

начальный момент является догоняющим. На фигуре, 6 отражено столкновение солитонов, соответствующих начальным скоростям $V_1=4$ и $V_2=2$. Сплошная, штрихпунктирная и штриховая линии соответствуют моментам времени $\tau=0; 3,25; 6,5$. При этом штрихпунктирная и штриховая линии в целях удобства сравнения были сдвинуты влево по оси абсцисс соответственно на 10 и 19,7 единиц измерения. Момент времени $\tau=3,25$ соответствует минимальному наблюдаемому расстоянию между горбами.

Фигура, а отражает взаимодействие солитонов с $V_1=4$ и $V_2=1$. Сплошная, штрихпунктирная и штриховая линии соответствуют значениям $\tau=0; 2,375; 4,75$. Сдвиг штрихпунктирной и штриховой линий влево по оси абсцисс составил 6 и 12 единиц измерения. В процессе взаимодействия наблюдалось слияние солитонов.

Отметим, что пары солитонов уравнения (1.6), соответствующие скоростям 4 и 2, 4 и 1, взаимодействуют подобно солитонам в магнитной трубке, изображенным на фиг. 16. Возможность слияния солитонов Бенъямина – Оно показана аналитически в [45]. Для точных двухсолитонных решений уравнения Кортевега – де Вриза также характерна представленная фигурой, а, б эволюция.

Во всех проведенных расчетах законы сохранения (1.5) выполнялись с приемлемой точностью.

Автор благодарит М. С. Рудермана за постановку задачи и В. Б. Баранова за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Edwin P. M., Roberts B. Wave propagation in a magnetic cylinder // Solar Phys. 1983. V. 88. № 1–2. P. 179–191.
2. Мологовщikov А. Л., Рудерман М. С. Нелинейные медленные симметричные волны в магнитной трубке: Препринт Пр-1147. М.: ИКИ АН СССР, 1986.
3. Molotovshchikov A. L., Ruderman M. S. Long nonlinear waves in a compressible magnetically structured atmosphere. IV. Slow sausage waves in a magnetic tube // Solar Phys. 1987. V. 109. № 2. P. 247–263.
4. Roberts B. Solitary waves in a magnetic flux tube // Phys. Fluids. 1985. V. 28. № 11. P. 3280–3286.
5. Roberts B. Solitons in astrophysics // Proc. 6th Gen. Conf. Europ. Phys. Soc. «Trends in Physics», 1984. Prague, p. 177–185.
6. Leibovich S. Weakly nonlinear waves in rotating fluids // J. Fluid Mech. 1970. V. 42. Pt 4. P. 803–822.
7. Pritchard W. G. Solitary waves in rotating fluids // J. Fluid Mech. 1970. V. 42. Pt 1. P. 61–83.
8. Leibovich S., Randall J. D. Solitary waves in concentrated vortices // J. Fluid Mech. 1972. V. 51. Pt 4. P. 625–635.
9. Ono H. Algebraic solitary waves in stratified fluids // J. Phys. Soc. Japan. 1975. V. 39. № 4. P. 1082–1091.
10. Matsuno Y. Exact multi-soliton solution of the Benjamin – Ono equation // J. Phys. A: Math. Gen. 1979. V. 12. № 4. P. 619–621.
11. Korteweg D. J., de Vries G. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves // Phil. Mag. 1895. Ser. 5. V. 39. P. 422–443.
12. Узлем Дж. Линеиные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
13. Петвиашвили В. И. Об уравнении необыкновенного солитона // Физика плазмы. 1976. Вып. 3. С. 469–472.
14. Spangler S. R., Sheerin J. P., Payne G. L. A numerical study of nonlinear Alfvén waves and solitons // Phys. Fluids. 1985. V. 28. № 1. P. 104–109.
15. Matsuno Y. Soliton and algebraic equation // J. Phys. Soc. Japan. 1982. V. 51. № 10. P. 3375–3380.

