

УДК 533.6.011.8:537.8

**СТРУКТУРА НЕРАВНОВЕСНОГО ВЫСОКОЧАСТОТНОГО
РАЗРЯДА**

ЛУНЕВ В. В., СЕМИН В. А.

Работа относится к теории ВЧ-плазмотронов, используемых в последнее время для получения высокотемпературных потоков. Физические принципы работы, результаты газодинамических исследований и некоторые приложения ВЧ-разрядов описаны в работах [1, 2] и др.

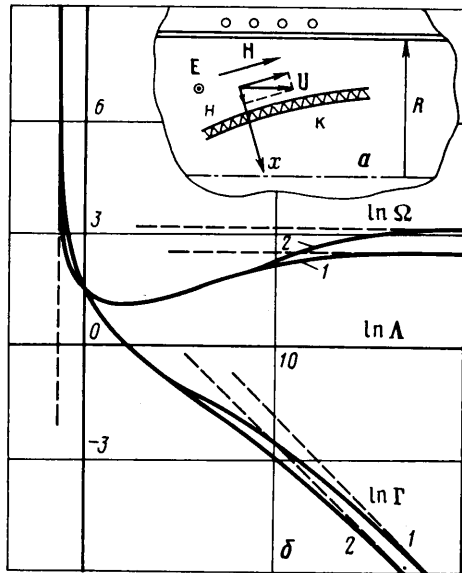
Принципиальная схема индукционного ВЧ-разряда показана на фиг. 1, а. Газ течет из холодной области (*n*) в горячую (*k*) с заштрихованной границей между ними. Электромагнитная энергия, преобразуемая в разряде в тепловую, генерируется соленоидом, через который пропускается высокочастотный ток.

Течение в целом носит сложный пространственный характер, но при большой частоте индуктора ω и проводимости σ (соответствующей рабочим температурам $T_k \sim 6000-10\ 000$ К и давлениям $p \sim 10^{-2}-1$ атм) толщина фронта разряда $\Delta_0 \sim \delta + h + \Delta$ (δ , h , Δ — соответственно толщины областей тепловыделения, прогрева и ионизации), в котором происходит переход от начального холодного состояния газа к конечному (соответствующие параметры ниже помечены индексами *n* и *k*), часто значительно меньше радиуса трубки *R*, что позволяет проводить одномерный анализ структуры локально-плоского элемента фронта.

Подобная задача для равновесного разряда впервые рассмотрена в [1], где указано на ее сходство с задачами горения. В [3] при условии пренебрежения столкновениями электронов с ионами по сравнению со столкновениями с нейтральными частицами получено асимптотическое при $\epsilon = 2T_k/I \ll 1$ решение равновесной задачи и простые зависимости для температуры и скорости распространения разряда. Здесь *I* — потенциал ионизации.

Ниже аналогичная задача для однотемпературной плазмы рассмотрена с учетом конечной скорости ионизации. Показано, что в развитом неравновесном случае опережающее влияние амбиполярной диффузии электронов и запаздывание ионизации приводит к качественно иной картине по сравнению с равновесным случаем. В частности, область тепловыделения захватывает лишь относительно небольшую переднюю часть зоны ионизации с относительно малой ($n_e \ll n_{ek}$) концентрацией электронов.

1. В одномерной постановке параметры внутри зоны разряда зависят лишь от нормальной к фронту координаты *x*, которую направим внутрь зоны. Ширина фронта $\Delta_0 \ll c/\omega$ — длины волны излучения (*c* — скорость света), поэтому токами смещения в уравнениях Максвелла можно пренебречь. В данной задаче вектор напряженности магнитного поля лежит в меридиональной плоскости, а вектор напряженности электрического поля орто-



Фиг. 1

гонален ей. Пренебрегая ввиду малой толщины фронта Δ_0 по сравнению с радиусом разряда нормальной к фронту составляющей напряженности магнитного поля, компоненты электромагнитного поля можно представить в виде $H' = H(x)e^{-i\omega t}$, $E' = E(x)e^{-i\omega t}$. Комплексные величины $H = H_1 + iH_2$ и $E = E_1 + iE_2$ удовлетворяют уравнениям [1]

$$\frac{dE}{dx} = -i \frac{\omega}{c} H, \quad \frac{dH}{dx} = \frac{4\pi\sigma(x)}{c} E \quad (1.1)$$

