

## МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ С ИСТОЧНИКАМИ НАСЛЕДСТВЕННОГО ТИПА

ЛИНЬКОВ А. М., ХОДЫРЕВ Е. Д.

Предлагается феноменологический подход к изучению процессов переноса в среде, структурные блоки которой разделены границами с повышенной проводимостью, так что напор вокруг частиц в представительном объеме можно считать одинаковым. Суть подхода заключается в том, что влияние блоков на течение по трещинам учитывается введением в обычные уравнения фильтрации распределенных источников наследственного типа. Приводится полная система уравнений, обсуждаются методы ее решения и дается пример, в котором описывается фильтрация метана в призабойной области угольного пласта и делаются выводы о связи различных критериев выбросоопасности.

Ряд прикладных проблем требует изучения процессов в среде, представленной системой структурных блоков и разделяющих их контактных зон, причем обычное осреднение по объему, содержащему достаточно большое число блоков, оказывается неприемлемым, поскольку не учитывает существенных особенностей течения. В таких случаях используют модель вложенных сред [1, 2] и модель с типовым блоком [3]. Эти модели привлекаются преимущественно для линейных задач. В нелинейных проблемах задачи значительно усложняются и желательно иметь новые подходы.

Ниже предлагается феноменологический подход, подсказанный успехами теории последствия Больцмана — Вольтерра в описании деформаций твердых тел [4] и экспериментально установленными закономерностями сорбции ископаемых углей [5, 6]. Его суть заключается в том, что для интегрального отражения сложных процессов поглощения и отдачи метана частицами привлекаются соотношения теории последствия. Тогда фильтрация описывается обычными уравнениями для гомогенной среды, но с распределенными источниками наследственного типа. Приемлемость таких источников и их характеристики устанавливаются в сравнительно простых опытах. Постановка задач для уравнений с источниками наследственного типа вполне традиционна, а их решение осуществляется известными методами.

При фильтрации в сорбирующих породах и, в частности, в ископаемых углях выделяются два течения — по крупным трещинам и в разделяемых ими частицах угля. При этом главную трудность представляет описание течения в частицах, поскольку они имеют очень сложную структуру, содержат каналы и поры, различающиеся размерами на много порядков. Течение в них происходит под действием разных механизмов, включающим вязкостное сопротивление, молекулярную диффузию, поверхностную диффузию и движение метана, растворенного в веществе [5]. Конечно, детально учесть столь разные и сложные движения в частицах невозможно, и встает вопрос об интегральном отражении всех упомянутых сложных эффектов достаточно простым и приемлемым для практики способом. Такой способ может быть получен исходя из опытов по насыщению газом частиц раздробленного угля.

Пусть  $V$  — объем сорбированного газа (в пересчете на нормальные условия), содержащегося в единице массы частиц угля. Как известно, предельное количество газа  $V_n$ , равновесное для заданного давления  $p$ , определяется изотермой сорбции

$$V_n = f(p) \quad (1)$$

Обычно функцию  $f(p)$  задают в виде [5]

$$f(p) = \frac{abp}{1+bp} \quad (2)$$

где  $a, b$  — постоянные сорбции.

Кинетика установления равновесия при мгновенной подаче к частицам газа под давлением  $p$  описывается на основании опытов эмпирической формулой [6]

$$V = V_n F(t) = f(p) F(t), \quad F(0) = 0, \quad F(+\infty) = 1 \quad (3)$$

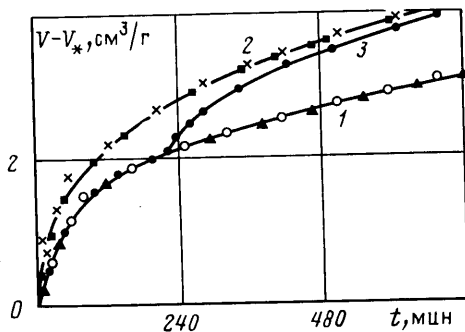
С достаточной для практических целей точностью функция  $F(t)$  считается независимой от давления газа.

Формулу (3) можно распространить на случаи более сложных изменений давления. Так, если вначале в частицах угля имело место сорбционное равновесие с давлением  $p_*$ , газосодержанием  $V_*$ , а в моменты  $t_0, t_1, \dots, t_n$  давление скачком изменялось до значений  $p_0, p_1, \dots, p_n$ , то обобщение (3) имеет вид

$$V(t) = V_* + \sum_{i=0}^n \Delta f(p_i) F(t-t_i) \quad (4)$$

где  $\Delta f(p_i)$  — предельное (при  $t \rightarrow +\infty$ ) количество газа, поступающего в частицы при изменении давления на  $\Delta p_i$  в момент  $t=t_i$ .

