

УДК 532.526.3

О ФОРМИРОВАНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ СУБГАРМОНИЧЕСКОГО РЕЖИМА ПЕРЕХОДА В ПОТОКЕ БЛАЗИУСА

ЗЕЛЬМАН М. Б., МАСЛЕННИКОВА И. И.

Исследуются особенности формирования углов пространственной структуры при субгармоническом типе перехода в пограничном слое Блазиуса. Показано, что наблюдаемая структура обусловлена селекцией пространственно-симметричной пары волн Толлмина — Шлихтинга при параметрическом резонансе фоновых возмущений в присутствии индуцированного колебания.

В экспериментах с вибрирующей ленточкой в пограничном слое установлено существование субгармонического режима перехода к турбулентности [1–4]. Его характеризуют возбуждение субгармоники задаваемой частоты и угловая пространственная структура в плоскости стенки. Эффекты перехода находят объяснение в рамках нелинейной теории устойчивости [5–10]. Ведущая роль отводится резонансному взаимодействию волн Толлмина — Шлихтинга. Поведение основных составляющих структуры и спектра на начальной стадии моделируется эволюцией изолированной симметричной триады — синхронизированной тройкой волн Толлмина — Шлихтинга.

Формирование такой триады происходит вследствие параметрического усиления низкочастотных фоновых возмущений в поле индуцированной двумерной волны. Осуществляются попарные резонансы пространственных волн. Степень их усиления зависит от частотно-волновых параметров. В пограничном слое Блазиуса это вызывает селекцию пары с симметричными относительно направления потока волновыми векторами и удвоенными по сравнению с колебанием ленточки периодами. В такой системе достигается максимум резонансной связи с двумерной волной и, как следствие, пик в распределении инкрементов накачки. Амплитуды симметричных возмущений выравниваются. В условиях однородного фона пик скоростей нарастания обеспечивает выделение по интенсивности субгармоники и соответствующих волновых фронтов, которые визуализируются как структура.

Правило формирования основной триады — существенная часть проблемы перехода. Особую актуальность ей придали сомнения, возникшие относительно природы возмущений в триаде. Имеется представление о том, что максимальный рост субгармонических волн Толлмина — Шлихтинга достигается в крайковских триадах (*C*-механизм), для которых выполняются точно условия фазового синхронизма

$$\omega_1 = 2\omega_2 = 2\omega_3, (\alpha_1, 0) = (2\alpha, 0)$$

$$(\alpha_2, \beta_2) = (\alpha_3, -\beta_3) = (\alpha, \beta)$$

где ω_j и (α_j, β_j) — частота и волновой вектор плоской ($j=1$) и пространственных ($j=2, 3$) волн [3, 4, 11, 12]. В течении Блазиуса эти условия реализуются практически независимо от ω_j и R при $|\beta/\alpha| \approx 1$. Между тем в прямых и численных экспериментах с увеличением интенсивности волны накачки замечено увеличение структурных углов $\Phi = \arctg |\beta/\alpha| (|\beta/\alpha| > 1)$. Расширяется диапазон векторов $(\alpha, \pm\beta)$ параметрически неустойчивых пар.

Было сделано предположение, что такое поведение противоречит не только *C*-механизму, но и закономерностям эволюции триад в целом. Альтернативой являлось возбуждение вихрей сквайровской моды (*H*-механизм) [4, 12]. На недостаточную обоснованность гипотезы указывалось в [5, 8–10, 13]. В частности, было показано увеличение структурных углов и существование конечного диапазона $|\beta/\alpha|$ неустойчивых волн Толлмина — Шлихтинга [8–10]. Однако детального изучения эволюции в области формирования структуры не проводилось. Последнее представляет цель настоящей работы. Обсуждается также связь с опытными данными и универсальность механизма резонансного взаимодействия волн Толлмина — Шлихтинга в симметричных триадах.