Москва

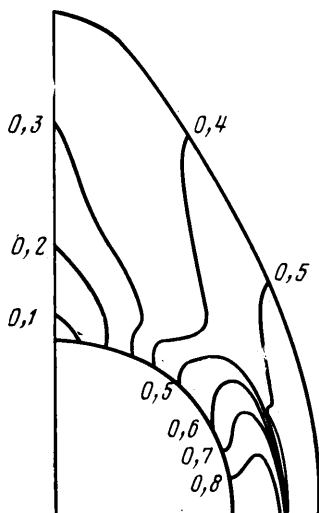
Поступила в редакцию
15.IX.1987

УДК 533.6.011.55

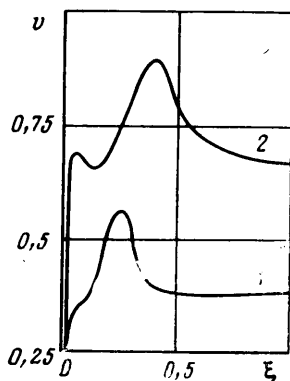
НЕСТАЦИОНАРНОЕ СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЧЕРЕЗ ТЕПЛОВУЮ НЕОДНОРОДНОСТЬ

ГОЛОВАЧЕВ Ю. П., ЛЕОНТЬЕВА Н. В.

Нестационарные эффекты, обусловленные изменением параметров набегающего потока, могут оказывать существенное влияние на характеристики сверхзвукового обтекания тел. Различные задачи такого рода решались в [1–5] в рамках модели идеального газа. Результаты этих расчетов дают информацию о структуре течения вблизи обтекаемой поверхности и распределении давления. Они могут быть исполь-



Фиг. 1



Фиг. 2

зованы также для анализа нестационарного теплообмена на основе теории пограничного слоя. Применимость этой теории ограничивается условиями, когда в поле течения нет интенсивных волн сжатия и разрежения, что налагает ограничения на величину возмущения параметров набегающего потока и числа Струхала. Ограничения устраняются при использовании модели вязкого ударного слоя, в рамках которой все поле течения между поверхностью тела и головной ударной волной описывается едиными уравнениями. В настоящей работе в такой постановке исследуется сверхзвуковое обтекание сферы при ее движении через слой газа с переменной температурой. Для окрестности линии торможения в предположении о локальной автомодельности течения эта задача решалась в [6].

1. Рассматривается осесимметричное обтекание лобовой поверхности сферы при ее движении через бесконечный плоский слой газа, в котором давление постоянно и равно давлению в окружающей среде, а температура изменяется в соответствии с формулой

$$T(x) = T_0 \left\{ 1 - a \exp \left[- \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad (1.1)$$

где a , b — числовые параметры, x — расстояние от плоскости симметрии слоя.

Скорость движения сферы считается постоянной, плотность газа — достаточной для образования головной ударной волны. Течение между головной ударной волной и поверхностью сферы описывается упрощенными уравнениями Навье — Стокса, которые содержат все члены уравнений Эйлера и лишь наибольшие из членов учитывающих молекулярный перенос [7]. Постановка граничных условий аналогична [7]. На головной ударной волне используются соотношения Ренкина — Гюгонио; на поверхности тела — условия прилипания, непроницаемости и условие для температуры; на оси течения — условия симметрии; на выходной границе расчетной области — «мягкие» условия вида $\partial^2 f / \partial \theta^2 = 0$, где θ — угловая координата, f — любая из искомых функций. Начальные условия находятся из решения соответствующей стационарной задачи.

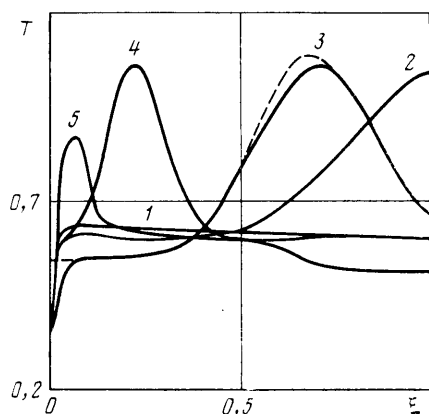
Задача решается с помощью двухслойной неявной конечно-разностной схемы. Значения функции на новом временном слое находятся итерациями в каждой из которых выполняются векторные прогонки поперек ударного слоя. Численный метод имеет второй порядок точности по пространственным координатам и близкий ко второму по времени. Подробное описание метода приведено в [1, 7].

Расчеты проводились на подвижных сетках, узлы которых перемещались вдоль лучей $\theta = \text{const}$ в соответствии с движением головной ударной волны относительно поверхности сферы. Используемые сетки содержали 51 узел на каждом луче. Узлы сгущались к поверхности сферы с помощью логарифмического преобразования радиальной координаты. Шаги сеток по угловой координате были постоянными, в большинстве случаев $\Delta\theta = 5^\circ$. Интегрирование по времени велось с постоянным шагом Δt , величина которого выбиралась в зависимости от условий обтекания. Точность численных решений контролировалась по их сходимости при уменьшении шагов разностной сетки. Она оценивается в несколько процентов.