Проверка (4) выполнена экспериментально на угольных образцах, отобранных из различных зон пласта  $h_3$  Смоляниновской свиты Донецкого бассейна. Уголь измельчался до размера фракций 0,25–0,5 мм и порциями по 20 г помещался в отдельные колбы, где сначала вакуумировался в течение 3 сут, а затем насыщался метаном под давлением 0,7 МПа в течение 2 сут (сорбционное равновесие достигалось через сутки). В опытах, результаты которых представлены на фиг. 1, осуществлялся сброс давления и замерялся объем  $V(t) - V_*$  выделившегося газа в функции от времени. Кривые 1 и 2 отвечают сбросу давления  $\Delta p = 0,2$  и 0,255 МПа. Одна из них может служить для определения функции  $F(t)$ . Тогда другую можно сопоставить с результатами расчета по формуле (4). Такое сопоставление показывает, что экспериментальные и рассчитанные значения согласуются с точностью до разброса экспериментальных данных. Кривая 3 отвечает переходному режиму: до момента  $t = 220$  мин газовыделение протекало при сбросе давления на 0,2 МПа, а затем на 0,255 МПа. Рассчитанные с использованием формулы (4) значения газовыделения для такого режима также практически неотличимы от экспериментальных данных. Функцию  $F(t)$  для кривых на фиг. 1 при  $0 \leq t \leq 840$  можно аппроксимировать зависимостью  $F(t) = 0,116 t^{0,32}$ , где время измеряется в минутах. Экспоненциальная зависимость



Фиг. 1

$$F(t) = 1 - e^{-kt} \quad (5)$$

оказывается менее точной, но также приемлемой для оценочных расчетов.

При плавном изменении давления  $p$  вслед за первоначальным скачком от  $p_0$  до  $p$  в момент времени  $t = t_0$  из (4) следует

$$\begin{aligned} V(t) &= V_* - [f(p_*) - f(p)] F(t - t_0) + \int_{p_0}^p f'(p) F(t - \tau) dp = \\ &= V_* - f(p_*) F(t - t_0) - \int_{t_0}^t f(p(\tau)) K(t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

$$K(t) = -dF/dt, \quad K(+\infty) = 0$$

Рассчитанные по формуле (6) значения  $V(t)$  можно использовать для отыскания из (1) среднего давления  $p_1(t)$  в тех микротрещинах и микропорах частиц, стенки и объемы которых образуют главное вместилище газа

$$p_1(t) = f^{-1}(V(t)) \quad (7)$$

Здесь  $f^{-1}$  — функция, обратная  $f(p)$ . Давление  $p_1(t)$  в общем случае отличается от давления  $p(t)$  газа, окружающего частицы. Именно разница между  $p$  и  $p_1$  обеспечивает движение газа из частиц в крупные трещины (при  $p_1 > p$ ) или из этих трещин в частицы (при  $p_1 < p$ ).

Согласно (6), количество газа, содержащегося в частице, определяется всей предшествующей историей изменения давления свободного газа, окружающего ее. Лишь в частном случае безынерционного проникновения газа в поры влияние наследственных эффектов исчезает. В этом случае  $F(t)$  — функция Хевисайда,  $dF/dt$  — дельта-функция, (6) принимает вид  $V(t) = f(p(t))$ , а (7) дает равенство давлений внутри частиц и вокруг них  $p_1(t) = p(t)$ .

Интерпретация  $f(p)$  как предельного для давления  $p$  количества газа возможна и для несорбирующих пород. Для них  $f(p)$  определяется классическим уравнением состояния. Для линейного (с коэффициентом  $\beta$ ) сжатия жидкости  $f(p) = \beta p$ .

Соотношения (6) замыкают уравнение фильтрации в трещины, окружающие пористые блоки. Например, при фильтрации по закону Дарси это уравнение имеет вид

$$\operatorname{div}(\rho(p) H \operatorname{grad} p) + q = 0 \quad (8)$$

Здесь  $\rho$  — плотность флюида;  $H$  — тензор трещинной проницаемости;  $q$  — интенсивность источников, т. е. масса газа, который притекает в единицу времени в фильтрующие трещины, содержащиеся в единице объема среды.