В рамках слабонелинейной теории безразмерное поле скоростей возму-

щений пограничного слоя Блазиуса представляется в форме

$$u_0 = (U, 0, 0) + \varepsilon(u, v, w) + o\left(\frac{1}{R}\right)$$

где $U(y)$ — профиль Блазиуса, $\varepsilon \ll 1$; возмущение $(u, v, w) = f(x, y, z, t)$ определяется из системы

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial \Delta}{\partial x} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\Delta^2}{R}\right)v = \varepsilon N_1 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\Delta}{R}\right)\eta = -\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} \varepsilon N_2 \quad (2)$$

$$(v, \eta) = 0 \quad (y=0), \quad (v, \eta) < \infty \quad (y \rightarrow \infty) \\ (v, \eta) = (v_0, \eta_0) \quad (t=0)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Явные выражения для нелинейных членов $N_{1,2}$ приведены в [7]. Решение системы (1), (2) ищем в виде

$$(v, \eta) = \sum_{j=1}^3 B_j e^{\gamma_j t} (v_j, \eta_j) e^{\theta_j} + o(\varepsilon) \quad (3)$$

$$\theta_j = \int \alpha_j dx + \beta_j z - \omega(\alpha_j, \beta_j) t$$

где θ_j , $\gamma_j = \gamma(\alpha_j, \beta_j)$, $v_j(y)$, $\eta_j(y)$ определяются из уравнений Орра — Зоммерфельда. Индекс j соответствует волне Толлмина — Шлихтинга с вектором (α_j, β_j) . Для упоминавшихся симметричных триад

$$(\alpha_1, \beta_1 = 0), (\alpha_2, \beta_2) = (\alpha_3, -\beta_3)$$

$$\frac{\omega_1}{2} = \omega_2 = \omega_3, \quad \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$$

справедлива система амплитудных уравнений

$$\left(V_1 \frac{\partial}{\partial x} - \gamma_1\right) A_1 = S_1 A_2 A_3 h_+ \quad (4)$$

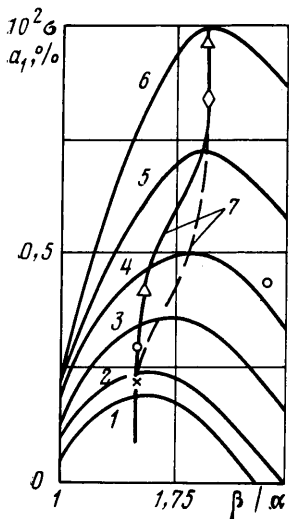
$$\left(V \frac{\partial}{\partial x} - \gamma\right) A_{2,3} = S A_1 A_{3,2}^* h_- \quad (5)$$

$$A_{j0} = A_j(x=0), \quad A_j = B_j e^{\gamma_j t}$$

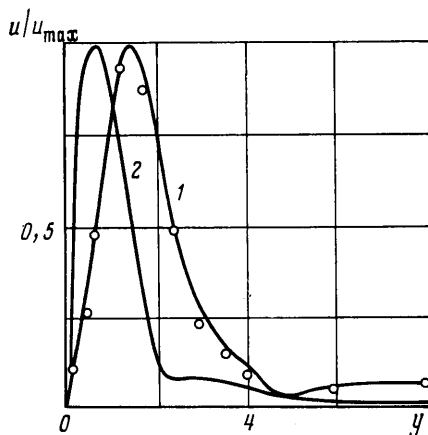
$$h_{\pm} = \frac{1}{XZT} \int_0^x \int_0^z \int_0^t e^{\mp i(\theta_1 - \theta_2 - \theta_3)} dx dz dt$$

$$\varepsilon^{-1} > \alpha X, \beta Z, \omega T \gg 1$$

В условиях эксперимента с вибрирующей ленточкой можно считать, что $\partial B_j / \partial z = \partial B_j / \partial t = 0$, при этом размерные величины частоты и z -компоненты волнового вектора сохраняются. Величины V_1, V, S, S_1 выражаются через решения прямой и сопряженной задач Орра — Зоммерфельда и вместе с h_{\pm} зависят от углов распространения Φ .



