия S . В волне разрежения давление падает от $p=1$ до $p=0,47$. В области сжатия давление повышается по мере продвижения по продольной координате x от $p=0,47$ до $p=0,98$. Качественная картина течения отражена на фиг. 2, где изображено изменение профиля продольной составляющей вектора скорости в зависимости от продвижения по продольной координате x . На фиг. 1, 2 штриховой линией нанесено положение зоны возвратного течения. Качественная картина течения удовлетворительно совпадает с результатами [1–5]. Это дает основание полагать, что постановка и решение данной модельной задачи в целом правильно отражает структуру течения.

Особый интерес представляет собой процесс выхода решения на стационарный режим с начальных данных, соответствующих параметрам сверхзвукового невозмущенного набегающего потока. В качестве параметра, характеризующего процесс выхода решения на стационарный режим, выбирается время установления течения. За безразмерное время принято время, деленное на высоту уступа h и умноженное на скорость невозмущенного потока. В качестве устанавливающейся величины принимается давление в донной области. Характерное время установления определяется следующим образом. На фиг. 3 представлена зависимость величины A ($A = \lg(p/p_a)$, где p_a — установившееся среднее донное давление) от величины $\lg t$. Если процесс выхода на стационарный режим отображен подобным способом, то можно выделить три характерных этапа процесса установления: I этап — прохождение начальных возмущений, II этап — основной этап установления, III этап — завершающий этап установления. Характерное время установления τ^* определяется по абсциссе точки пересечения линейной функции, характеризующей II этап, с осью абсцисс (фиг. 3). На фиг. 4 кривая 1 представляет зависимость характерного времени установления τ^* от величины $1/\sqrt{Re}$. С ростом величины \sqrt{Re} характерное время установления τ^* уменьшается. В диапазоне чисел Рейнольдса от $Re=1000$ до $Re=5000$ характерное время установления ведет себя как почти линейная функция величины $1/\sqrt{Re}$. Следует заметить, что с ростом числа Re величина завершающего этапа установления (III этап, фиг. 3) также уменьшается.

Также исследовалось влияние числа Маха внешнего потока на характерное время установления. С ростом числа M_∞ величина τ^* убывает по почти линейному закону. Влияние числа Маха внешнего потока и числа Рейнольдса задачи на характерное время установления может быть

выражено обобщающей формулой, полученной из результатов численных экспериментов:

$$\tau^* = 10,7[1 - 0,14(M_\infty - 2)] \left[1 + 19,45 \left(\frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} - \frac{1}{\sqrt{10^3}} \right) \right] \quad (2.1)$$

Обобщающая формула приведена для диапазона $2 \leq M_\infty \leq 3$, $1000 \leq \text{Re} \leq 5000$.

Также интересным является вопрос о соотношении между схемной и физической вязкостью задачи. Здесь была проведена следующая оценка. При достаточно больших числах Re выполняются гипотезы Прандтля для ламинарного пограничного слоя. Свободный слой смешения после срыва с уступа развивается так же, как и пограничный слой, т. е. толщина слоя смешения представляет собой величину $\delta \sim 1/\sqrt{\text{Re}}$. Эта зависимость нарушается тогда, как только схемная вязкость начинает преобладать над физической. На фиг. 4 кривая 2 представляет собой зависимость толщины слоя смешения δ , взятой в характерном сечении как функции от величины $1/\sqrt{\text{Re}}$. В диапазоне чисел Re от 1000 до 5000 величина δ меняется по линейному закону. При $\text{Re} > 5000$ линейный закон развития слоя смешения нарушается. Следовательно, при $\text{Re} > 5000$ схемная вязкость начинает преобладать над физической для выбранного шага сетки. Это объясняет отход точек, соответствующих числу $\text{Re} = 10\,000$ на кривых 1, 2 на фиг. 4, от линейного закона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения. Т. 3. Пер. с англ. М.: Мир, 1973. 333 с.
2. Швец А. И., Швец И. Т. Газодинамика ближнего следа. Киев: Наук. думка, 1976. 382 с.
3. Тагиров Р. К. Экспериментальное исследование отрывных течений за плоским уступом при $M = 1,97$ // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 153–157.
4. Браиловская И. Ю. Течение в ближнем следе // Докл. АН СССР. 1971. Т. 197. № 3. С. 542–544.
5. Мышенков В. И. Численные исследования течения вязкого газа в следе плоского тела // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1972. № 3. С. 673–685.
6. Лузянина Т. Б., Пасконов В. М. Расчет осесимметричных течений вязкого газа в ближнем следе за телами с кормой сложной формы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 2. С. 31–37.
7. Бондарев А. Е. Численное исследование обтекания плоского обратного уступа сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа: Препринт № 16. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР, 1988. 22 с.
8. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 285 с.

Москва

Поступила в редакцию
10.VI.1988