

УДК 532.546

**НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ВЫТЕСНЕНИЕ ВЫСОКОПАРАФИНИСТЫХ
НЕФТЕЙ ВОДОЙ С УЧЕТОМ ВЫПАДЕНИЯ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ**

БЕДРИКОВЕЦКИЙ П. Г., ДОРФМАН Я. Е., КЛЯХАНДЛЕР И. Л.

При заводнении нефтяных месторождений температура закачиваемой воды, как правило, ниже пластовой. Для месторождений высокопарафинистых нефтей это приводит к резкому уменьшению нефтеотдачи [1, 2]. Физический механизм снижения эффективности вытеснения высокопарафинистой нефти водой с температурой ниже пластовой состоит в выпадении парафина в виде твердой фазы и, как следствие, в ухудшении фильтрационных характеристик коллектора [3–5]. Поэтому целесообразно закачивать в такие месторождения горячую воду как на ранней, так и на поздней стадии заводнения.

Выбор оптимального температурного режима в ходе заводнения при проектировании разработки нефтяных месторождений с высокопарафинистыми нефтями проводится на основе математического моделирования в рамках модели неизо-термической двухфазной фильтрации [6].

В данной работе предлагается математическая модель процесса неизо-термического вытеснения нефти водой с учетом выпадения твердой фазы. Получены автоматические решения задачи неизо-термического вытеснения нефти из однородного теплоизолированного пласта. Решены обратные задачи определения относительных фазовых проницаемостей и зависимости концентрации насыщения нефти парафином от температуры по данным лабораторного вытеснения. Получены точные решения неавтоматических задач о вытеснении высокопарафинистой нефти оторочкой горячей воды, а также задачи запаздывающего теплового воздействия.

Проведен качественный анализ неизо-термического вытеснения высокопарафинистых нефтей водой с учетом теплоотдачи в окружающие пласты.

1. Вывод уравнений движения. Рассмотрим процесс одномерной фильтрации трехкомпонентной системы вода — парафин — нефть. Нефтяная фаза разбита на два псевдокомпонента — нефтяной и парафиновый. Пластовая система может находиться как в двух-, так и в трехфазном состоянии. Компонентный состав фаз и обозначения для массовых концентраций компонентов в фазах и насыщенностей фаз представлены в таблице.

По правилу фаз Гиббса у трехфазной трехкомпонентной системы две степени свободы, а у двухфазной — три. В качестве свободных термодинамических переменных трехфазной системы выбираем давление p и температуру T ; в двухфазной системе к ним добавляется массовая концентрация парафина в нефтяной фазе c^m .

При крупномасштабном описании процесса вытеснения пренебрегаем кинетикой межфазного теплообмена, капиллярным скачком давления между фазами и диффузией компонентов в фазах. Пренебрегаем также теплотой фазовых переходов.

Фаза	Насыщенность	Индекс	Компоненты	Концентрации компонентов
Водная	ms	W	Вода	1
Нефтяная	$m(1-s-a)$	O	Нефть	$1-c$
			Парафин	c
Твердая	ma	p	Парафин	1
Скелет	$1-m$	f	—	—

В области двухфазного течения уравнения сохранения массы каждого компонента и энергии имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_w s] + \frac{\partial}{\partial X} [\rho_w F U] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_o c^m (1-s)] + \frac{\partial}{\partial X} [\rho_o c^m (1-F) U] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_o (1-c^m) (1-s)] + \frac{\partial}{\partial X} [\rho_o (1-c^m) (1-F) U] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \left[h_w s + h_o (1-s) + \frac{1-m}{m} h_f \right] + \frac{\partial}{\partial X} [h_w F + h_o (1-F)] &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\tau = \frac{1}{mL} \int_0^x U_o(\eta) d\eta, \quad X = \frac{x}{L}$$

Здесь U_o — скорость фильтрации на входе в пласт, L — длина пласта, U — безразмерная суммарная скорость фильтрации, ρ — плотность, h — энтальпия, m — пористость.

Для двухфазного течения выполняется обобщенный закон Дарси

$$\begin{aligned} U_w &= - \frac{k f_w(s, c, T)}{\mu_w(T) U_o(\tau)} \frac{\partial p}{\partial X} = F(s, c, T) U, \\ U_o &= - \frac{k f_o(s, c, T)}{\mu_o(T) U_o(\tau)} \frac{\partial p}{\partial X} = (1-F) U \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь F — доля водной фазы в суммарном потоке

$$F = (1 + f_o \mu_w / f_w \mu_o)^{-1} \quad (1.3)$$

Здесь k — проницаемость, f_i , $i=W, O$ — фазовые проницаемости соответственно воды и нефти, μ_i , $i=W, O$ — вязкости проницаемости воды и нефти.

