

бодными границами. Малое отличие принимаемого за окончательный результат распределения U_3^* от U_0^* на большей части S^* , например для представленного на фиг. 2 случая, указывает на возможность сраживания решений линейных и нелинейных струйных задач.

Авторы признательны В. П. Карликову за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
2. Басин М. А., Шадрин В. П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред. Л.: Судостроение, 1980. 304 с.
3. Логвинович Г. В., Буйвол В. Н., Дудко А. С. и др. Течения со свободными поверхностями. Киев: Наук. думка, 1985. 295 с.
4. Brennen C. A numerical solution of axisymmetric cavity flows // J. Fluid. Mech. 1969. V. 37. № 4. P. 671-688.
5. Амромин Э. Л., Васильев А. В., Иванов А. Н. Решение плоских задач кавитации с учетом капиллярности и вязкости жидкости // Динамика сплошных сред с границами раздела. Чебоксары, 1983. С. 3-10.
6. Street R. L. A review of numerical methods for solution of three-dimensional cavity problems // Sec. Intern. Conf. on Numerical Ship Hydr. Berkley, 1977.
7. Иванов А. Н. Симметричное кавитационное обтекание удлиненного плоского контура // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. № 3. С. 61-66.
8. Амромин Э. Л., Иванов А. Н. Осесимметричное кавитационное обтекание тела в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. № 4. С. 50-55.
9. Поляхов Н. Н., Пастухов А. И. Теория несущей поверхности прямоугольной формы // Вестн. ЛГУ. 1959. № 13. Вып. 3. С. 93-110.

Ленинград

Поступила в редакцию
29.IX.1987

УДК 532.526.3.013.4

ВЛИЯНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ И ПЕРЕХОД СВЕРХЗВУКОВОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ

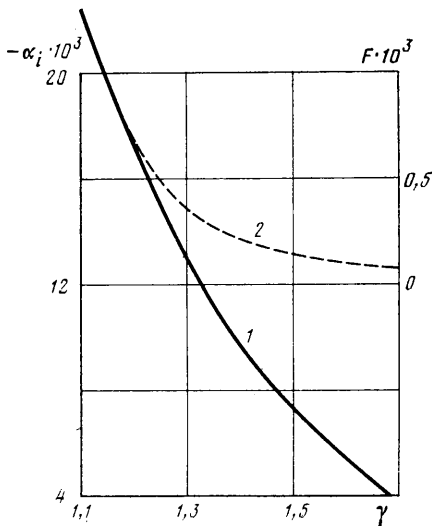
ЛЫСЕНКО В. И.

При больших сверхзвуковых скоростях обтекания тел в связи со значительным повышением температуры торможения и химическими реакциями меняется показатель адиабаты γ набегающего на тело потока (строго говоря, в этом случае течение допустимо описывать при помощи модели совершенного газа с «эффективным» показателем адиабаты γ_{ef} ; как правило, $\gamma_{ef} < \gamma$). Это может повлечь изменение положения перехода ламинарного пограничного слоя на модели в турбулентный. Определению влияния показателя адиабаты на переход пограничного слоя и посвящена данная работа.

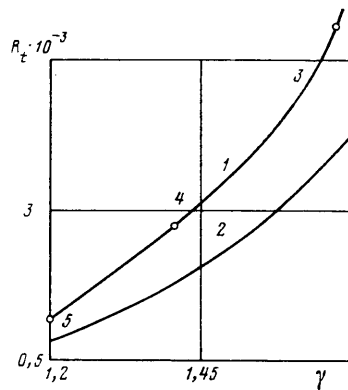
Расчетным и экспериментальным путем (при использовании воздуха, углекислого газа и аргона в качестве рабочих газов) получено, что при уменьшении показателя адиабаты число Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный значительно уменьшается. В расчетах (как и в [1]) использовался метод e^n предсказания положения перехода: положение перехода фиксируется при достижении отношения амплитуд возмущения $A=Q/Q_0$ значения e^n (Q_0 — амплитуда возмущения на нижней ветви кривой нейтральной устойчивости, Q — текущая величина амплитуды, n задано), представляющего собой коэффициент усиления возмущений в неустойчивой области (этот метод применяется, когда отсутствует информация о начальном спектре возмущений в пограничном слое). Число Рейнольдса перехода, определенное таким путем, является интегральной характеристикой устойчивости течения в пограничном слое.

За основу взята программа расчета степеней нарастания возмущений α_i в пограничном слое при теплообмене [2]. Методика расчета характеристик устойчивости подробно изложена в [3].

Рассмотрено течение сжимаемого теплопроводного газа в двумерном пограничном слое (систему уравнений см., например, в [4]). Расчеты проведены для плоской пластины с непроницаемой поверхностью и заданной температурой стенки. Принят закон изменения вязкости от температуры по Саттерленду $\mu = cT^{1.5}(T+T'_s)^{-1}$ (c — const, T'_s — безразмерная постоянная Саттерленда). Расчеты проведены в ос-



Фиг. 1



Фиг. 2

номном для числа Прандтля $Pr=0,72$ и $T_s=410$ К, которые характерны для воздуха.