Система уравнений (1.1) сводится к одному уравнению

$$\frac{d^2 E}{dx^2} = -i \frac{4\pi\sigma(x)\omega}{c^2} E$$

$$x \rightarrow -\infty \quad \frac{dE}{dx} \rightarrow -i \frac{\omega}{c} H_n \quad (\sigma(x) \rightarrow 0), \quad x \rightarrow \infty \quad E \rightarrow 0 \quad (1.2)$$

Условие при $x \rightarrow \infty$ определяется затуханием поля в плазме, условие при $x \rightarrow -\infty$ следует из уравнений (1.1). Здесь H_n — напряженность магнитного поля на внешней границе разряда. Вообще H_n определяется решением полной задачи о взаимодействии плазмы с полем индуктора, а в одномерной постановке является параметром задачи.

При $\omega\Delta_0 \gg u$ (u — скорость газа) можно считать течение квазистационарным со скоростью тепловыделения, осредненной за период колебания электромагнитного поля. При этом локальная q и суммарная Q скорости тепловыделения равны

$$q = \frac{1}{2} \sigma (E_1^2 + E_2^2), \quad Q = \int_{-\infty}^{\infty} q dx \quad (1.3)$$

Решение уравнения (1.2) обладает асимптотикой при больших x и $\sigma\omega/c^2$ [4]

$$E = \text{const } g^{-1/4} \exp\left(-\frac{(1-i)}{\sqrt{2}} z\right), \quad z \rightarrow \infty \quad (1.4)$$

$$z = \int_{-\infty}^x g^{1/2} dx, \quad g = \frac{4\pi\sigma(x)\omega}{c^2}$$

Переменная $z(x)$ является обычной в подобных задачах безразмерной толщиной поглощения электромагнитного поля, затухание которого происходит при $z \gg 1$. В соответствии с полученными оценками $q \sim \sqrt{\sigma} e^{-\sqrt{2}z}$ при больших z , что обеспечивает сходимость интеграла Q при $x \rightarrow \infty$. Сходимость Q при $x \rightarrow -\infty$ обеспечивается исчезновением проводимости σ вместе с концентрацией электронов.

2. Имея в виду прежде всего исследование качественных свойств структуры фронта неравновесного разряда, рассмотрим несколько упрощенную его модель. Газ (аргон) примем совершенным с постоянной теплоемкостью c_p . Ввиду малой степени ионизации пренебрежем ею при рассмотрении баланса энергии для газового потока. Плазму будем считать однотемпературной, диффузию электронов амбиполярной, а из всех процессов ионизации рассмотрим лишь один — ионизацию электронным ударом по схеме $\text{Ar} + e \rightleftharpoons \text{Ar}^+ + 2e$ [5].

Большинство из этих допущений непринципиальны при численном решении задачи, но приняты для получения обозримых аналитических результатов. Следует отметить, что ввиду небольших скоростей газа, много меньших скорости звука, течение в разряде можно считать изобарическим

с $p \approx p_n$. Тогда система уравнений для плоского фронта разряда примет вид

$$m = \rho u = \rho_n u_n \quad (2.1)$$

$$m c_p \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) + q \quad (2.2)$$

$$\frac{d(n_e u)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(D \frac{dn_e}{dx} \right) + K_r(T) (n_{ep}^2 - n_e^2) n_e \quad (2.3)$$

$$D = A_1 T^{\alpha_1} p^{-1}, \quad K_r = A_2 T^{\alpha_2} n_{ep} = A_3 T^{\alpha_3} \sqrt{p} e^{-I/(2T)}, \quad \sigma = A_4 p^{-1} T^{\alpha_4} n_e \quad (2.4)$$

$$\rho = A_5 T^{-1} p$$

Здесь ρ — плотность газа; K_r — константа скорости рекомбинации; λ , D — коэффициенты теплопроводности и амбиполярной диффузии; n_{ep} — локально-равновесная концентрация электронов; A_i — размерные, а α_i — безразмерные постоянные, зависящие от сорта газа.

Поскольку обычно $T_n \ll T_k$, то впредь будем полагать $T_n = 0$, что позволит поставить асимптотические граничные условия

$$x \rightarrow -\infty: T, n_e \rightarrow 0, \quad x \rightarrow \infty: \frac{dT}{dx}, \frac{dn_e}{dx} \rightarrow 0 \quad (2.5)$$

При этом конечная температура T_k заранее неизвестна и связана с суммарным тепловыделением Q интегралом уравнения (2.2)

$$m c_p (T_k - T_n) = Q \quad (2.6)$$

3. Плоский фронт высокочастотного разряда описывается системой сопряженных уравнений (1.2), (2.1)–(2.4), причем в уравнениях (2.2), (2.3) источникные члены стремятся к нулю как при $x \rightarrow -\infty$ ($n_e \rightarrow 0$, $q \rightarrow 0$), так и при $x \rightarrow \infty$ ($n_e \rightarrow n_{ep}$, $q \rightarrow 0$). Именно такой характер нелинейности обуславливает специфику поведения решений этих уравнений.