Считаем, что плотности, вязкости и энтальпии фаз не зависят от давления, а являются функциями остальных термодинамических переменных — c^m и T . Тогда система (1.1) становится замкнутой. Независимыми переменными в ней являются s , c^m , T и U .

При трехфазном течении вводится объемная концентрация a парафина, выпавшего в виде твердой фазы, и объемная концентрация a_o неподвижной нефти, содержащейся в капиллярах, в которых движение отсутствует вследствие закупорки их частицами парафина. Количество нефти a_o , заземленной количеством a выпавшего парафина, зависит от размеров частиц парафина и от геометрии порового пространства. Поэтому предполагаем, что существует зависимость $a_o = \varphi(a)$. Компонентный состав подвижной и заземленной нефтей одинаков.

В области трехфазного состояния система уравнений сохранения состоит из первого уравнения (1.1) и следующих трех уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_o c_s^m (1-s-a) + \rho_p a] + \frac{\partial}{\partial X} [\rho_o c_s^m (1-F) U] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_o (1-c_s^m) (1-s-a)] + \frac{\partial}{\partial X} [\rho_o (1-c_s^m) (1-F) U] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \left[h_w s + h_o (1-s-a) + h_p a + \frac{1-m}{m} h_f \right] + \frac{\partial}{\partial X} [h_w F + h_o (1-F)] &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь равновесная концентрация парафина в нефтяной фазе не зависит от давления: $c_s^m = c_s^m(T)$.

В трехфазной области выполняется обобщенный закон Дарси для каждой из подвижных фаз. При этом фазовые проницаемости зависят от количества выпавшего парафина a и объемной доли защемленной нефти a_0 : $f_i = f_i(s, a, a_0, T)$. Поскольку $a_0 = \varphi(a)$, для фазовых проницаемостей имеем $f_i = f_i(s, a, T)$, $i = W, O$. При наличии твердой фазы вязкости подвижных фаз зависят только от температуры.

В замкнутой системе, состоящей из первого уравнения (1.1) и трех уравнений (1.4), неизвестными являются следующие величины: s, a, T и U .

Предположим, что для двухкомпонентной нефтяной фазы выполняется закон Амага: объем смеси равен сумме парциальных объемов компонентов: $\rho_o(c^m) = (\rho_o^i / (1 - c^m + \rho_p^i / c^m))^{-1}$.

Это позволяет ввести объемные концентрации парафина $c = \rho_o c^m / \rho_p^i$ и нефти $1 - c = \rho_o (1 - c^m) / \rho_o^i$. Пусть индивидуальные плотности всех компонентов постоянны, индивидуальные плотности парафина в жидком и твердом состояниях равны.

Предположим, что энтальпия жидкой фазы является суммой энтальпий компонентов и удельные энтальпии компонентов являются линейными функциями от температуры

$$h_o(c, T) = c_p T c + c_o T (1 - c)$$

Здесь $c_i, i = p, O$, — теплоемкости компонентов.

Тогда суммарный расход фаз U является первым интегралом движения, $U = 1$ [7]. Независимыми из трех уравнений неразрывности являются любые два.

Уравнения фильтрации в двухфазной области приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} [c(1-s)] + \frac{\partial}{\partial X} [c(1-F)] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \left[T \left(s c_w + (1-s) \{c c_p + (1-c) c_o\} + \frac{1-m}{m} c_f \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial X} [T (F c_w + \{c c_p + (1-c) c_o\} (1-F))] = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

В трехфазной области уравнения движения приобретают вид первого уравнения (1.5) и следующих двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} [c_s(1-s-a) + a] + \frac{\partial}{\partial X} [c_s(1-F)] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \left[T \left(s c_w + \{c_s(1-s-a) + a\} c_p + (1-s-a) (1-c_s) c_o + \frac{1-m}{m} c_f \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial X} [T (F c_w + \{c_p c + c_o (1-c)\} (1-F))] = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

2. Анализ уравнений движения. Системы (1.1) и первое уравнение (1.5) и уравнения (1.6) являются гиперболическими системами квазилинейных уравнений. В двухфазном случае характеристические скорости имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} = \xi_1 = F_s', \quad \frac{dX}{d\tau} = \xi_2 = \frac{1-F}{1-s} \\ \frac{dX}{d\tau} = \xi_3 = \frac{F + (Q+c)(P-c)^{-1}}{s + (R+c)(P-c)^{-1}} \\ Q = \frac{c_o}{c_p - c_o}, \quad P = \frac{c_w - c_o}{c_p - c_o}, \quad R = \frac{(1-m)m^{-1}c_f + c_o}{c_p - c_o} \end{aligned} \quad (2.1)$$

