

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЗАЗОРЕ

БОРИСЕВИЧ В. Д., ЮПАТОВ С. В.

Решению задачи о течении разреженного газа в цилиндрическом зазоре (т. н. цилиндрическое течение Куэтта) в случае, когда внешний цилиндр покоится, а внутренний вращается со скоростью, не слишком отличающейся от скорости звука, посвящен ряд работ [1–3]. В настоящей работе численное решение указанной задачи получено методом прямого статистического моделирования по схеме Г. Берда для различных величин зазора и режимов течения, соответствующих значениям числа Маха $M=1-4$ и числа Кнудсена $Kn=0,1-1,0$. Аналитическое исследование течений газа при умеренных числах Кнудсена связано со значительными трудностями, вызванными необходимостью решения нелинейного интегродифференциального уравнения Больцмана. Решение этого уравнения получено лишь в простейших случаях. Модельные решения и решения, найденные путем линеаризации функции распределения, основываются на различных допущениях о характере течения, что накладывает существенные ограничения на область их применения. Так, решение цилиндрической задачи Куэтта в указанной выше постановке получено при предположении об изотермичности течения газа, что справедливо для скоростей вращения, соответствующих числам Маха $M=\omega R_1/\sqrt{\gamma RT_0}<1$ [1]. Здесь ω – угловая скорость вращения внутреннего цилиндра, R_1 – его радиус, γ – показатель адиабаты, T_0 – температура покоящегося газа, R – газовая постоянная. Решение для плоского течения Куэтта, являющегося предельным случаем цилиндрического при достаточно малом зазоре, теряет смысл при $M \geq (16/\gamma)^{1/2}$ [4]. Дальнейшее увеличение скорости вращения цилиндра делает задачу сильно нелинейной и построение аналитического решения становится невозможным.

Для решения целого класса задач при минимуме допущений о характере течения в диапазоне чисел Кнудсена $Kn=0,1-1,0$ широкое применение нашел метод прямого статистического моделирования реального газа конечным числом модельных частиц. При этом поле течения разбивается на ячейки с размерами, соизмеримыми со средней длиной свободного пробега молекул в газе λ [5]. Анализ возможностей указанной схемы проведен в [6], а ее дальнейшее развитие осуществлено в [6, 7]. Сравнение результатов расчета плоского течения Куэтта по схеме [7] с аналитическим решением [4] показало их хорошее совпадение по скорости потока и тензору вязких напряжений и заметное различие по температуре, плотности и тепловому потоку [8].

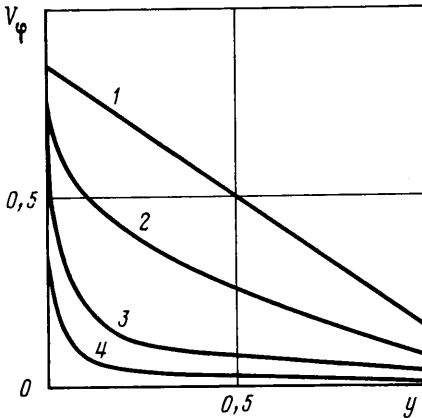
1. Постановка задачи и метод расчета. В работе исследовано течение газа при умеренных числах Кнудсена для различных размеров цилиндрического зазора в случае, когда внутренний цилиндр вращается со сверхзвуковой скоростью, а внешний покоится. Наличие осевой симметрии и предположение о большой длине цилиндров позволило рассмотреть характеристики течения в зависимости только от радиальной координаты. Температура обоих цилиндров принималась одинаковой и равной T_0 . Такой же была и начальная температура покоящегося газа. При моделировании межмолекулярного взаимодействия была взята «модель твердых сфер», для которой длина свободного пробега молекул $\lambda=1/\sqrt{2}n\sigma$, где n – концентрация молекул, $\sigma=\pi d^2$ – сечение взаимодействия модельных частиц, d – диаметр частиц. Со стенками взято полностью диффузное взаимодействие частиц. За единицу длины в расчетах принят радиус внешнего цилиндра R_0 , за единицу скорости наиболее вероятная скорость движения молекул $v_b=\sqrt{2RT_0}$, за единицу температуры – температура покоящегося газа T_0 .