2. Расчеты проводились для случая обтекания сферы совершенным двухатомным газом с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$. Коэффициент вязкости вычислялся по формуле Сазерленда для воздуха, число Прандтля $Pr = 0,7$.

Структура течения в ударном слое и характеристики обтекания зависят от скорости движения тела и параметров неоднородности набегающего потока. Ниже рассматриваются некоторые результаты расчетов для $M_0=2$, $b=0,45R$, где M_0 — число Маха при движении сферы за пределами неоднородности, R — радиус сферы. Температура поверхности сферы в этих расчетах принята равной температуре газа за пределами неоднородности: $T_w=T_0=300$ К. На фигурах значения времени, скорости, температуры, давления и теплового потока отнесены соответственно к R/V , V , $V^2/2R^*$, $\rho_0 V^2$, $\rho_0 V^3$, где V — скорость движения сферы, R^* — удельная газовая постоянная, ρ_0 — плотность газа за пределами неоднородности.

Результаты, приведенные на фиг. 1–3, соответствуют числу Рейнольдса $Re = \rho_0 VR/\mu(T_0) = 10^4$. На фиг. 1 показаны линии постоянных значений давления в ударном слое при $a=0,7$ для момента времени $t=2,6$. За начало отсчета времени принят момент, когда температура газа в набегающем потоке отличается от значения T_0 на 0,1%. Прохождение сферы через неоднородность сопровождается значительным изменением геометрических характеристик ударного слоя и распространением в нем интенсивных волн разрежения и сжатия. При входе в область с пониженной плотностью головная ударная волна сначала удаляется от поверхности сферы. Уменьшение плотности газа в набегающем потоке приводит к понижению давления за головной ударной волной, которое распространяется к поверхности тела. В дальнейшем при движении сферы в газе с возрастающей плотностью отход головной ударной волны уменьшается. В ударном слое формируется волна сжатия. В момент $t=2,6$ она после отражения от поверхности тела перемещается к головной ударной волне.



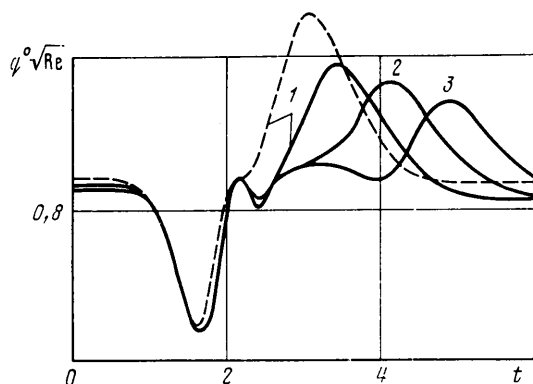
Фиг. 3

Одной из особенностей рассматриваемого нестационарного течения, проявляющейся наиболее ярко при малых сверхзвуковых скоростях, является образование высокотемпературной струи, которая распространяется от оси симметрии вдоль ударного слоя. Этот эффект хорошо виден на фиг. 2, где представлены профили касательной компоненты скорости газа на лучах $\theta=30$ и 60° (кривые 1 и 2) при $a=0,7$, $t=2,6$. Здесь ξ — расстояние от поверхности сферы, отнесенное к величине отхода головной ударной волны.

На фиг. 3 приведены профили температуры на оси симметрии течения в различные моменты времени при $a=0,5$. Кривые 1–5 отвечают $t=0$; 1,2; 1,6; 2,6; 3,6. Для $t=1,6$ штриховой линией изображен профиль, полученный из решения уравнений Эйлера. Эти уравнения интегрировались с помощью описанного выше метода на равномерной сетке с шагами $\Delta\theta=5^\circ$, $\Delta\xi=0,05$. В рассматриваемом течении из-за появления больших градиентов функций внутри ударного слоя заметное различие результатов, получаемых из решений уравнений идеального и вязкого газа, имеется не только в пристеночной области. В то же время такие характеристики обтекания, как отход головной ударной волны, скорость ее движения, давление на поверхности тела, оказываются практически совпадающими. Проводилось также сравнение полученных результатов с решениями полных уравнений Навье — Стокса, которые интегрировались таким же образом, как и упрощенные уравнения. При рассматриваемых условиях обтекания обе системы уравнений приводят к одинаковым результатам.