В трехфазном случае имеем

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} &= \xi_1 = F_s', & \frac{dX}{d\tau} &= \xi_2 = 0 \\ \frac{dX}{d\tau} &= \xi_3 = \frac{F + (Q + c_s)(P - c_s)^{-1}}{s + (1 - c_s)(P - c_s)^{-1}a + (R + c_s)(P - c_s)^{-1}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Скорости характеристик имеют геометрическую интерпретацию в плоскости (s, F) . В трехфазном случае первая характеристическая скорость равна наклону касательной к кривой Баклея – Леверетта при $a, T = \text{const}$. Скорость второй характеристики равна нулю. Точки, имеющие на плоскости (s, F) координаты $(-1(-c_s)a / (P - c_s) - (R - c_s) / (P - c_s))$; $-(Q + c_s) / (P - c_s)$, назовем $O(a, c)$ -центрами. Третья скорость равна наклону прямой, соединяющей точку (s, F) и $O(a, c)$ -центр. Для построения O -центра необходимо точку $(1 - a, 1)$ соединить с полюсом $G(-(Q + 1) / (P - 1), -(R + 1) / (P - 1))$ прямой и на этой прямой отметить точку с ординатой $-(Q + c) / (P - c)$. Она и является искомым центром. Поскольку $R > Q$ и $c_w > c_p > c_o$, O -центр лежит выше биссектрисы третьего координатного угла на плоскости (s, F) .

В двухфазном случае первая скорость также равна наклону касательной к кривой Баклея – Леверетта при $c, T = \text{const}$; вторая скорость – наклону прямой, соединяющей точки (s, F) и $(1, 1)$; третья скорость равна наклону прямой, соединяющей точку (s, F) с $O(0, c)$ -центром. Прямую, соединяющую полюс G с точкой $(1, 1)$ на плоскости (s, F) , назовем прямой двухфазных O -центров.

Система уравнений движения допускает автомодельные решения, зависящие от комплекса $\xi = X/\tau$. На непрерывных участках автомодельного решения переменная ξ равна одному из значений характеристических скоростей $\xi_i, i = 1, 3$. При $i = 1$ центрированная s -волна – волна Баклея – Леверетта, на которой $\xi = F_s'$; на ней в двухфазной области постоянны c и T , в трехфазной – a и T . Центрированных волн других семейств не существует, поскольку вдоль них автомодельная переменная ξ не меняется.

Гиперболические системы уравнений движения, полученные в разд. 1, допускают разрывные решения. Условия баланса объемов водного и парафинового компонентов и энергии на разрыве получаются из дивергентных форм этих уравнений сохранения. Проведем классификацию разрывов.

При разрывном переходе из трехфазного состояния в трехфазное имеются следующие типы скачков:

s – скачки, $[a] = [T] = 0$; скорость разрыва V равна наклону отрезка, соединяющего точки (s^-, F^-) и (s^+, F^+) .

s, a – скачки, $[T] = 0$; скорость скачка равна нулю.

s, a, T – скачки; скорость разрыва равна наклону прямой, соединяющей четыре точки: (s^-, F^-) , (s^+, F^+) , $O(a^+, c_s^+)$ и $O(a^-, c_s^-)$

$$V_{3 \rightarrow 3} = \frac{F^+ - F^-}{s^+ - s^-} = \left(F^\pm + \frac{Q + c_s^\pm}{P - c_s^\pm} \right) \left(s^\pm + \frac{1 - c_s^\pm}{P - c_s^\pm} a^\pm + \frac{R + c_s^\pm}{P - c_s^\pm} \right)^{-1} \quad (2.3)$$

При разрывном переходе из трехфазной области в двухфазную существуют только s, c, a, T -скачки:

$$V_{3 \rightarrow 2} = V_{3 \rightarrow 3}, \quad a^- = 0, \quad c_s^- = c^-$$

При скачке из двухфазной области в трехфазную также существуют только s, c, a, T – скачки. Соотношения на скачке аналогичны соотношениям на скачке в предыдущем случае с заменой знака минус на плюс.

При разрывном переходе из двухфазного состояния в двухфазное существуют следующие типы скачков:

s – скачки, $[c] = [T] = 0$; скорость разрыва равна наклону отрезка, соединяющего точки (s^-, F^-) и (s^+, F^+) .

s, c – скачки, $[T] = 0$; скорость разрыва имеет смысл наклона отрезка, соединяющего точки (s^\pm, F^\pm) и $(1, 1)$.

s, T – скачки, $[c] = 0$; скорость разрыва равна наклону прямой, проходящей через точки (s^\pm, F^\pm) и $O(0, c)$ -центр.

