

УДК 533.6.011.5

БОРЩ В. Л., КРАВЕЦ В. В.

ОТРЫВНОЕ ОБТЕКАНИЕ ВОГНУТОГО КОНИЧЕСКОГО КРЫЛА  
С БОЛЬШОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ КРИВИЗНОЙ ПОД НЕБОЛЬШИМИ  
УГЛАМИ АТАКИ

В [1] экспериментально изучена интерференция сверхзвуковых потоков на вогнутой стороне конических крыльев при различных значениях поперечной кривизны и углов атаки. Для детализации структуры интерференционного течения проведено численное моделирование ламинарного обтекания модели крыла в виде половины поверхности кругового конуса с углом при вершине  $2\theta_k=34^\circ$  в рамках квазиконического приближения для трехмерных уравнений Навье – Стокса [2]. При таком допущении, подтверждаемом анализом экспериментальных данных [1], установлено, что вытеснение внешнего невязкого течения из-за интенсивного срыва потока за передними кромками приводит к схемам обтекания, подобным тем, которые реализуются на V-крыльях с изломом поперечного контура [3]. Для ненулевых углов атаки под областями первичного отрыва, расположенными на затененных участках вогнутой стороны и имеющими сплюснутую форму, обнаружен слабый вторичный отрыв.

1. Уравнения и метод решения. Упрощение [2] сводит трехмерную задачу обтекания вогнутого конического крыла к двумерной на поверхности сферы радиуса  $R$  с центром в вершине крыла (фиг. 1, а), описываемую следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \sum_{m=1}^3 \left\{ a_m^i V_m + \sum_{i=2}^3 a_m^i \frac{\partial (F_m - V_m)}{\partial \xi^i} \right\} = 0 \quad (1.1)$$

$$Q = (\rho, \rho u_i, e)^T$$

$$F_m = (\rho u_m, \rho u_i u_m + p \delta_{im}, (e+p) u_m)^T$$

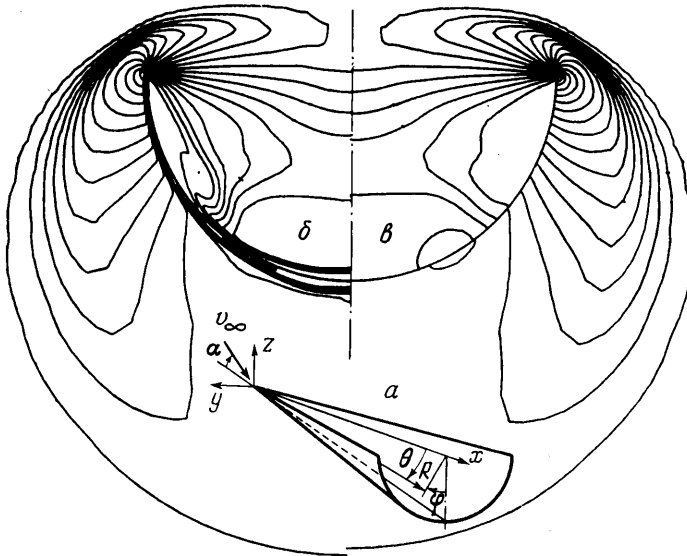
$$V_m = \left( 0, \tau_{mi}, \sum_{i=1}^3 u_i \tau_{mi} + q_m \right)^T$$

$$\tau_{mi} = -\frac{2}{3} \frac{\mu}{\text{Re}} \left( \sum_{j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \delta_{mi} + \frac{\mu}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_m}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right)$$

$$q_m = \frac{\gamma \mu}{\text{Pr Re}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_m}, \quad i, m=1, 3, \quad \mu = [\gamma(\gamma-1) M_\infty^2 \varepsilon]^\circ$$

$$p = (\gamma-1) \rho \varepsilon, \quad e = \rho \left( \varepsilon + \frac{1}{2} V^2 \right), \quad V^2 = \sum_{i=1}^3 u_i^2$$

$$\frac{\partial}{\partial x_m} = \sum_{i=2}^3 a_m^i \frac{\partial}{\partial \xi^i}, \quad a_m^1 = \frac{\partial \xi^1}{\partial x_m}, \quad a_m^i = \xi^1 \frac{\partial \xi^i}{\partial x_m}, \quad i=2, 3$$