Фиг. 1



Фиг. 2

В области параметрического развития ($|A_1| > |A_{2,3}|$) инкремент косых волн ($A_2 = A_3 = A$)

$$\sigma = \frac{d}{dx} \ln |A| = \text{Real} \left(\frac{\gamma + Sh_- A_1}{V} \right)$$

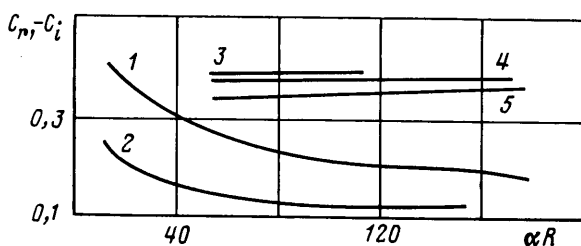
Отклонение от линейного закона становится существенным при $|A_1| \gtrsim a_c = |\gamma / Sh_-|$. Результаты расчетов показали, что функция $\sigma = \sigma(\beta/\alpha, A_1)$ с высокой точностью инвариантна относительно ω_1 и R . Вид распределения $\sigma(\beta/\alpha)$ при различных $|A_{10}|$ (кривые 1–6) показан на фиг. 1. При $|A_{10}| > a_c$ типичная колоколообразная форма обусловлена поведением коэффициентов Sh_- : $h_- \rightarrow 0$, $S < \infty$ при $\beta/\alpha \rightarrow \infty$, $|h_-| \rightarrow \mu < 1$, $S \rightarrow 0$ при $\beta/\alpha \rightarrow 0$.

Точный резонанс ($|h_-| = 1$) имеет место при $|\beta/\alpha| \approx 1$ (C-триада), что приводит к локализации $\sigma_m = \max \sigma(\beta/\alpha)$ вблизи угла $\Phi_m = \Phi(\sigma_m) \approx 45^\circ$ при малых надкритических значениях $|A_{10}| \approx a_c$. При увеличении амплитуды волны накачки вследствие прямой зависимости S от β/α , σ_m смещается в область больших углов, где выходит на асимптоту при $|\beta/\alpha| \approx 2$. Одновременно расширяется диапазон углов Φ , внутри которого $\sigma > 0$. Последние эффекты — прямой результат уменьшения чувствительности σ к «зарезающей» роли h_- при $|A_1 Sh_-| > |\gamma|$.

В рамках сформулированной модели образования структуры углы, визуализируемые при переходе, соответствуют Φ_m . Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей угловой структуры от величины амплитуды двумерной волны в точке верхней ветви нейтральной кривой a_1 представлено на фиг. 1. Сплошная и штриховая линии 7 отвечают расчету $\text{tg } \Phi_m$ с учетом поправок на непараллельность потока и без него. Точками обозначены результаты измерений [2–4]. Видна высокая степень соответствия данных. То же справедливо в отношении формы локального (по R) распределения $u_{2,3}(y, \Phi_m)$. Пример расчета (кривая 1) и соответствующих измерений [3] при $R = 1050$, $\text{tg } \Phi_m = 2$ и частотном параметре $F = 124 \cdot 10^{-6}$ представлен на фиг. 2.

Полученные зависимости практически совпадают также с данными численных экспериментов по вторичной неустойчивости [12, 14] и таким образом опровергают аргументы в пользу неуниверсальности механизма резонансного взаимодействия волн Толлмина — Шлихтинга в триадах.

Источником введения C- и H-типов процессов, по-видимому, явилось ошибочное отождествление условий точного синхронизма (C-триады) с



Фиг. 3

достижением максимума скоростей параметрического роста субгармонических волн Толлмина — Шлихтинга. Для анализа эффективности H -механизма (вклада сквайровских вихрей) в формирование перехода решалось линейризованное уравнение (2) при $v=0$ и однородных граничных условиях. Кривые 1 и 2 на фиг. 3 демонстрируют поведение реальной и мнимой частей фазовой скорости $(\omega_s + i\gamma_s)/\alpha_s = C_r + iC_i$, которые с точностью $o(1/R)$ инвариантны относительно β . Видно, что имеет место интенсивное затухание ($|\omega_s| \approx -\gamma_s > 0$) во всем диапазоне чисел R , где волны накачки неустойчивы. Система далека от резонанса

$$|\omega_1(2\alpha) - 2\omega_s(\alpha)| \sim |\gamma_s(\alpha)| \sim |\omega_s|$$

Кривые 3–5 на фиг. 3 отвечают параметру ω_1/α_1 растущих плоских волн Толлмина — Шлихтинга при $F_1 = 145 \cdot 10^{-6}$; $115 \cdot 10^{-6}$; $68 \cdot 10^{-6}$. Наконец, наблюдаемый локальный профиль $|u(y, R)|$ (фиг. 2, кривая 1) заметно отличается от сквайровского $|u_s(y, R)|$ (фиг. 2, кривая 2), рассчитанного при тех же ω , R . Заметим также, что, согласно результатам расчетов, при одинаковой интенсивности возбуждения

$$|\max \eta| = |\max \eta_s|, \max |u_s| \ll 0,1 \max |u|$$

т. е. относительный вклад сквайровских возмущений в фоновые пульсации мал.