3. Автомодельные решения. Рассмотрим задачу фронтального вытеснения нефти водой из полубесконечного пласта. Если до начала вытеснения пласт содержит выпавший парафин, начальные условия имеют вид

$$\tau = 0: \quad s = s_*, \quad a = a_*, \quad T = T_* \quad (3.1)$$

В противном случае начальные условия имеют вид

$$\tau = 0: \quad s = s_*, \quad c = c_*, \quad T = T_* \quad (3.2)$$

На нагнетательной галерее задаются температура нагнетаемой воды и доля водной фазы в потоке

$$X=0: T=T^{\circ}, F=1 \quad (3.3)$$

Насыщенность твердой фазы при $X=0$ находится в ходе решения. Задача (3.1), (3.3) является задачей Гурса [8].

Задача (3.1), (3.2) для системы уравнений (1.5)–(1.6) допускает автомодельное решение, зависящее от переменной ξ . Это решение будем изображать в виде пути на плоскости (s, F) [9].

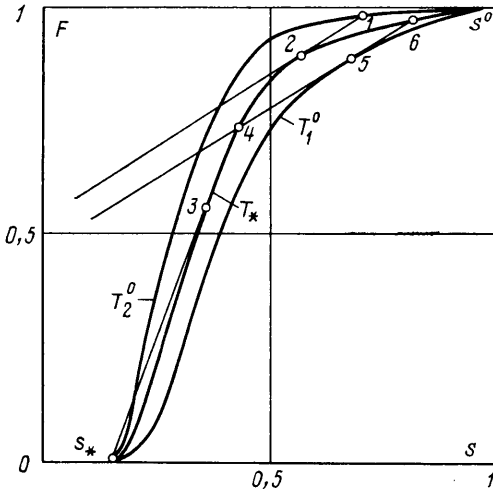
Начальные условия (3.1), (3.2) переходят в условия при $\xi=\infty$ для автомодельного решения, а граничные условия для $X=0$ — в условия при $\xi=0$.

В качестве условия устойчивости для скачков примем обобщение критерия Лакса: на разрыв должны приходиться четыре характеристики

(на одну больше, чем число переменных) [8]. Приходящими будем считать и те характеристики, у которых скорость равна скорости разрыва [9].

Допустим, что в пласте в начальный момент находится двухфазная система.

Если вытеснение осуществляется холодной водой, $T^{\circ} = T_2^{\circ} < T_*$ (во всех последующих примерах предполагается, что снижение температуры ухудшает условия фильтрации нефти, $F_T' < 0$), и при этом начальная концентрация парафина s_* меньше равновесной при температуре закачиваемой воды $s_* < s_*(T^{\circ})$, то концентрация в решении не меняется, скорость скачка температуры определяется



Фиг. 1

наклоном касательной, проведенной из $O(0, s_*)$ -центра к кривой Баклея—Леверетта при $T=T_*$, $s=s_*$. Соответствующий решению путь может быть записан следующим образом (фиг. 1):

$$\begin{aligned} (s^{\circ}, 1) - s - (s_1, F^{\circ}(s_1)) - P - J_T - (s_2, F_*(s_2)) - \\ - s - (s_3, F_*(s_3)) - J - (s_*, 0) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь принята следующая символика: P — область постоянства всех переменных, s — участок простой s -волны, J — s -скачок, J_T — s , T -скачок. Точка 2 на фиг. 1 есть точка касания баклеевской кривой при $T=T_*$, $s=s_*$ прямой, проходящей через $O(0, s_*)$ -центр, точка 1 — пересечение этой прямой баклеевской кривой при $T=T^{\circ}$, $s=s^{\circ}$.

Предположим теперь, что начальная концентрация больше равновесной при температуре вытеснения: $s_* > s_*(T^{\circ})$. Тогда в области, прилегающей к нагнетательной галерее, реализуется трехфазное течение. Используем для построения решения фиг. 1. Найдем пересечение касательной к баклеевской кривой при $T=T_*$, $s=s_*$ с горизонталью $(Q + c_s(T^{\circ})) / (P - c_s(T^{\circ}))$. Прямая, проведенная через точку пересечения и полюс G , пересекает горизонталь $F=1$ в точке с абсциссой $1 - a^{\circ}$. Отсюда находим a° . Затем строится баклеевская кривая при $T=T^{\circ}$, $a=a^{\circ}$ и строится решение, аналогичное предыдущему, с той разницей, что на скачке J_T изменяется не только температура, но и концентрация. В случае горячего вытеснения баклеевская кривая при $T^{\circ}=T_1^{\circ}$ лежит ниже кривой при $T=T_*$ и