Фиг. 1

$$\xi^1=R, \xi^2=\eta, \xi^3=\zeta$$

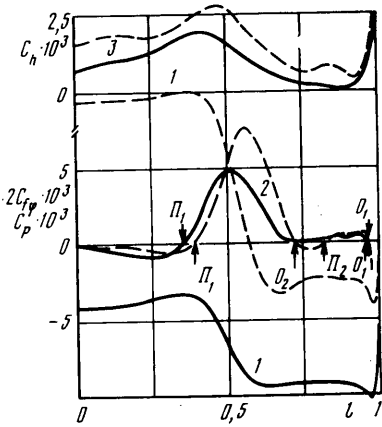
$$x_1=R \cos \theta, x_2=R \sin \theta \sin \varphi, x_3=-R \sin \theta \cos \varphi$$

$$\varphi=\varphi(\eta), \theta=\theta(\zeta)$$

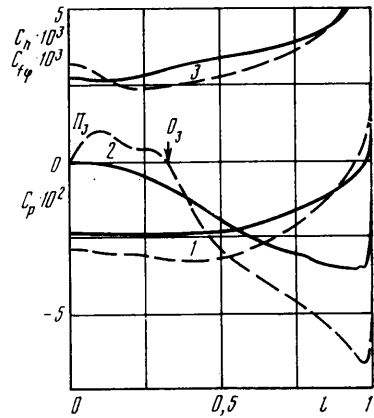
В (1.1)  $\rho$  — плотность;  $u_m$  — компоненты вектора скорости газа в базовой декартовой системе координат  $x_1=x, x_2=y, x_3=z$  с началом в вершине крыла (фиг. 1, а);  $\varepsilon$  — внутренняя энергия единицы массы газа;  $e$  — полная энергия единицы объема;  $p$  — давление;  $\gamma=1,4$  — показатель адиабаты;  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости;  $M_\infty, Pr=0,72, Re = \rho_\infty V_\infty R / \mu_\infty$  — числа Маха, Прандтля и Рейнольдса;  $\delta_{mi}$  — символ Кронекера. Величины  $\rho, u_m, \varepsilon, e, p, \mu$  отнесены соответственно к  $\rho_\infty, V_\infty, V_\infty^2, \rho_\infty V_\infty^2, \rho_\infty V_\infty^2, \mu_\infty$ ; индекс  $\infty$  относится к размерным величинам в набегающем потоке.

Обтекание крыла без скольжения симметрично относительно плоскости  $y=0$ , поэтому можно ограничиться рассмотрением области  $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$  (фиг. 1, а). На поверхности крыла ( $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ ) задаются граничные условия прилипания  $u_m=0$  и охлаждения для совершенного газа с постоянными теплоемкостями:  $\varepsilon_w = \sigma \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  — внутренняя энергия торможения,  $\gamma(\gamma-1)M_\infty^2 \varepsilon_0 = 1 + 1/2(\gamma-1)M_\infty^2$ ,  $\sigma$  — числовой коэффициент. Для вычисления давления используется приближенное уравнение количества движения в проекции на нормаль к поверхности  $\partial p / \partial \theta = 0$ . Плотность определяется из уравнения состояния совершенного газа, которое входит в число замыкающих систему (1.1) соотношений, по найденным значениям внутренней энергии и давления.