Расчет проводился по схеме [5], основным достоинством которой является ее быстрое действие (время счета пропорционально количеству модельных частиц). Поле течения разбивалось на 20 ячеек по радиусу, так что при общем количестве частиц, равном 8000, в каждой ячейке находилось $N \sim 400$ частиц. Это позволило практически избежать указанного в [6] недостатка схемы, связанного с зависимостью расчетных величин от числа частиц в ячейках. Время счета одного варианта слабо зависело от скорости вращения цилиндра и при временном шаге $0,1 t_\lambda$ ($t_\lambda=\lambda/v_b$) статистическая ошибка снижалась до 1–2% за 15 мин. для $Kn=1,0$ и за 60 мин. для $Kn=0,1$ на ЭВМ ЕС-1045. Здесь и далее число Кнудсена определялось в покоящемся газе как $\lambda/(R_0-R_1)$. Тестирование задачи для $M=1,0$ и различных чисел Kn дало хорошее совпадение с данными [7].

2. Результаты расчетов. Исследование влияния разрежения газа на течение между цилиндрами при $M=1$ и фиксированной величине зазора $\delta=(R_0-R_1)/R_1=0,5$ подробно изложено в [2]. Как показали расчеты авторов, при других числах M поведение параметров течения с изменением степени разрежения газа в указанном выше диапазоне принципиально не менялось. Поэтому в настоящей работе основное внимание уделено изучению влияния на течение параметра M и величины относительного зазора δ при фиксированных числах Kn . Для чисел $Kn \gg 1$ в [3] получено решение

для момента сил трения о внутренний цилиндр в зависимости от отношения R_0/R_1 . Расчет, осуществленный в данной работе для $\delta=0,005$ и различных значений числа Kn , дал хорошее совпадение результатов с решением для плоского течения [8].

На фиг. 1 представлено распределение безразмерной азимутальной составляющей скорости газа $V_\varphi = v_\varphi/\omega R_1$ по зазору при $M=3$ и $\text{Kn}=0,4$ для $\delta=0,005; 0,5; 3; 9$ (кривые 1-4 соответственно). Безразмерная координата по зазору введена следующим образом: $y = (r-R_1)/(R_0-R_1)$, r - радиальная координата. Увеличение δ приводит к резкому торможению газа возле внутреннего цилиндра и понижению среднего значения скорости по зазору. Такое поведение скорости обусловлено большим влиянием на течение внешней неподвижной поверхности. При этом скачок скорости на границе газ - твердое тело растет на внутреннем и уменьшается на внешнем цилиндре. Количественной характеристикой этого факта служит зависимость от величины зазора значения тензора вязких напряжений на поверхностях цилиндров, который введен как



Фиг. 1

$$\tau_{r\varphi}^k = \frac{N_k(U_k - \langle U \rangle)}{(t_2 - t_1)R_k}$$

где индекс $k=0$ или 1 для характеристик на внешнем и внутреннем цилиндрах соответственно, N - число частиц, столкнувшихся с поверхностью цилиндра за интервал времени $(t_2 - t_1)$, $\langle U \rangle$ - среднее значение азимутальной составляющей скорости этих молекул, U - линейная скорость вращения цилиндра.

На фиг. 2 сплошной линией представлено отношение тензора вязких напряжений на внутреннем (кривая 1) и внешнем (кривая 2) цилиндрах к его значению при плоском течении τ_f в зависимости от δ . Расчет показал, что при фиксированных значениях зазора связь между расчетными величинами $\tau_{r\varphi}^1$ и $\tau_{r\varphi}^0$ хорошо согласуется с законом сохранения момента сил трения.

Температура газа в каждой ячейке рассчитывалась по формуле

$$T = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N (V_i^2 - \langle V \rangle^2), \quad \langle V \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i$$

Здесь суммирование осуществлено по всем частицам в ячейке, V_i - скорость i -й частицы. Указанное выше изменение распределения азимутальной составляющей скорости по зазору с увеличением δ приводит к смещению максимума температуры газа от середины зазора при $\delta=0,005$ к поверхности внутреннего цилиндра (фиг. 3, δ те же, что и на фиг. 1, соответствуют кривым 1-4). Это связано с тем, что в области с интенсивным торможением газа происходит быстрое перераспределение его кинетической энергии в тепловую.