решение тогда имеет следующий вид (фиг. 1):

$$\begin{aligned} (s^\circ, 1) - s - (s_5, F^\circ(s_5)) - J_T - (s_4, F_*(s_4)) - \\ - P - s - (s_3, F_*(s_3)) - J - (s_*, 0) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь точка 5 есть точка касания баклеевской кривой при $T=T^\circ$ прямой, проходящей через $O(0, c_*)$ -центр, точка 4, есть точка пересечения этой прямой баклеевской кривой при $T=T_*$, лежащая левее точки 5. Точка 3 равна насыщенности на фронте вытеснения и находится как точка касания баклеевской прямой при $T=T_*$ прямой, проходящей через точку s_* .

При горячем вытеснении оказывается больше нефтенасыщенность в зоне водонефтяного вала.

Перейдем к задачам фронтального вытеснения при наличии твердой фазы в начальном состоянии $a_* > 0$. Пусть вытеснение осуществляется холодной водой с $T^\circ < T_*$. Путь, соответствующий решению этой задачи, описывается формулой (3.4). Значение a° определяется точно так же, как в случае вытеснения двухфазной системы холодной водой.

Рассмотрим вытеснение трехфазной системы горячей водой при $T^\circ = T_1^\circ > T_*$. В этом случае сложнее решается вопрос о том, образуется ли в зоне вытеснения область двухфазного течения и каковы значения c° или a° в зоне вытеснения.

Допустим, что в зоне вытеснения реализуется двухфазное течение с максимально возможной концентрацией парафина $c_s(T^\circ) = c^*$. Через $O(a_*, c_*)$ - и $O(0, c^*)$ -центры проведем прямую M и выясним, как она расположена относительно кривой Баклея — Леверетта при $T=T^\circ$, $c=c^*$. Пусть эта прямая окажется выше кривой. Тогда будем увеличивать насыщенность твердой фазы в зоне вытеснения, т. е. величину a° . При этом $O(a^\circ, c^\circ)$ -центр будет перемещаться по горизонтали от прямой двухфазных центров влево, наклон прямой M будет уменьшаться. Рост насыщенности твердой фазы при фиксированной водонасыщенности означает, что в уменьшающемся за счет выпадения парафина поровом объеме вода занимает все большую долю, что позволяет сделать предположение, что доля водной фазы при этом в потоке растет, $F_a' > 0$. Таким образом, при увеличении значения a° наклон прямой M уменьшается, а значения функции Баклея — Леверетта увеличиваются.

Искомое значение насыщенности твердой фазы a° соответствует ситуации, когда прямая M касается кривой Баклея — Леверетта при $T=T^\circ$, $a=a^\circ$. Пусть прямая M , проведенная через $O(a_*, c_*)$ - и $O(0, c^*)$ -центры, пересекает баклеевскую кривую при $T=T^\circ$, $c=c^*$. Тогда будем уменьшать значение c° . При этом наклон прямой M будет увеличиваться и в зоне вытеснения реализуется двухфазное течение с концентрацией c° такой, что прямая M касается баклеевской кривой при $T=T^\circ$, $c=c^\circ$. В обоих случаях профили насыщенности оказываются аналогичными тем, которые были получены для случая вытеснения двухфазной системы горячей водой (фиг. 1).

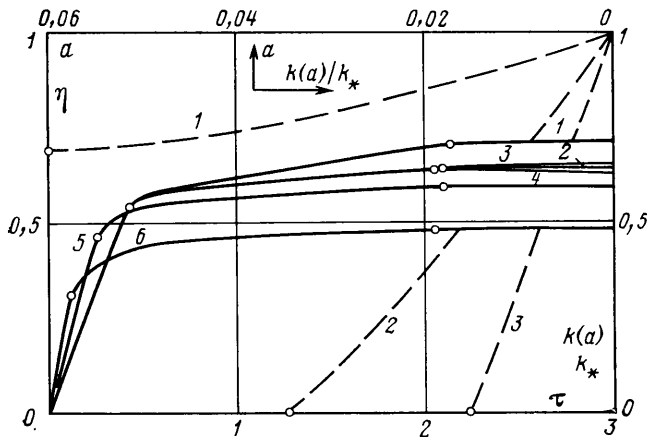
При изменении начальной обводненности пласта реализуется пять типов решений, различающихся последовательностью участков постоянства, s -волн и s -скачков в охваченной температурным воздействием зоне.