Для определения степеней нарастания возмущений использовалась система уравнений устойчивости в приближении Дана – Линия [5] с граничными условиями: обращение на стенке в ноль возмущений продольной, нормальной скоростей и температуры и их затухание в бесконечности.

Результаты расчетов позволяли получить информацию о трехмерных возмущениях в виде зависимости $\alpha_i = \Phi(R, F, \chi)$, где $F = \omega R^{-1}$ (ω – круговая частота), χ – угол распространения возмущений (угол наклона волны по отношению к основному течению), $R = (u_e x \nu_e^{-1})^{0,5} = (Re_x)^{0,5}$ – число Рейнольдса (u – продольная скорость, ν – кинематическая вязкость, x – продольная координата тела, индекс e означает, что параметры взяты на границе пограничного слоя). При решении задачи принималось, что ω вещественная и $\beta_i \alpha_r = \alpha_i \beta_r$ [6], где $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ – волновое число возмущения в продольном направлении, а $\beta = \beta_r + i\beta_i$ – волновое число в боковом направлении. Тогда $\chi = \text{arctg}(\beta_r \alpha_r^{-1})$.

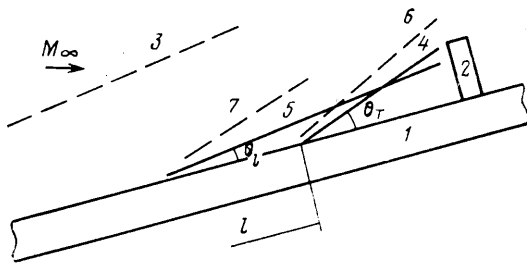
Степень пространственного нарастания возмущения связана с амплитудой возмущения Q соотношением $\text{Real}(d \ln Q d^{-1} x) = -\alpha_i$. Отношение амплитуд возмущения Q и Q_0 в точках с координатами R и R_0 представляет собой коэффициент усиления возмущения на рассматриваемом участке. Он определяется из выражения $\ln|QQ_0^{-1}|$, равного удвоенному (и со знаком минус) интегралу α_i по dR .

В соответствии с [1], для $M=4$ и $T_w < 0,55$ положение перехода на плоской пластине определяет вторая мода возмущений. А для нее наиболее неустойчивы двумерные колебания ($\chi=0$). Поэтому и данные расчеты проведены для двумерных возмущений второй моды. Число Рейнольдса, соответствующее коэффициенту усиления $A=e^n$ (в большинстве расчетов $n=9$), условно принимается за число Рейнольдса перехода R_t , которое является интегральной (учитывающей как степени нарастания, так и нейтральные кривые) характеристикой устойчивости пограничного слоя.

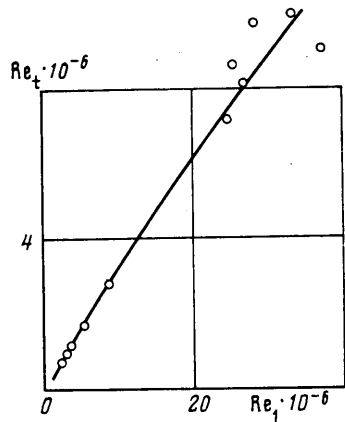
На фиг. 1 приведены (кривая 1) результаты расчета максимальных степеней нарастания $-\alpha_i$ от показателя адиабаты γ для числа $M=4$, температурного фактора (отношения температуры стенки к температуре восстановления) $T_w=0,18$, температуры торможения $T_0=1800$ К и безразмерной частоты $F=0,19 \cdot 10^{-3}$. Видна сильная дестабилизация течения при уменьшении показателя адиабаты – при уменьшении γ от 1,7 до 1,1 степени нарастания увеличиваются в 6 раз.

На фиг. 1 (кривая 2) приведена также зависимость от γ безразмерной частоты возмущения F , на которой наступает «расчетный» переход (т. е. отношение Q к Q_0 достигает e^9). Видно, что при уменьшении показателя адиабаты эта частота значительно увеличивается.

На фиг. 2 приведены зависимости условного числа Рейнольдса перехода R_t от показателя адиабаты γ для двух значений $n=9$ (кривая 1) и 5 (кривая 2). Точками 3–5 нанесены результаты расчета для трех конкретных газов – аргона ($\gamma=1,67$; $Pr=0,75$; $T_s=142$ К), воздуха ($\gamma=1,41$; $Pr=0,72$; $T_s=110$ К) и углекислого газа ($\gamma=1,2$; $Pr=0,64$; $T_s=240$ К) при тех же, что и в предыдущих расчетах, параметрах набегающего потока ($M=4$, $T_w=0,18$ и $T_0=1800$ К). И на этой фигуре видна сильная дестабилизация течения при уменьшении показателя адиабаты – при уменьшении γ от 1,7 до 1,1 условные числа Рейнольдса перехода уменьшаются в 6 раз. Попутно можно заметить, что изменение числа Прандтля в пределах 0,64–0,75 и постоянной



Фиг. 3



Фиг. 4

Саттерленда в пределах 110–240 К практически не влияет на условное число Рейнольдса перехода.