На фиг. 4 для $a=0,5$ показано изменение величины $q^0 Re^{1/2}$, где q^0 — тепловой поток в передней критической точке сферы. Кривые 1–3 соответствуют числам $Re=10^3$, 10^4 , 10^5 . Видно, что тепловой поток может существенно превышать значения, соответствующие обтеканию сферы за пределами неоднородности. До некоторого момента результаты для разных чисел Re практически совпадают, что указывает на пограничный характер теплообмена. При больших временах вплоть до восстановления стационарного режима обтекания имеются расхождения, свидетельствующие о неприменимости классической теории пограничного слоя. При увеличении числа Рейнольдса максимальные значения параметра теплообмена $q^0 Re^{1/2}$ достигаются в более поздние моменты времени и при этом уменьшаются. Можно отметить также формирование дополнительного максимума в зависимости $q^0 Re^{1/2}(t)$ при увеличении числа Рейнольдса до 10^5 .

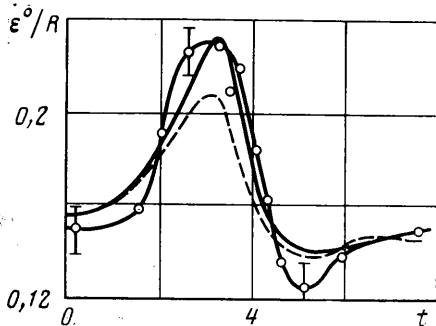
Штриховой кривой на фиг. 4 показан результат локально-автомодельного решения на линии торможения. Видно, что при рассматриваемых условиях такое решение приводит к значительной погрешности в определении теплового потока. При построении локально-автомодельных решений для замыкания задачи приходится предполагать, что при движении сферы в слое газа с переменной температурой головная ударная волна вблизи оси симметрии сохраняет форму, которую она имела при ста-



Фиг. 4

лионном обтекании за пределами слоя. При этом граничное условие для производной от касательной компоненты скорости на ударной волне заимствуется из решения стационарной двумерной задачи и не изменяется в течение всего расчета. Результаты решения двумерной задачи показывают, что наибольшие отклонения указанной величины от стационарного значения имеют место в момент, когда головная ударная волна проходит через плоскость с максимальным значением температуры газа. При $a=0,7$ отклонение составляет около 20%.

На фиг. 5 результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными, полученными на баллистической трассе [5]. Здесь $V=1,98$ км/с, $R=1$ см, $p_0=0,131$ атм, $T_0=343$ К, линейный масштаб неоднородности порядка диаметра сферы, максимальная температура $T=700$ К. На фигуре показано изменение отхода головной ударной волны на оси симметрии течения. Результаты расчетов нанесены сплошной линией, результаты измерений с указанием пределов погрешности — линией с кружками. Штриховая линия — зависимость, рассчитанная в [5]. Отличие ее от результатов настоящей работы и данных эксперимента в области максимума отхода объясняется, по-видимому, использованием слишком грубой разностной сетки.



Фиг. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М., Головачев Ю. П., Грудницкий В. Г. и др. Численное исследование современных задач газовой динамики. М.: Наука, 1974. 397 с.
2. Белоцерковский С. М., Турчак Л. И., Холодов А. С. Продольные колебания тел вращения и потока при сверхзвуковых скоростях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 110–115.
3. Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н. Взаимодействие ударной волны с клином в сверхзвуковом потоке // Уч. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 4. С. 115–119.
4. Тугазаков Р. Я. Численное решение задачи о проникании движущегося со сверхзвуковой скоростью тела в газ другой плотности // Уч. зап. ЦАГИ. 1980. Т. 11. № 4. С. 139–144.
5. Головищин В. П., Мишин Г. И., Серов Ю. Л., Явор И. П. Сверхзвуковое обтекание сферы в тепловой неоднородности // Журн. техн. физики. 1987. Т. 57. № 7. С. 1433–1435.
6. Бронин С. Я., Железняк М. Б., Мнацаканян А. Х., Первухин С. Е. Нестационарное течение вблизи критической линии тока при обтекании затупленного тела газом с переменной плотностью: Препринт № 4/164. М.: Ин-т высоких температур АН СССР, 1985. 20 с.
7. Головачев Ю. П., Попов Ф. Д. Расчет сверхзвукового обтекания затупленных тел вязким газом при больших числах Рейнольдса // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1972. Т. 12. № 5. С. 1292–1303.

Ленинград

Поступила в редакцию
29.IX.1987