4. Анализ результатов расчетов. Исходные данные для расчетов неизотермического вытеснения (месторождение Узень): $m=0,22$, $c_w=4,2$, $c_o=1,9$, $c_p=2,5$, $c_f=3,2$ Дж/см³×°С $\mu_o=151/(T-20)$, $\mu_w=35/(T+15,7)$ сП

$$f_w(s) = \left(\frac{s-0,2}{0,8} \right)^{2,5}; \quad f_o(s, a, T) = \frac{k(a)}{k_*} (1+2,4s) \left(\frac{s^\circ-s}{s^\circ} \right)^{2,8}$$

$$s^\circ = 0,85 - 2a + 0,0015(T-60), \quad c_s = 15,5 + (T-36) \cdot 0,31\%$$

Здесь k_* — начальная проницаемость пласта. Так как выпадение парафина



Фиг. 2

происходит в капиллярах, занятых нефтяной фазой, считаем, что выпавший парафин снижает фазовую проницаемость нефти во столько же раз, во сколько уменьшает ее в однофазном нефтяном потоке.

Определим функцию $k(a)$. В [10] было приведено отношение расхода нефти к перепаду давления при прокачке нефти через образец, в котором с помощью термостата поддерживалось постоянное во времени распределение температуры по длине $T(X)$. Запишем закон сохранения массы парафина

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [c(1-a) + a] + \frac{\partial c}{\partial X} = 0$$

$$c = c_*, T > T_s(c_*)$$

$$c = c_s(T), T < T_s, dT/dX < 0$$

$$c = c_s(T^*), T < T_s, dT/dX \geq 0, dT^*/dX = 0$$
(4.1)

Интегрируя, находим

$$a(X, \tau) = - \frac{c'(T)T'(X)}{1-c(T)} \tau + a_1(X)$$
(4.2)

Здесь $a_1(X)$ — начальное распределение выпавшего парафина в пористой среде. Найдем перепад давления на образце

$$\Delta p(\tau) = - \int_0^1 \frac{U(\tau) \mu_o(T(X))}{k(a(X, \tau))} dX$$
(4.3)

Далее, выражая из (4.3) интеграл, получим

$$\frac{\Delta p(\tau)}{U(\tau)} = - \int_0^1 \frac{\mu(T(X))}{k(a(X, \tau))} dX$$
(4.4)

Представляя $k(a)$ в каком-либо параметрическом виде, из (4.2), (4.4) можно найти константы в выражении $k(a)$. На фиг. 2 пунктиром приведены графики функций $k(a)$ для различных фильтрующихся жидкостей и пористых сред. Кривая 1 — искусственный керн и нефть месторождения Узень, кривая 2 — искусственный керн и 25% — ный раствор парафина в керосине, кривая 3 — керн и нефть месторождения Узень. Для кривой 3 $k(a) = 0,3(1 - 65a)$ мД.

Приведенные на фиг. 2 сплошными линиями кривые нефтеотдачи 1, 2, 3, 4 соответствуют температурам $T^o = 90; 60; 45; 30^\circ \text{C}$ закачиваемой воды. Начальная температура пласта $T_s = 60^\circ \text{C}$. Как видно из графиков, закачка горячей воды в пласт приводит к повышению нефтеотдачи примерно на 5% при закачке трех поровых объемов по сравнению с изотермическим вытеснением. Вместе с тем, как видно из

фиг. 2, различие нефтеотдач при изотермическом и холодном заводнении даже при учете выпадения парафина оказывается малым. Это связано с отставанием фронта тепла $X_1(\tau)$ от фронта вытеснения $X_0(\tau)$: нефть, которая могла бы быть заземлена выпавшим парафином, оказывается вытесненной на начальной стадии вытеснения. Учет же выпавшего парафина при вытеснении трехфазной системы показывает значительное влияние этого фактора на нефтеотдачу. Приведенные на фиг. 2 кривые нефтеотдачи 5, 6 соответствуют вытеснению из пласта с $T_* = 45$ С, $a_* = 0,01$ водой с температурой $E^* = 33$ С. Кривая 5 соответствует нефтеотдаче без учета выпадения парафина, кривая 6 — с учетом выпавшего парафина. Неучет выпадения парафина и его влияния на фазовые проницаемости ведет к существенному завышению предполагаемой нефтеотдачи (примерно на 11% при закачке двух поровых объемов) при вытеснении нефти из пластов, температура которых ниже температуры насыщения нефти парафином.