Впервые свойства уравнений типа (2.2) с постоянным λ и нелинейной правой частью с $q(T) > 0$, обращающейся в нуль на концах интервала T (0, 1), с $c_p = 1$ и $q'(0) > 0$ были исследованы в классической работе [6]. Было показано, что решение такой задачи существует лишь при $m \geq m^* = \sqrt{\lambda q'(0)}$. Другим важным результатом [6] было доказательство теоремы о том, что решение этой задачи с нижними значениями $m = m^*$ является единственным стационарным пределом решения начальной задачи соответствующего нестационарного уравнения с заданным начальным профилем.

В работе [7] была доказана единственность собственного значения m нелинейного уравнения (2.2) при дополнительном ограничении $q(T) = 0$ при $0 \leq T \leq T^* < 1$.

Эти результаты, исходя из физических соображений и математических аналогий, были положены в основу решения системы (1.2), (2.1)–(2.4), т. е. предполагалось существование и единственность предельного при $t \rightarrow \infty$ стационарного решения соответствующей (2.2), (2.3) нестационарной задачи лишь при единственном значении m , которое является, таким образом, собственным числом задачи. Подтверждением возможности такого подхода является положительный опыт решения сходных задач по распространению фронтов горения [8].

Приведенные ниже результаты расчетов получены методом установления с добавлением в уравнения (2.2), (2.3) производных по времени. На каждом временном шаге система алгебраических уравнений, соответствующая разностным аналогам (1.2), (2.2), (2.3), решалась с помощью итераций, при этом линеаризованные системы уравнений, соответствующие (2.2), (2.3), решались при помощи обычной процедуры прогонки, а алгебраические уравнения, соответствующие (1.2), для функций E_1 и E_2 были решены непосредственно матричной прогонкой. Для нахождения собственного значения задачи m с заданным Q использовалось интегральное условие (2.6). Начальное приближение задавалось на конечном интервале подходящими непрерывными функциями $T(x)$ и $n_e(x)$.

4. С целью получения некоторых результатов аналитического характера приведем уравнения (1.2), (2.2), (2.3) к безразмерному виду. При выборе масштабов задачи следует учесть, что длина волны электромагнитного излучения $c/\omega \gg \Delta_0$ и поэтому не может быть характерной длиной. Аналогично величины $T_n \ll T_k$ или $I \gg T_k$ также не могут быть подходящими масштабами для температуры в разряде. Заметим, что хотя зависимости

(2.4) содержат достаточное число размерных постоянных A_i для получения из них комбинаций с размерностью длины, времени, температуры и т. д. в целях большей физической наглядности результатов предпочтительнее сформировать безразмерные величины, не зависящие от частного (подчас случайного) вида функций (2.4), несмотря на некоторые неудобства, связанные с зависимостью этих величин от искомых m или T_h .

С учетом этих соображений выберем следующие характерные масштабы:

$$h = \frac{\rho_k D_k}{m}, \quad E_n = \frac{\omega}{c} H_n h = \frac{\omega H_n \rho_k D_k}{c m}, \quad T_h = B \frac{\sigma_k (\omega H_n)^2 (\rho_k D_k)^3}{c_p m^4 c^2} \quad (4.1)$$

Масштаб E_n следует из (1.1). Конечная температура определена с помощью соотношений (1.3), (2.6). Величины σ_k , D_k и т. д. вычислены по равновесным зависимостям при $T = T_h$, постоянную B определим позже.