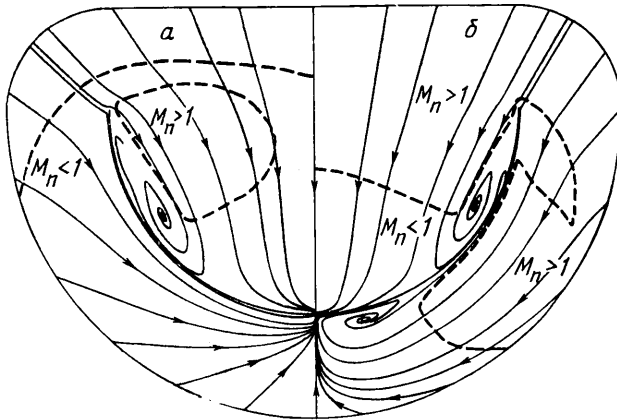
Острой передней кромке крыла соответствуют три узла разностной сетки, рассматриваемых как предельные положения трех различных точек ( $\varphi=90^\circ, \theta=\theta_k-0$ ), ( $\varphi=90^\circ, \theta=\theta_k+0$ ) и ( $\varphi=90^\circ+0, \theta=\theta_k$ ). В двух первых узлах, один из которых расположен на вогнутой стороне крыла, а другой на выпуклой, газодинамические параметры рассчитываются так, как описано выше, а для третьего отличие состоит в использовании для вычисления давления уравнения количества движения в проекции на направление  $\varphi$ , которое для рассматриваемой модели крыла совпадает с четвертым уравнением системы (1.1).



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

На внешней границе расчетной области, включающей все возмущенное поле течения, задаются значения газодинамических параметров набегающего потока.

В окрестности точки  $\theta=0$ , где уравнения (1.1) имеют особенность вида  $1/\sin \theta$  в коэффициентах, осуществляется локальный переход к сферической системе координат с отсчетом меридионального угла от положительного направления оси  $z$ .

Система уравнений (1.1) численно интегрируется на равномерной по преобразованным переменным  $\eta$  и  $\zeta$  сетке до установления по временной переменной  $t$  с помощью схемы предиктор-корректор второго порядка точности [4]. Сходимость к стационарному решению контролируется по динамике изменения плотности в расчетной области и поля направлений предельных линий тока на поверхности крыла.

Функции  $\varphi=\varphi(\eta)$  и  $\theta=\theta(\zeta)$  в (1.1) управляют сгущением узлов сетки по  $\varphi$  к передней кромке ( $\varphi=90^\circ$ ) и по  $\theta$  к поверхности крыла ( $\theta=\theta_k$ ). Коэффициенты  $a_m^i$  вычисляются в крайних узлах шаблона схемы [4] с учетом выбора односторонних разностных операторов, перебираемых циклически на шагах предиктор и корректор. Согласно [5], в этом случае схема [4] аппроксимирует систему уравнений (1.1) и в слабой дивергентной форме

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \sum_{i=2}^3 \frac{\partial}{\partial \xi^i} \sum_{m=1}^3 a_m^i (F_m - V_m) + \sum_{m=1}^3 \left\{ a_m^i V_m - (F_m - V_m) \sum_{i=2}^3 \frac{\partial a_m^i}{\partial \xi^i} \right\} = 0$$

что важно при сквозном расчете скачков уплотнения.

Ниже представлены некоторые результаты расчетов, полученные при  $M_\infty=3$ ,  $Re=10^5$ ,  $\omega=0,76$  и  $\sigma=0,5$  для углов атаки  $\alpha=0, 5$  и  $10^\circ$ , отсчитываемых от корневой хорды крыла. На фиг. 1 показаны линии равной плотности ( $b$ ) и давления ( $c$ ) для  $\alpha=0$ , построенные в плоскости  $x=R$  в полярных координатах  $r=R \operatorname{tg} \theta$ ,  $\varphi$ . Распределения коэффициента давления  $C_p$  (кривые 1), коэффициента трения  $C_{f\varphi}$  (кривые 2), определенного по  $\varphi$ -составляющей вектора трения, и коэффициента теплопередачи  $C_h$  (кривые 3) на вогнутой (наветренной) стороне по размаху  $l=\varphi/90^\circ$  для углов атаки  $\alpha=0$  (сплошные линии) и  $10^\circ$  (штриховые) сравниваются на фиг. 2. Распределения  $C_p$ ,  $C_{f\varphi}$  и  $C_h$  на выпуклой (подветренной) стороне по размаху приведены на фиг. 3. Линии тока квазиконического течения в проекции на плоскость  $x=R$  (фиг. 4) для  $\alpha=0$  ( $a$ ) и  $10^\circ$  ( $b$ ) получены численным интегрированием следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\xi^i}{d\lambda} = \sum_{m=1}^3 a_m^i u_m(\xi^2, \xi^3), \quad i=2, 3 \quad (1.2)$$