5. Определение характеристик фильтрационного потока по данным вытеснения. По данным измерений, проводимых в ходе вытеснения, можно определить функцию распределения потоков $F(s, a, T)$, относительные фазовые проницаемости f_w и f_o , плотность нефтяной фазы $\rho_o(c, T)$, концентрацию насыщения $c_s(T)$ и энтальпии воды h_w , нефтяной фазы h_o и скелета h_f . Для этого в ходе вытеснения измеряются скорость фильтрации на входе в пласт $U_o(\tau)$, перепад давления $\Delta p(\tau)$ и массовые расходы каждого компонента: нефтяного $q_o(\tau)$, парафинового $q_p(\tau)$ и воды $q_w(\tau)$. Расходы $q_o(\tau)$ и $q_p(\tau)$ определяются по данным хроматографического анализа вытесненной нефти. В ходе эксперимента выполнены условия крупномасштабного приближения и теплоизоляции образца. Задача вытеснения (1.5), (1.6) допускает автомодельное решение, зависящее от комплекса $\xi = X/\tau$. Все дальнейшие построения не требуют знания решения, они опираются только на факт его автомодельности.

Все уравнения движения (1.5), (1.6) имеют дивергентный вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial q}{\partial X} = 0 \quad (5.1)$$

Здесь q — массовый или тепловой поток, ρ — плотность (теплосодержание).

Проинтегрируем уравнение (5.1) по области плоскости (X, τ) , ограниченной контуром $\Gamma: (0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow (1, \tau) \rightarrow (0, 0)$. По формуле Грина этот интеграл равен сумме интегралов от формы потока $q d\tau - \rho dX$ вдоль сторон контура Γ . В силу автомодельности $q(X, \tau) = q(X/\tau)$, $\rho(X, \tau) = \rho(X/\tau)$ имеем

$$-\rho(X, 0) + \int_0^\tau q(1, \eta) d\eta = \tau q \frac{1}{\tau} - \rho \frac{1}{\tau} \quad (5.2)$$

Первый член в левой части (5.2) равен плотности до начала вытеснения, второй измеряется в ходе вытеснения. Первый член правой части также может быть вычислен. Это дает возможность вычислить $\rho(1/\tau)$ в выходном сечении образца из (5.2).

Пусть в момент τ к выходному сечению примыкает двухфазный поток. Применяя выкладку (5.2) к уравнениям двухфазного течения, из первого уравнения (1.1) вычисляем в выходном сечении s , из второго уравнения (1.1) — $\rho_o c^m (1-s)$, из четвертого уравнения (1.1) — $h_w s + h_o (1-s) + (1-m) m^{-1} h_f$. Измеряя в выходном сечении $c^m = q_p / (q_p + q_o)$ и сопоставляя s , c^m , ρ_o , T , соответствующие одинаковым моментам τ , находим $\rho_o(c, T)$. При линейной зависимости энтальпии от температуры $h_w = c_w \rho_w T$, $h_o = c_o(c^m) \rho_o(c^m, T) T$, $h_f = c_f \rho_f T$ измерения в три различных момента времени τ_i , $i=1, 3$, дают величины удельных теплоемкостей c_w , $c_o(c^m)$ и c_f .

Пусть в момент τ в выходном сечении присутствует выпавший парафин. Применяя выкладку (5.2) к уравнениям трехфазного течения, вы-

не зависит от τ и является первым интегралом движения

$$c_w = \left[F(s^+(X_2, c^0, T^0) c_w + \{c_p c^0 + c_o(1-c^0)\}(1-F^+) - s^+ c_w + (1-s^+) \{c_p c^0 + (1-c^0) c_o\} + \frac{1-m}{m} c_f \right) F_s'^+] \tau \quad (6.3)$$

Из системы двух трансцендентных уравнений (6.2) и (6.3) определяется движение тыла оторочки $X_2(\tau)$. Значения насыщенности перед тылом оторочки лежат на баклеевской кривой F^0 при $T=T^0$, $c=c^0$. Точки $s^+(X_2)$ и $s^-(X_2)$ лежат на одной прямой, проходящей через $O(0, c^0)$ - и $O(a^-, c_s^-)$ -центры. Наклон прямой равен скорости тыла оторочки. Из пересечения этой прямой оси $F=1$ находим $a^-(X_2)$, из пересечения этой прямой баклеевской кривой при $T=T^-$, $a=a^-$ находим $s^-(X_2)$. Устремляя в (6.2) и (6.3) $\tau \rightarrow \infty$, находим, что $s^+ \rightarrow s_5$, $s^- \rightarrow s_6$ (фиг. 1, 3), скорость тыла возрастает до скорости фронта, объем оторочки стабилизируется.

В зоне проталкивающей воды $0 < X < X_2(\tau)$ задача (6.1) сводится к смешанной задаче $s(0, \tau) = s^0$, $s(X_2(\tau), \tau) = s^-(X_2(\tau), \tau)$. Значения насыщенности с тыла оторочки $s^-(X_2)$ переносятся вдоль s -характеристик в простой s -волне $s(X_0, \tau_0) = s^-(X_2(\tau_0))$, $dX/d\tau = F_s'(s^-(X_2(\tau_0)), a^-(\tau), T_*)$. Построенное решение позволяет в явном виде находить зависимости технологических параметров (нефтеотдача, обводненность) от объемов и температур оторочек.