Тогда в безразмерных переменных система определяющих уравнений и граничных условий примет вид

$$\eta = \frac{x m}{\rho_k D_k}, \quad \tau = \frac{T}{T_h}, \quad N = \frac{n_e}{n_{ek}}, \quad E^\circ = \frac{E}{E_n} \\ D^\circ = \frac{D}{D_k}, \quad \lambda^\circ = \frac{\lambda}{\lambda_k}, \quad \sigma^\circ = \frac{\sigma}{\sigma_k}, \quad K_r^\circ = \frac{K_r}{K_{rk}} \quad (4.2)$$

$$\frac{d(N\tau)}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left(D^\circ \frac{dN}{d\eta} \right) + \Lambda K_r^\circ (F - N^2) N \quad (4.3)$$

$$\frac{d\tau}{d\eta} = \text{Le}^{-1} \frac{d}{d\eta} \left(\lambda^\circ \frac{d\tau}{d\eta} \right) + \frac{1}{B} \sigma^\circ |E^\circ|^2 \quad (4.4)$$

$$\frac{d^2 E^\circ}{d\eta^2} = -i \frac{\Omega^2}{2} \sigma^\circ E^\circ \quad (4.5)$$

$$\eta \rightarrow -\infty \quad \tau, N \rightarrow 0, \quad \frac{dE^\circ}{d\eta} \rightarrow -i \quad \eta \rightarrow \infty \quad E^\circ, \frac{dN}{d\eta}, \frac{d\tau}{d\eta} \rightarrow 0, \quad \tau, N \rightarrow 1 \quad (4.6)$$

$$F = \tau^{2\alpha_3} \exp \left[-\frac{2}{\varepsilon} \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right], \quad \sigma^\circ = \tau^{\alpha_4} N \quad (4.7)$$

$$D^\circ = \tau^{\alpha_1}, \quad \lambda^\circ = \tau^{\alpha_1 - 1}$$

$$\Omega = \left(\frac{8\pi\sigma_k\omega\rho_k^2 D_k^2}{c^2 m^2} \right)^{1/2} = A_\Omega \omega^{1/2} p^{-1/4} \varepsilon^{\alpha_\Omega} \frac{e^{-1/(2\varepsilon)}}{m} = \frac{h}{\delta} \\ \Lambda = \frac{K_{nk} n_{epk}^2 \rho_k^2 D_k}{m^2} = A_\Lambda p^2 \varepsilon^{\alpha_\Lambda} \frac{e^{-2/\varepsilon}}{m^2} = \left(\frac{h}{\Delta} \right)^2 \quad (4.8)$$

$$A_\Omega = \sqrt{\frac{8\pi A_4 A_5^2 A_1^2 A_3}{c^2}} \left(\frac{I}{2} \right)^{\alpha_\Omega}, \quad d_\Omega = \alpha_1 + \frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2} - 1$$

$$A_\Lambda = A_1 A_2 A_3^2 \left(\frac{I}{2} \right)^{\alpha_\Lambda}, \quad \alpha_\Lambda = \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 - 2$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{D_k}{K_{rk} n_{epk}^2}}, \quad \delta = \frac{C}{\sqrt{8\pi\sigma_k\omega}}, \quad \text{Le} = \frac{\rho_k D_k C_p}{\lambda_k}$$

Условие $\tau \rightarrow 1$ является следствием интегрального закона сохранения и справедливо при

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^\circ |E^\circ|^2 d\eta = B(\Lambda, \Omega, \varepsilon, \text{Le}, \alpha_i) \quad (4.9)$$

Система уравнений (4.3)–(4.6) имеет два параметра Λ и Ω , содержащих расход m , поэтому трудно приписать одному из них преимущественную роль собственного числа. Обобщение результатов [6] на рассматриваемый случай будет при решении системы (4.3)–(4.6) с заданными α_i и Le приводить к некоторому функциональному соотношению

$$\Psi(\varepsilon, \Lambda, \Omega) = 0 \quad (4.10)$$

Соответствующие ему зависимости $\ln \Omega$ от $\ln \Lambda$ (полученные численно) для $\varepsilon=0,1$ (кривая 1) и $\varepsilon=0,05$ (кривая 2) показаны на фиг. 1, б.

Отметим, что при $D^0 = \tau^{\alpha_i}$, $\lambda^0 = \tau^{\alpha_i-1}$ (обычно и, в частности, для аргона $\alpha_i > 1$, $\alpha_i + 1/Le + \alpha_i > 2$) в выбранных масштабах будем иметь четкую переднюю границу фронта $\eta = \eta_-$ со следующим поведением решения уравнений (4.3), (4.4) вблизи нее:

$$\begin{aligned} \tau &= ((\alpha_i - 1) Le)^{1/(\alpha_i - 1)} (\eta - \eta_-)^{1/(\alpha_i - 1)} \\ N &= C_- (\eta - \eta_-)^{1/((\alpha_i - 1) Le)}, \quad C_- = \text{const} \end{aligned} \quad (4.11)$$

5. Безразмерные параметры Λ , Ω , ε , определяющие решение безразмерной системы (4.3)–(4.6), удобны в теории, но в силу их зависимости от искомых величин m и T_k должны быть еще определены через внешние заданные параметры задачи.