**2. Отрывные течения.** Для рассмотренных углов атаки  $\alpha$  при  $M_\infty = 3$  передние кромки крыла сверхзвуковые, но реализуется режим обтекания с коническим головным скачком, присоединенным к вершине крыла и отсоединенным от его передних кромок, так как угол натекания по нормали к кромке  $\alpha_n$  превышает предельный угол поворота  $\theta_*$  потока с числом  $M_n$ :

$$\alpha_n = \arccos(1/\sqrt{1 + \sin^2 \theta_k \operatorname{ctg}^2(\theta_k + \alpha)}) \quad (2.1)$$

$$M_n = M_\infty \sin(\theta_k + \alpha) \sqrt{1 + \sin^2 \theta_k \operatorname{ctg}^2(\theta_k + \alpha)}$$

Значения  $\alpha_n$ ,  $M_n$  и  $\theta_*$ , соответствующие числу  $M_\infty=3$ , приведены ниже:

$\alpha^\circ$	0	5	10
$\alpha_n^\circ$	43,7	35,9	29,9
$M_n$	1,2	1,4	1,6
$\theta_*^\circ$	4,3	9,1	13,9

На вогнутой (наветренной) стороне крыла при огибании острой передней кромки конически дозвуковой поток ускоряется с появлением минимума коэффициента давления  $C_p$ . В направлении корневой хорды создается положительный градиент давления, и поток отрывается в точке  $O_1$ , положение которой определяется из условия  $C_{f\varphi}=0$  (фиг. 2) в соответствии с допущением о квазиконичности течения. Расположение точки отрыва за передней кромкой на основании анализа экспериментальных данных по обтеканию плоских стреловидных крыльев в [6] связывают с числом  $M_n$  и углом атаки  $\alpha_n$  в плоскости, нормальной передней кромке. Для вогнутого крыла при  $M_\infty=3$  значения  $M_n$  и  $\alpha_n$ , приведенные выше, удовлетворяют условиям безотрывного обтекания передней кромки [6].

Положение точки присоединения  $\Pi_1$  определяется аналогично. За точкой  $\Pi_1$  поток продолжает двигаться к корневой хорде. Перед точкой присоединения происходит его разворот в направлении передней кромки, и под оторвавшимся вязким слоем, который на фиг. 1 заметен по сгущению линий равной плотности в области постоянного давления за передней кромкой, формируется возвратное течение. С увеличением  $\alpha$  за счет повышения давления в окрестности точки присоединения скорость растекания потока возрастает. Этому соответствуют более высокие значения коэффициента трения  $C_{f\varphi}$  и появление местного минимума коэффициента давления  $C_p$  перед точкой присоединения. При движении возвратного течения к точке первичного отрыва  $O_1$  вследствие противодействия происходит вторичный отрыв потока, зафиксированный при  $\alpha=5$  и  $10^\circ$ . В точках вторичного отрыва  $O_2$  и присоединения  $\Pi_2$  коэффициент трения

$C_{1\varphi}$  меняет знак (фиг. 2). Отметим, что на возможность возникновения внутренней зоны вторичных отрывных течений указывалось в [1].

На выпуклой (подветренной) стороне крыла поток за передней кромкой ускоряется в направлении корневой хорды, а коэффициенты давления и теплопередачи резко уменьшаются (фиг. 3). Под влиянием торможения внешнего вязкого потока вблизи плоскости симметрии, а также под действием трения течение в пограничном слое постепенно замедляется. При нулевом угле атаки линии тока, близкие к поверхности крыла, лишь незначительно отклоняются от нее. В выполненных расчетах при  $\alpha=5$  и  $10^\circ$  зафиксирован отрыв потока в точке  $O_3$  с последующим присоединением в точке  $\Pi_3$  на корневой хорде (фиг. 3, 4, б). Поведение линий тока в окрестности корневой хорды напоминает обтекание подветренной стороны кругового конуса.