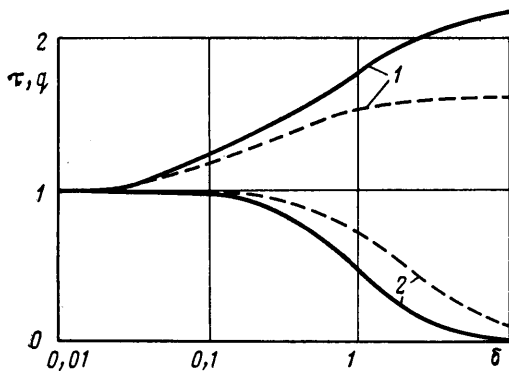
Тепловой поток через единицу поверхности цилиндров определялся следующим образом:

$$q_r^k = \frac{N_k}{(t_2 - t_1)R_k} (T_2^k - T_0)$$

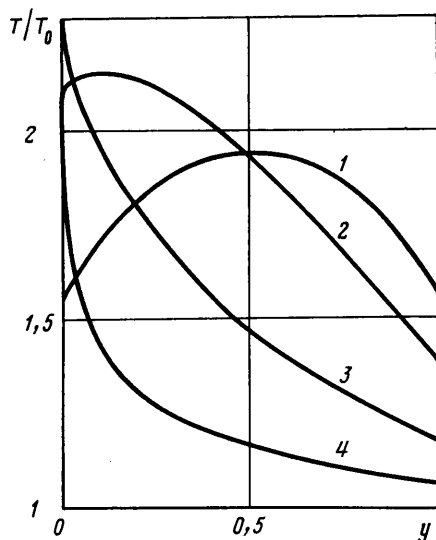
Здесь T_2 - температура газа у границ газ - поверхности цилиндров.

На фиг. 2 штриховой линией показана зависимость отношения теплового потока через внутреннюю (кривая 1) и внешнюю (кривая 2) поверхности к тепловому потоку при плоском зазоре q_f от δ . Величина теплового потока на внутренней поверхности растет с увеличением зазора. У внешней поверхности поток тепла практически постоянен до значения $\delta \sim 0,3$, а при дальнейшем увеличении δ начинает быстро спадать и уменьшается до значения $0,15 q_f$ при $\delta=9$. Такое поведение q_r^1 связано с тем, что при больших величинах зазора возмущения, вносимые в газ вращающимся цилиндром, затухают на расстоянии $\sim (3 \div 5) R_1$ от внутреннего цилиндра и фактически не распространяются до внешней поверхности.

Исследование влияния на течение скорости вращения внутреннего цилиндра проведено при $\delta=0,5$ и $\text{Kn}=1,06$. Получено, что увеличение параметра M от 1 до 4 приводит к повышению средней температуры газа по зазору и к росту ее градиента. Так, отношение температур газа на внутреннем и внешнем цилиндрах меняется от 1,07 при $M=1$ до 1,95 при $M=4$. При этом средняя температура по зазору возра-



Фиг. 2



Фиг. 3

стет от $1,1 T_0$ до $2,4 T_0$. Такое увеличение температуры приводит к повышению теплового потока через обе цилиндрические поверхности. С ростом скорости вращения внутреннего цилиндра увеличивается скачок скорости на границах газ — поверхности цилиндров, что ведет к повышению компоненты тензора вязких напряжений на поверхностях в 4–5 раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А. Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977. 184 с.
2. Nanbu K. Analysis of cylindrical Couette flow by use of the direction simulation method // Phys. Fluids. 1984. V. 27. No. 11. P. 2632–2635.
3. Неймарк З. И., Шавина Н. К. О силах и моментах, действующих на движущиеся и вращающиеся роторы в вакуумной полости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 134–140.
4. Liu C.-Y., Lees L. Kinetic theory description of plane compressible Couette flow // Rarefield gas dynamics N. Y.—London: Acad. Press. 1961. P. 391–428.
5. Берд Г. Молекулярная газовая динамика: Пер. с англ./Под ред. Белоцерковского О. М., Когана М. Н. М.: Мир, 1981. 320 с.
6. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. С. 347–387.
7. Nanbu K. Direct simulation scheme derived from the Boltzman equation. 1. Mono-component gases // J. Phys. Soc. Japan. 1980. V. 49. No. 5. P. 2042–2049.
8. Nanbu K. Analysis of the Couette flow by means of the new direct-simulation method // J. Phys. Soc. Japan. 1983. V. 52. No. 5. P. 1602–1608.

Москва

Поступила в редакцию
23.XI.1987

УДК 533.6.071:533.69.048

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПОЛЯ ПОТОКА В СВЕРХЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ И ОЦЕНКА ЕЕ ВЛИЯНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛИ

ЕРЕМИН В. В., ФИЛИПШОВ С. Е., ШУЛАКОВ М. А.

Влияние неоднородностей полей потоков в рабочих частях сверхзвуковых аэродинамических труб на характеристики испытываемых моделей исследовалось в [1, 2]. В качестве основной посылки в них предполагалось, что профили возмущения продольной V_x' и поперечной V_r' составляющих вектора скорости на выходе из сопла известны. Анализ имеющихся экспериментальных и расчетных методов определения