Для этого введем параметр Γ , который удобен своей независимостью от неизвестного заранее расхода m .

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\Omega}{\sqrt{\Lambda}} = \Gamma_* \varepsilon^{\alpha_\Gamma} e^{1/(2\varepsilon)} = \frac{\Delta}{\delta}, \quad \Gamma_* = A_\Gamma \omega^{1/2} p^{-1,25} \\ A_\Gamma &= \left(\frac{8\pi A_1 A_4}{c^2 A_2 A_3} \right)^{1/2} \left(\frac{I}{2} \right)^{\alpha_\Gamma}, \quad \alpha_\Gamma = \alpha_\Omega - \frac{\alpha_\Lambda}{2} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Кривые $\ln \Gamma$, соответствующие соотношению (4.10), показаны на фиг. 1, б.

Используя выражения (4.1), (4.8), получим соотношения

$$\begin{aligned} \frac{H_H}{H_0} &= H_* = \varepsilon^{\alpha_\Omega + 1 - \alpha_i/2} e^{-1/(2\varepsilon)} \Omega^{-2} B^{-1/2} \\ H_0 &= \left(\frac{8\pi c_p}{A_1 A_5} \right)^{1/2} \left(\frac{I}{2} \right)^{1 - \alpha_i/2} A_\Omega p^{-1/4} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Вместе с собственным соотношением (4.10) полученные выражения позволяют определить Ω , Λ , ε через безразмерные параметры Γ_* и H_* , которые зависят уже только от входных параметров задачи и являются наряду с Le и α_i ее критериями подобия. Искомые конечные величины определяются соотношениями типа

$$\frac{2T_k}{I} = \varepsilon(\Gamma_*, H_*)$$

$$\begin{aligned} \frac{m}{m_0} &= m_*(\Gamma_*, H_*) = \varepsilon^{\alpha_\Omega} e^{-1/(2\varepsilon)} \Omega^{-1}, \quad m_0 = A_\Omega \omega^{1/2} p^{-1/4} \\ \frac{h}{h_0} &= h_*(\Gamma_*, H_*) = \varepsilon^{-\alpha_\Omega + \alpha_\Gamma - 1} e^{1/(2\varepsilon)} \Omega, \quad h_0 = \frac{A_5 A_1}{m_0} \left(\frac{I}{2} \right)^{\alpha_i - 1} \\ \frac{Q}{Q_0} &= Q_*(\Gamma_*, H_*) = \varepsilon^{\alpha_\Omega + 1} e^{-1/(2\varepsilon)} \Omega^{-1}, \quad Q_0 = m_0 c_p \frac{I}{2} \end{aligned} \quad (5.3)$$

6. Рассмотрим подробнее некоторые вопросы теории подобных задач и, в частности, предельные случаи решения системы уравнений (4.3)–(4.6). С ростом скорости ионизации, точнее, при $\Lambda \rightarrow \infty$ состояние и состав газа стремятся к равновесному, а уравнение (4.3) имеет предельное решение $N^2 = N_p^2 = F(\tau, \epsilon)$. Для этого случая в работе [3] получено асимптотическое решение при $\epsilon \ll 1$. Вследствие экспоненциальной зависимости F от τ скорость тепловыделения всюду мала, кроме относительно малой области с диапазоном температур $T_h - T \sim \epsilon T_h$, где уже $n_e \sim n_{eh}$, что дает оценку $\delta/h \sim \epsilon$. Решение в этой области получено в [3] численно. В передней области принято $q(x) = 0$ и решение элементарно. Сшиванием асимптотических ветвей получено $1/\Omega = 1,57Le^{-1}\epsilon$, что конкретизирует вид функции Ψ в (4.10) в предельном случае при $\Lambda \rightarrow \infty$.

Эти предельные значения совпадают с асимптотами (штриховые линии на фиг. 1, б) кривых $\ln \Omega$ и $\ln \Gamma$ от $\ln \Lambda$ при $\Lambda \rightarrow \infty$.

Подчеркнем, что поскольку функция F при малых ϵ получает приращение $\Delta F \sim 1$ на расстоянии $\delta \sim \epsilon h$, то для равновесия всюду должно быть $\Delta \ll \delta$, что приводит к условиям $\Gamma \ll 1$, $\Lambda \gg \epsilon^{-2}$.