В отсутствие других источников  $q$  полностью определяется притоком из частиц:

$q = -\rho_0 \gamma dV/dt$ , где  $\rho_0$  – плотность газа при нормальном давлении;  $\gamma$  – плотность среды. Из (6) следует

$$q(t) = \rho_0 \gamma \left\{ [f(p_0) - f(p_*)] K(t-t_0) + \int_{p_0}^p f'(p) K(t-\tau) dp \right\} =$$

$$= \rho_0 \gamma \left[ -f(p_*) K(t-t_0) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{t_0}^t f(p(\tau)) K(t-\tau) d\tau \right] \quad (9)$$

Согласно (9), частицам, омываемым потоком газа, фильтрующегося через трещины, отвечают источники наследственного типа – их интенсивность в момент времени  $t$  зависит от всей предыстории изменений давления  $p$ . Формула (9), полученная на основе феноменологического описания (6), превращается в строгий математический результат, если процесс переноса внутри частиц описывается линейными соотношениями. Тогда  $f(p) = \beta p$  и произведение  $\rho_0 \gamma \beta K(t)$  в некоторых частных случаях можно найти из известных решений [3, 7, 8], а в общем случае – используя вычисления на ЭВМ для задачи о мгновенном приложении к поверхности типичного блока постоянного значения давления  $p = 1$ .

Подстановка второй из формул (9) в (8) дает уравнение

$$\operatorname{div}(\rho(p) H \operatorname{grad} p) + \rho_0 \gamma \left[ -f(p_*) K(t-t_0) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{t_0}^t f(p(\tau)) K(t-\tau) d\tau \right] = 0 \quad (10)$$

Оно переходит в обычное уравнение нестационарной фильтрации, если перенос из частиц в трещины происходит безынерционно. Уравнение (10) можно решить методом последовательных приближений или шагами по времени.

Рассмотрим задачу о распределении давления газа в краевой части угольного пласта при равномерном (со скоростью  $v$ ) подвигании очистного забоя. Без учета различий в течениях внутри частиц и в трещинах задача изучалась в [9, 10]. Она сводится к одномерной задаче путем введения координаты  $\xi = x - vt$ . Тогда (10) с учетом члена  $m \partial \rho / \partial t$  для свободного газа при изотермическом течении ( $\rho / \rho_0 = p / p_0$ ) принимает вид

$$\frac{1}{p_0} \frac{d}{d\xi} \left( p h \frac{dp}{d\xi} \right) + \gamma v \frac{d}{d\xi} \int_{\xi}^{\infty} f(p(\eta)) \times$$

$$\times K(\xi - \eta) d\eta + m v \frac{1}{p_0} \frac{dp}{d\xi} = 0 \quad (11)$$

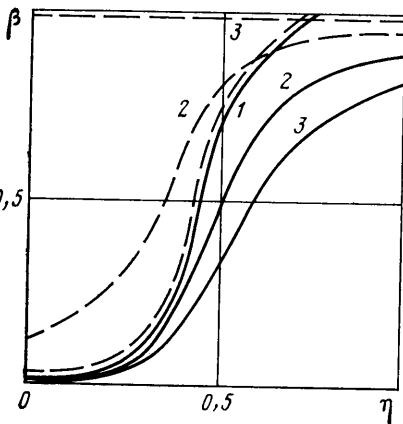
где  $h$  – составляющая трещинной проницаемости вдоль направления подвигания забоя.

Интегрирование (11) в пределах от  $\xi$  до  $+\infty$  с учетом условий в глубине пласта  $p(+\infty) = p_*$ ,  $u(+\infty) = -h \partial p / \partial x = 0$  дает

$$\frac{h}{2p_0} \frac{dp^2}{d\xi} = \frac{mv}{p_0} [p_* - p(\xi)] + \gamma v \left[ f(p_*) - \int_{\xi}^{\infty} f(p(\eta)) K(\xi - \eta) d\eta \right]$$

При последовательных приближениях правая часть задается, исходя из значений, полученных в предыдущем приближении. После этого выполняется интегрирование по  $\xi$  от  $\xi = 0$  (при этом  $p = p_0$ ) и находится новое распределение  $p(\xi)$ . В качестве нулевого приближения принимается решение, отвечающее безынерционной задаче газа частицами. Координата  $\xi$  при этом, как и в [9, 10], нормируется на характерное расстояние  $\xi_0$  от забоя, на котором давление, определяемое нулевым приближением, составляет  $0,85 p_*$  ( $\eta = \xi / \xi_0$ ).