7. Запаздывающее тепловое воздействие. Рассмотрим запаздывание теплового воздействия на пласт, содержащий в исходном состоянии твердый парафин и подвергнутый вначале холодному заводнению

$$X=0: T=T_1(\tau < 1); T=T_2(\tau > 1); T_1 < T_* < T_2 \quad (7.1)$$

До момента $\tau=1$ решение совпадает с автомодельным. В момент $\tau=1$ происходит распад разрыва граничного условия с конфигурацией (3.5). Движение фронта тепла находится аналогично движению тыла оторочки (6.2), (6.3). При этом формула (6.3) имеет смысл до момента $\tau=\tau_1$, когда скорость фронта тепла станет равной наклону прямой, проходящей через $O(a^-, c_s(T_2))$ - и $O(a^+, c_s(T_1))$ -центры и касающейся баклеевской кривой при $T=T_2$, $a=a^-$. В этот момент приходятся на скачок оказываются пять характеристик, нарушается условие его устойчивости и он распадается на два скачка: J_T -скачок, движущийся с постоянной скоростью, и опережающий его s -скачок, который затем взаимодействует с J_T -скачком автомодельного решения (фиг. 4). Эффект запаздывания заключается в невосстановлении нефтеотдачи по сравнению с непрерывными нагнетанием горячей воды.

8. Неадиабатическое вытеснение. Рассмотрим процесс вытеснения трехфазной системы горячей водой из нетеплоизолированного пласта. В этом случае в правых частях уравнений баланса энергии (четвертые уравнения систем (1.1) и (1.4)) будет присутствовать член q_T интенсивности теплообмена. По схеме Ньютона [12]

$$q_T = -\alpha L(T - T_*)/U$$

При $\tau \rightarrow 0$ решение имеет автомодельную асимптотику (3.5), соответствующую вытеснению из теплоизолированного пласта. При $\tau \rightarrow \infty$ решение имеет автомодельную асимптотику, соответствующую изотермическому вытеснению исходной пластовой системы (фиг. 1)

$$(s^0, 1) - s - (s_3, F_*(s_3)) - J - (s_*, 0)$$

Структура зоны вытеснения показана на фиг. 5. Штрихпунктирными линиями обозначены T -характеристики.

На фронте $X_1(\tau)$ происходит контактный скачок температуры: $T^-(X_1) \rightarrow T_*$. На нем выполняются условия Гюгонио, приводящиеся к виду (2.3), а также условие Жуке равенства скорости разрыва и скорости s -характеристики за ним [12]

$$dX_1/d\tau = F_s'(s^-(X_1), c^-(X_1), a^-(X_1), T^-(X_1)) \quad (8.1)$$

3. *Розенберг М. Д., Кундин С. А.* Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. М.: Недра, 1976. С. 335.
4. *Требин Г. Ф., Капырин Ю. В., Савинихина А. В.* Неизотермическая фильтрация высокопарафинистой нефти в пористой среде // Теория и практика добычи нефти: Ежегодник ВНИИнефтегаз. М.: Недра, 1971. С. 150—158.
5. *Требин Г. Ф., Абезгауз И. М., Савинихина А. В.* О выпадении парафина из нефти // Науч. техн. сб. по добыче нефти. М.: Недра, 1970. Вып. 37. С. 63—66.
6. *Брагинская Г. С., Ентово В. М.* О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 99—107.
7. *Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е.* Нелинейные волны в процессах двухфазной трехкомпонентной фильтрации // Докл. АН СССР. 1982. Т. 264. № 1. С. 60—65.
8. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 688 с.
9. *Ентово В. М.* Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах. Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов: Препринт № 161. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1980. 63 с.
10. *Требин Г. Ф., Савинихина А. В., Капырин Ю. В.* Изучение неизотермической фильтрации нефти месторождения Узень // Науч. техн. сб. по добыче нефти. М.: Недра, 1969. Вып. 36. С. 64—69.
11. *Эфрос Д. А.* Определение относительных проницаемостей и функций распределения при вытеснении нефти водой // Докл. АН СССР. 1956. Т. 110. № 5. С. 746—749.
12. *Бедриковецкий П. Г., Каневская Р. Д., Лурье М. В.* Эффекты неравновесной сорбции, растворения и теплообмена при вытеснении нефти активными жидкостями // Докл. АН СССР. 1982. Т. 266. № 6. С. 1324—1329.

Москва

Поступила в редакцию
12.V.1988