В физическом плане другое предельное решение должно реализовываться при $K_r \rightarrow 0$. Однако, положив $K_r = 0$, $\Lambda = 0$, получим замороженное течение холодного, безэлектронного газа. Поэтому при $K_r \rightarrow 0$ параметр Λ , отвечающий предельно неравновесному случаю нагрева газа, должен остаться конечным за счет уменьшения расхода газа через фронт с сохранением отношения K_r/m^2 . Но тогда $\Omega \rightarrow \infty$ при $K_r \rightarrow 0$, что приведет к другому предельному решению задачи. В этом случае значение $\tau \approx 1$, совпадающее с концом тепловыделения, достигается уже при $\Delta \eta \sim 1$, поэтому из условия затухания поля, положив в (1.4) $z \sim 1$, получим при $\Omega \gg 1$ следующие оценки для концентрации электронов в этой области (с правой границей η^*):

$$\Omega \int_{-\infty}^{\eta^*} \sqrt{\sigma^0} d\eta \sim 1, \quad N \ll N(\eta^*) = N^* \sim \Omega^{-2} \quad (6.1)$$

Из оценок (6.1) следует, что всю область течения можно разбить условно на области тепловыделения и прогрева I и ионизации II, которая соприкасается с областью I лишь своим диффузионным краем (фиг. 2, б). В соответствии с этим сформулируем для этих областей две предельные задачи: задачу для области I с упрощенным уравнением (4.3)

$$\frac{d(\tau N)}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left(D^0 \frac{dN}{d\eta} \right) + \Lambda N K_r^0 F \quad (6.2)$$

$$\eta \rightarrow -\infty, N \rightarrow 0, \eta \rightarrow \infty, N \rightarrow \infty$$

(в этой задаче нужно учесть еще уравнения (4.4), (4.5) с их граничными условиями) и задачу в области II, где $\tau \approx 1$, $E^0 \approx 0$, а уравнение (4.3) имеет вид

$$\frac{dN}{d\xi} = \frac{d^2 N}{d\xi^2} + \Lambda(1 - N^2)N \quad (\xi = \eta - \Delta^*) \quad (6.3)$$

$$\xi \rightarrow -\infty, N \rightarrow 0, \xi \rightarrow \infty, N \rightarrow 1$$

Поскольку $N^* \sim \Omega^{-2}$, то сдвиг координат Δ^* растет с ростом Ω (фиг. 2, б).

Легко видеть, что замена $N_0 = \Omega^2 N$, $B_0 = \Omega^2 B$ не изменит вида уравнений (6.2), (4.4) и их граничных условий, а в уравнении (4.5) исчезнет множитель Ω^2 . В таком виде задача I уже не будет зависеть от Ω . Следовательно, решения задач для областей I и II будут иметь соответственно асимпто-

$$N=N_1=\Omega^{-2}N_0, N_0=C_{11}e^{k_1\eta}+C_{21}e^{k_2\eta}, \eta \rightarrow \infty \tag{6.4}$$

$$N=N_2=C_{12}e^{\xi_1\xi}+C_{22}t^{k_2\xi}, \xi=\eta-\Delta^* \rightarrow -\infty \tag{6.5}$$

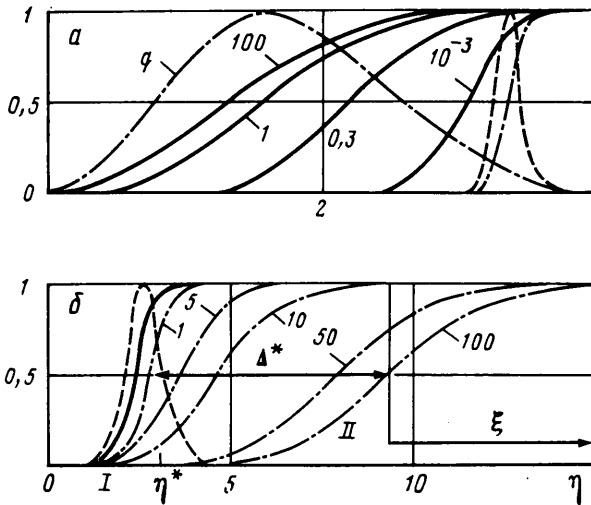
$$k_{1,2}=\frac{1}{2} \pm \kappa, \kappa=\sqrt{\frac{1}{4}-\Lambda}$$

Отсюда, в частности, следует, что физически разумное решение задачи II (как и в [6]) существует лишь при $\Lambda \leq \Lambda_0 = 1/4$. Значение $\Lambda = \Lambda_0$ является вертикальной асимптотикой для кривых, изображенных на фиг. 1, б, полученных методом установления (разд. 3).