При присоединении потока в областях отрыва на затененных участках наветренной и подветренной сторон вогнутого конического крыла происходит возрастание коэффициента теплопередачи (фиг. 2, 3), аналогичное пику теплового потока под каждым вихрем на подветренной стороне плоского треугольного крыла [7].

В отличие от двумерных отрывных течений в рассматриваемом случае точки отрыва и присоединения  $O_1$  и  $\Pi_1$ ,  $O_2$  и  $\Pi_2$ ,  $O_3$  и  $\Pi_3$  квазиконического потока расположены на разных линиях тока, что связано с подводом массы газа в расширяющиеся вниз по потоку вдоль оси  $x$  области трехмерного отрыва открытого типа. Течение газа в этой области носит винтовой характер. На фиг. 4 ему соответствует сворачивание линии тока (1.2) в спиралевидные структуры.

Выявленные в численном эксперименте точки отрыва  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  и присоединения  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$ , а также точка разветвления потока на передней кромке (фиг. 4) являются особыми седловыми точками на поверхности или полуседловыми для уравнений линий тока (1.2). Точка стекания на корневой хорде с вогнутой стороны и аналогичная точка на выпуклой стороне при  $\alpha=0$  — узловые особые точки на поверхности (полуузлы), а центры спиралей в областях отрыва — особые точки типа «фокус». Эти особые точки подчиняются общей для течений вязкого газа около конических тел закономерности — топологическому правилу [8]

$$(\Sigma_N + 1/2 \Sigma_{N'}) - (\Sigma_S + 1/2 \Sigma_{S'}) = 0$$

где  $\Sigma_N$  — число фокусов и полных узлов,  $\Sigma_{N'}$  — число полуузлов,  $\Sigma_S$  — число полных седловых точек,  $\Sigma_{S'}$  — число полуседловых точек. Отметим, что в случае обтекания вогнутого конического крыла под небольшими углами атаки полные седловые и узловые особые точки отсутствуют.

**3. Скачки уплотнения.** На вогнутой стороне крыла, как и при обтекании плоского треугольного крыла со сверхзвуковыми передними кромками под большими углами атаки [9], конически дозвуковой поток за головным скачком, огибая острую кромку, ускоряется, переходит через звуковую линию (штриховая на фиг. 4), затем расширяется в централизованной волне Прандтля — Майера (фиг. 1) с последующим движением вдоль оторвавшегося вязкого слоя. Имеется аналогия между закритическим обтеканием профиля и вогнутой стороны крыла за передними кромками при  $\alpha=0$  (фиг. 4, а), так как вязкий слой, отделяющий циркуляционную зону отрывного течения, вытесняет втекающий в вогнутую область сверхзвуковой невязкий поток и по существу видоизменяет форму поверхности крыла.

При стекании сверхзвуковых невязких потоков с вязкого слоя в результате взаимодействия с центральной частью поверхности крыла образуется пара симметрично расположенных висячих скачков уплотнения, интенсивность которых связана с предварительными потерями полного давления на головном скачке. В результате вогнутое крыло обтекается сверхзвуковым потоком подобно  $V$ -крылу с изломом боковой поверхности

на режиме с образованием внутренних висячих скачков уплотнения в местах излома [3].