Расчеты выполнены для  $f(p)$  и  $F(t)$ , заданных формулами (2), (5), при изменении проницаемости  $h(\xi)$  перед забоем в соответствии с формулой [10]  $h(\xi) = h_* [(C - 1) \exp(-g\xi) + 1]$ . Параметры, использованные в расчетах, задавались в соответствии с их обычными для углей и шахтных условий значениями:  $a = 40 \text{ м}^3/\text{т}$ ,  $b = 0,03 \text{ см}^2/\text{кг}$ ,



Фиг. 2

$\gamma=2 \text{ т/м}^3$ ,  $v=1 \text{ м/сут}$ ,  $C=10^3$ ,  $g=15 \text{ 1/м}$ ,  $h_*=0,01 \text{ мДарси}$ . При этом  $\xi_0=20 \text{ м}$ . Давление нормировано на его значение  $p_*$  на бесконечности ( $\beta=p/p_*$ ;  $\beta_1=p_1/p_*$ ). Расчеты выполнены для трех значений кинетического параметра  $k=k_0=0,038 \text{ 1/мин}$ ,  $k=k_0 \cdot 10^{-2}$ ,  $k=k_0 \cdot 10^{-4}$ . Первое из этих значений отвечает мелко раздробленному, разгруженному от горного давления выбросоопасному углю, испытывавшемуся в лаборатории [6]. Два других значения отвечают замедлению проникновения газа в поры для углей с меньшей нарушенностью, находящихся в природных условиях. Во всех случаях трех приближений оказывалось достаточно, чтобы погрешность, оцениваемая по изменению рассчитываемых значений  $p$ , не превышала 3%.

На фиг. 2 представлены полученные в расчетах распределения нормированного давления в фильтрующих трещинах  $\beta(\eta)$  (сплошные кривые) и в порах частиц  $\beta_1(\eta)$  (штриховые кривые). Кривые 1-3 отвечают  $k/k_0=1, 10^{-2}, 10^{-4}$ . Графики отчетливо свидетельствуют о том, что в зависимости от скорости отдачи газа частицами возможны следующие режимы фильтрации в призабойной зоне пласта: синхронное изменение давления в трещинах и структурных блоках (при  $k \geq k_0$ ); дифференциация распределений давлений в трещинах и блоках (при  $k \sim 10^{-2} \cdot k_0$ ) и режим фильтрации при практически постоянном газосодержании в угольных блоках (при  $k \approx 10^{-4} \cdot k_0$ ).

Выбросоопасные угольные пласты характеризуются повышенной скоростью газоотдачи ( $k \sim k_0$ ) [6]. Для них фильтрация газа проявляется в виде синхронного изменения давления в блоках и трещинах. Как видно из фиг. 2, при таком режиме кривая распределения давления свободного газа имеет наибольший градиент. Это в свою очередь свидетельствует о повышенной выбросоопасности [10]. Тем самым устанавливается тесная связь между рассматривавшимися ранее обособленно критериями выбросоопасности, основанными на исследовании скорости газоотдачи угля и на закономерностях распределения газового давления в пласте.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рубинштейн Л. И. К вопросу о процессе распространения тепла в гетерогенных средах // Изв. АН СССР. Серия географ. и геофиз. 1948. Т. XII. № 1. С. 27-45.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Докл. АН СССР. 1960. Т. 132. № 3. С. 545-548.
3. Волков И. А. О постановке краевых задач для уравнений упругого режима фильтрации в трещиновато-пористых средах // Вопросы применения математического и геометрического моделирования. Л.: ЛИСИ, 1967. С. 36-39.
4. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 383 с.
5. Ходот В. В. Внезапные выбросы угля и газа. М.: Госгортехиздат, 1961. 363 с.
6. Эттингер И. Л. Внезапные выбросы угля и газа и структура угля. М.: Недра, 1969. 160 с.
7. Каменский С. Г., Кузьмин В. М., Степанов В. П. Нефтепромысловые исследования пластов. М.: Недра, 1974. 224 с.
8. Ромм Е. С. Структурные модели порового пространства горных пород. Л.: Недра, 1985. 240 с.
9. Христианович С. А. Распределение давления газа вблизи движущейся свободной поверхности угля // Изв. АН СССР. ОТН. 1953. № 12. С. 1673-1678.
10. Петухов И. М., Линьков А. М. Механика горных ударов и выбросов. М.: Недра, 1983. 280 с.

Ленинград

Поступила в редакцию  
11.IX.1987

УДК 532.582.22:519.63

### ПОГРУЖЕНИЕ ПЛАСТИНЫ И ДИСКА КОНЕЧНОЙ МАССЫ В СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ

ТЕРЕНТЬЕВ А. Г., ЧЕЧНЕВ А. В.

Задача о погружении тела в жидкость относится к одной из сложных проблем нестационарной гидродинамики. Обзор работ в этой области можно найти в [1-3]. Теоретические результаты получены в основном в рамках линейной теории [4-6]. В нелинейной постановке эта задача недавно рассмотрена в [7-8], где численно исследовано погружение тел с постоянной скоростью.