Характер нелинейности задачи в целом позволяет предположить существование стационарного ее решения лишь при единственном $\Lambda \geq \Lambda_0$. В самом деле уравнение (6.3) при $\eta \rightarrow \infty$ имеет единственное ограниченное решение

$$N=1-C_+e^{k_3\eta}, k_3=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}+2\Lambda} < 0 \tag{6.6}$$

Поскольку положение фронта на оси η несущественно, то без потери общности положим $C_+=1$. Но тогда, выстраивая левое и правое решения



Фиг. 2

задачи, имеющие соответственно асимптотики (6.6) и (4.11) лишь с одной неопределенной константой C_- , сможем удовлетворить двум условиям гладкого их сращивания, вообще говоря, лишь при единственном (аналогично [7]) значении параметра Λ .

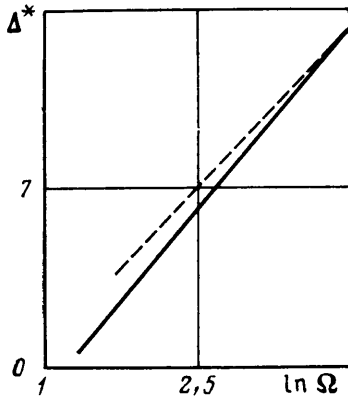
Полученные результаты могут служить объяснением поведения решения при больших Ω или Γ . Профили величин $\tau(\eta)$ (изображенные сплошными линиями на фиг. 2, а для различных значений параметра Γ) устанавливаются уже при $\Gamma > 1$, профили $N(\eta)$ (показанные штрихпунктиром на фиг. 2, б) устанавливаются при $\Gamma > 10$, причем сдвиг Δ^* растет с ростом Ω .

Закономерность роста $\Delta^*(\Omega)$ можно получить следующим образом. При $\Lambda = 1/4$ будет $k_1 = k_2 = 1/2$, поэтому вместо решений (6.4), (6.5) следует записать

$$N_1 = \Omega^{-2}(C_{11}e^{\eta/2} + C_{21}\eta e^{\eta/2}) \tag{6.7}$$

$$N_2 = (C_{12}e^{\eta/2} + C_{22}(\eta - \Delta^*)e^{\eta/2})e^{-\Delta^*/2} \tag{6.8}$$

Для гладкого сопряжения этих решений в некоторой окрестности η^* коэффициенты при одинаковых линейно-независимых решениях должны



Фиг. 3

удовлетворить условиям

$$C_{11}\Omega^{-2} = (C_{12} - C_{22}\Delta^*)e^{-\Delta^*/2} \quad (6.9)$$

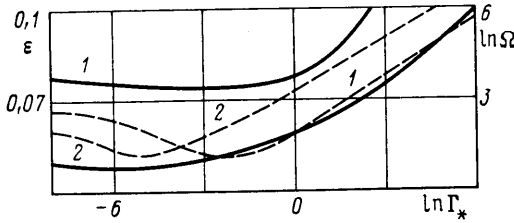
$$C_{21}\Omega^{-2} = C_{22}e^{-\Delta^*/2}$$

По условию, константы C_{ij} не зависят от Ω , поэтому из (6.9) следует, что главный член асимптотики $\Delta^*(\Omega)$ при $\Omega \rightarrow \infty$ будет равен

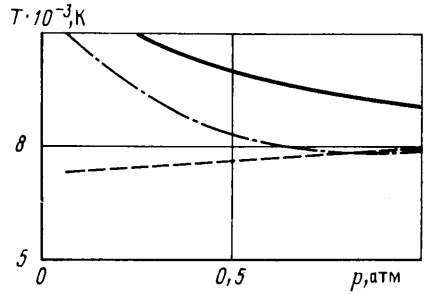
$$\Delta^* = 4 \ln(\Omega) + \dots \quad (6.10)$$

Эта прямая и является асимптотой расчетной кривой $\Delta^*(\Omega)$, изображенной на фиг. 3.