Невыполнение условий $|\gamma_s| \ll \omega_s$ не позволяет непосредственно исследовать H -механизм в рамках слабонелинейной теории. Тем не менее на основании изложенного выше, участие сквайровских вихрей в процессе субгармонического перехода не представляется вероятным. В то же время анализ резонансного взаимодействия волн Толлмина — Шлихтинга дает адекватный ответ по всем пунктам возражений. Механизм формирования структуры потока носит универсальный характер и связан с селекцией симметричных триад. C -триады являются частным случаем его проявления при малых надкритических интенсивностях индуцированной волны.

В заключение отметим, что указанная модель структурирования может стать неприемлемой в градиентных пограничных слоях, где Φ_m зависят от значений R , а также при существенной неоднородности фонового спектра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Нелинейное развитие волны в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 3. С. 49–58.
2. Козлов В. В., Левченко В. Я., Сарик В. С. Образование трехмерных структур при переходе в пограничном слое: Препринт № 10–83. Новосибирск. ИТПМ СО АН СССР, 1983.
3. Качанов Ю. С., Левченко В. Я. Резонансное взаимодействие возмущений при переходе к турбулентности в пограничном слое: Препринт № 10–82. Новосибирск. ИТПМ СО АН СССР, 1982. (См. также: Качанов Ю. С., Левченко В. Я. The resonant interaction of disturbances at laminar turbulent transition in a boundary layer // J. Fluid Mech. 1984. V. 138. P. 209–247.
4. Saric W. S., Thomas A. S. W. Experiments on the subharmonic route to turbulence in boundary layers // Turbulence and Chaotic, Phenomena in Fluids. North-Holland, 1984. P. 117–122.

5. *Craik A. D. D.* Resonant interactions in shear flows // Laminar-Turbulent Transition. Symposium, Novosibirsk, USSR, July 9–13, 1984. Springer-Verlag, 1985. P. 1–7.
6. *Герценштейн С. Я., Штемлер Ю. М.* Нелинейное развитие возмущений в пограничных слоях и их устойчивость // Докл. АН СССР. 1977. Т. 234. № 6. С. 1277–1280.
7. *Володин А. Г., Зельман М. Б.* Трехволновое резонансное взаимодействие возмущений в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 5. С. 78–84.
8. *Зельман М. Б., Масленникова И. И.* Об эффектах резонансных взаимодействий волновых возмущений в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 4. С. 23–30.
9. *Maslennikova I. I., Zelman M. B.* On subharmonic-type laminar-turbulent transition in boundary layer // Laminar-Turbulent Transition. Symposium, Novosibirsk, USSR. July 9–13, 1984. Springer-Verlag, 1985. P. 21–28.
10. *Зельман М. Б., Качанов Ю. С., Левченко В. Я. и др.* Исследование нелинейных механизмов ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое // Аннот. докладов VI Всесоюз. съезда по теоретической и прикладной механике, Ташкент, 24–30 сент., 1986. Ташкент, 1986. С. 293.
11. *Craik A. D. D.* Nonlinear resonant instability in boundary layers // J. Fluid Mech. 1971. V. 50. № 2. P. 393–413.
12. *Herbert T.* Secondary instability of plane shear flows theory and application // Laminar-Turbulent Transition. Symposium, Novosibirsk, USSR, July 9–13, 1984. Springer-Verlag, 1985. P. 9–20.
13. *Smith F. T., Stewart P. A.* The resonant-triad nonlinear interaction in boundary-layer transition // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 227–252.
14. *Spalart Ph. R., KyungSoo Jang.* Numerical study of ribbon-induced transition in Blasius flow // J. Fluid Mech. 1987. V. 178. P. 345–365.

Новосибирск

Поступила в редакцию
1. II. 1988