Численный эксперимент позволил установить динамику образования, сближения и слияния пары висячих скачков на вогнутом коническом крыле с ростом угла атаки  $\alpha$ . Из фиг. 1, 2 следует, что при  $\alpha=0$  реализуется режим обтекания с висячими скачками небольшой интенсивности с отрицательными значениями коэффициента давления  $C_p$  за ними. За головным скачком в центральной части вогнутой области крыла поток, как это следует из фиг. 4, а, остается конически дозвуковым. В соответствии с (2.1) по мере роста  $\alpha$  уменьшается угол атаки передней кромки  $\alpha_n$  и увеличивается число  $M_n$ . Поэтому головной скачок приближается к передним кромкам и уменьшается его влияние на вогнутую область. Поток в центральной части вогнутой области становится конически сверхзвуковым, а область волны расширения сужается. Сверхзвуковой поток, втекающий в вогнутую область с большей скоростью и меньшими потерями полного давления, вызывает появление одного, более мощного, изогнутого висячего скачка уплотнения, образующегося от слияния пары висячих скачков. Положение конической звуковой линии на фиг. 4, б в центральной части вогнутой области соответствует форме этого скачка при  $\alpha=10^\circ$ .

На выпуклой стороне крыла за отсоединенным головным скачком уплотнения при  $\alpha=0$  поток остается конически дозвуковым, поэтому при его торможении не происходит существенного повышения давления вблизи корневой хорды. По мере роста угла атаки здесь появляются местные области конически сверхзвукового течения, причем для  $\alpha=10^\circ$  размеры их значительны (фиг. 4, б). В такой области реализуется течение с невысокой сверхзвуковой скоростью поперечного течения ( $M_n \leq 1,3$ ) и дальнейшее торможение потока осуществляется в волнах сжатия, возникающих в месте утолщения пограничного слоя и отрыва потока вблизи корневой хорды, а не сопровождается образованием скачков уплотнения, как это происходит на вогнутой стороне при натекании конически сверхзвукового потока на центральную часть крыла. Отсутствие на подветренной стороне скачков уплотнения подтверждается распределениями коэффициента давления  $C_p$  (фиг. 3).

Проведение численного эксперимента позволило уточнить и дополнить новыми структурными элементами описанную в [4] схему обтекания вогнутого крыла в области отрыва за передними кромками и на подветренной стороне. Наличие мощного скачка уплотнения в вогнутой области крыла со стороны набегающего потока и отсутствие перетекания через кромки на подветренную (выпуклую) сторону с увеличением угла атаки дают основание для того, чтобы отнести рассмотренную несущую форму к классу волнолетов. Особенность вогнутого крыла состоит в том, что обтекание подветренной стороны с большой поперечной кривизной сопровождается появлением здесь области повышенного давления, снижающего величину подъемной силы, и теплового потока. В соответствии с установленной схемой обтекания вогнутого конического крыла становятся очевидными технические меры [10], которые следует предпринять для эффективного повышения несущих свойств за счет устранения или уменьшения протяженности локальных областей отрыва потока на вогнутой стороне за передними кромками и инициирования более раннего отрыва на выпуклой стороне.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кравец В. В., Швец А. И. Отрывные течения на вогнутом коническом крыле // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 83–91.
2. McRae D. S. A numerical study of supersonic viscous cone flow at high angle of attack // AIAA Paper. 1976. № 97. 11 p.
3. Кравец В. В. Реализуемые схемы регулярного пространственного пересечения двух плоских скачков уплотнения // Изв. вузов. Авиационная техника. 1973. № 3. С. 113–115.

4. *MacCormack R. W.* The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering // AIAA Paper. 1969. № 35. 6 p.
5. *Hindman R. G.* Generalized coordinate forms of governing fluid equations and associated geometrically induced errors // AIAA Journal. 1982. V. 20. № 10. P. 1359–1367.
6. *Stanbrook A., Squire L. C.* Possible types of flow at swept leading edges // Aeronaut. Quart. 1964. V. 15. № 1. P. 72–82.
7. *Боровой В. Я.* Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем. М.: Машиностроение, 1983. 141 с.
8. *Tobak M., Peake D. J.* Topology of two-dimensional and three-dimensional separated flows // AIAA Paper. 1979. № 1480. 29 p.
9. *Булах Б. М.* Нелинейные конические течения газа. М.: Наука, 1970. 343 с.
10. *Чжен П.* Управление отрывом потока: Экономичность, эффективность, безопасность: Пер. с англ. М.: Мир, 1979. 552 с.

Днепропетровск

Поступила в редакцию  
4.1.1988