На фиг. 2, а штирховыми линиями показаны профили тепловыделения, соответствующие значениям $\Gamma = 10^{-3}$ и 100. При $\Gamma = 10^{-3}$ имеем практически равновесный случай, тепловыделение происходит вблизи $\tau \approx 1$ и имеется зона прогрева, в которой $q \approx 0$. Значение $\Gamma = 100$ соответствует неравновесному течению. В этом случае области прогрева и тепловыделения совпадают. Поглощение электромагнитной энергии происходит



Фиг. 4



Фиг. 5

(как видно из фиг. 2, б) при $N \leq N^* \ll 1$. Имеются ярко выраженная зона диффузии I и довольно протяженная область ионизации II.

Из соотношений (2.6), (4.8), (4.10) следует, что зависимости расхода m и температуры T_k в разряде имеют наиболее простой вид при заданном пстоке энергии в разряд Q . В предельно-равновесном и предельно-неравновесном случаях температура в разряде определяется трансцендентными уравнениями соответственно

$$\frac{Q}{c_p} = 1,57 \text{Le}^{-1} A_{\Omega} \omega^{1/2} \left(\frac{2}{I}\right)^{\alpha_{\Omega}+1} p^{-1/4} T_k^{\alpha_{\Omega}+2} e^{-I/(4T_k)} \quad (6.11)$$

$$\frac{Q}{c_p} = 2 \sqrt{A_{\Lambda}} p \left(\frac{2}{I}\right)^{\alpha_{\Lambda}/2} T_k^{\alpha_{\Lambda}/2+1} e^{-I/(2T_k)} \quad (6.12)$$

При заданном значении магнитного поля H_n на границе фронта разряда, как уже отмечалось в разд. 5, искомые величины могут быть определены с помощью соотношений (4.10), (5.1)–(5.3). На фиг. 4 представлены зависимости ε (сплошные линии) и $\ln \Omega$ (штирховые линии) от $\ln \Gamma^*$ для различных значений параметра H^* (1 – соответствует $\ln H^* = -12$, 2 – $\ln H^* = -16$).

Для определения размерных величин m , T_k и т. д. необходимо знать значения A_i и α_i . Для аргона были использованы данные из [2]. Значения констант рекомбинации K_r , полученные в разных работах, часто значительно отличаются друг от друга, поэтому для сравнения были проведе-

ны расчеты с разными предельными константами рекомбинации, учитывающими различные механизмы ионизации. Значения константы ступенчатой рекомбинации были взяты из книги [5]. Значения константы прямой рекомбинации были рассчитаны по константе равновесия и константе ионизации, приведенной в [9].

Из расчетов следует, что в рассматриваемом диапазоне температур при давлении 1 атм и частоте электромагнитного поля $\omega=9 \cdot 10^7$ рад/с значения $\ln \Gamma$, полученные по данным [9], попадают в сильно неравновесную область ($\ln \Gamma \sim 2-6$), по данным [5] в промежуточную область ($\ln \Gamma \sim 1-2,5$). При понижении давления значения Γ в соответствии с (5.1) увеличиваются и влияние неравновесной ионизации на структуру фронта разряда усиливается. На фиг. 5 представлены значения температур в разряде в зависимости от давления при заданном на границе фронта значении напряженности магнитного поля ($H_n=5$ эрстед). Сплошная кривая соответствует значениям K_r из [9], в этом случае справедлива неравновесная асимптотика. Штриховой линией показаны температуры, рассчитанные по равновесным зависимостям. Штрихпунктирная кривая рассчитана по данным из работы [5].

Авторы благодарны А. А. Бармину и А. Г. Куликовскому за полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райзер Ю. П. Высоочастотный разряд высокого давления в потоке газа как процесс медленного горения // ПТМФ. 1968. № 3. С. 3-10.
2. Дресвин С. В., Донской А. В., Гольдфарб В. М., Клубничкин В. С. Физика и техника низкотемпературной плазмы. М.: Атомиздат, 1972. 352 с.
3. Мейерович Б. Э. К теории равновесного высокоочастотного газового разряда // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Вып. 5(1). С. 1891-1905.
4. Федорюк М. В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1983. С. 352.
5. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 374 с.
6. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюл. МГУ, секция А. 1937. Т. 1. № 6. С. 1-26.
7. Зельдович Я. Б. К теории распространения пламени // Журн. физ. химии. 1948. Т. 22. № 1. С. 27-48.
8. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 478 с.
9. Лосев С. А., Полянский В. А. Неравновесная ионизация воздуха за фронтом ударной волны при скорости 5-10 км/с // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 1. С. 176-183.

Москва

Поступила в редакцию
14.XII.1987