Вторая часть работы посвящена экспериментальному исследованию. Эксперименты были проведены в импульсной трубе ИТ-302М ИТПМ СО АН СССР, аналогичной импульсной трубе ИТ-301 [7]. Рабочими газами были воздух, углекислый газ и аргон. Для первых двух газов число Маха набегающего потока было $M_\infty \approx 7$, для аргона $M_\infty \approx 11$. Единичное число Рейнольдса набегающего потока варьировалось в диапазоне $(Re_1)_\infty = (2-30) \cdot 10^6$ 1/м.

Исследования проведены на полированной стальной плоской пластине длиной 440 мм и толщиной 10 мм, имеющей треугольную форму (ширина носика 180 мм). Угол скоса передней кромки 16° , ее притупление 0,1 мм. Угол атаки пластины варьировался так, чтобы на границе пограничного слоя выдерживалось одно и то же число Маха M_e . И эксперименты в трех различных газах были проведены примерно при одних и тех же параметрах потока: $M_e \approx 4$, температурный фактор $T_w \approx 0,18$ и температура торможения $T_0 \approx 1800$ К. Для выбранных режимов испытаний вязкое взаимодействие мало и течение во внешней невязкой части близко к течению у клина (градиенты давления вдоль пластины малы). Приводимые ниже числа Рейнольдса Re_t , Re_l и Re_i соответствуют параметрам на внешней границе пограничного слоя.

Для фиксации положения перехода использовался оптический метод его определения, описанный в [8, 9]. Этот метод основан на свойствах турбулентного пограничного слоя выдерживать без отрыва более сильные скачки давления, чем ламинарный пограничный слой. В этом методе о состоянии пограничного слоя судят по картине отрыва пограничного слоя перед уступом. Параметр $Re_{l(*)} = (Re_l)^{*l}$ — значение числа Рейнольдса, при котором с уменьшением Re_l происходит резкое изменение картины обтекания уступа (фиг. 3) — угол отрыва сильно уменьшается от θ_T при турбулентном состоянии пограничного слоя до θ_l при ламинарном (для воздуха, например, было $\theta_T \approx 15^\circ$, а $\theta_l \approx 6^\circ$). На фиг. 3 обозначены: пластина 1, уступ 2, головная ударная волна 3, линии отрыва при турбулентном 4 и ламинарном 5 пограничных слоях, предшествующие отрыву ударные волны для турбулентного 6 и ламинарного 7 пограничных слоев. В опытах варьировались как высота уступа, так и расстояние его от передней кромки модели.

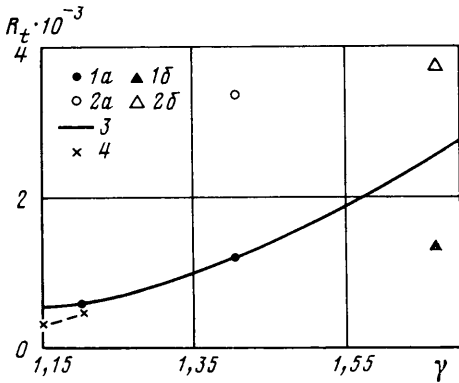
В экспериментах с помощью теневого прибора Теплера ИАБ-451 (реагирующего на неоднородность плотности газа) с киноприставкой «Pentazet-35» (с частотой 500 кадров/с) снималась кинограмма обтекания модели. На кадрах кинограммы хорошо виден отрыв перед выступом и резкое уменьшение угла этого отрыва в определенный момент времени t . рабочего режима трубы, в течение которого происходит свойственное импульсным трубам постепенное уменьшение Re_l при постоянном M_e . По измеренным непрерывно по времени параметрам потока в импульсной трубе вычислялись величины $(Re_l)_t$ и $Re_{l(*)}$ в момент времени t .

Одновременно с определением $Re_{l(*)}$, по тем же кинограммам определялось число Рейнольдса перехода $Re_t = (Re_l)_t x_1$ по изменению толщины пограничного слоя при его переходе из турбулентного в ламинарное состояние в точке с фиксированной координатой x_1 . Момент изменения толщины пограничного слоя соответствовал режиму трубы $(Re_l)_t$. Сравнение двух оптических методов показало, что с точностью до 10% $Re_t \approx Re_{l(*)}$. Из-за малости толщины пограничного слоя и не всегда четких негативов кинограмм определить Re_t вторым оптическим способом удавалось не всегда, поэтому в основном регистрировались величины $Re_{l(*)}$. В дальнейшем в работе Re_t и $Re_{l(*)}$ будут обозначаться единым символом Re_t и будут означать число Рейнольдса перехода (более точно — конца перехода) пограничного слоя.

Первая серия экспериментов была проведена с рабочим газом воздух в диапазоне единичного числа Рейнольдса на границе пограничного слоя $Re_1 = (3-40)$.

$\cdot 10^6$ 1/м. Результаты серии приведены на фиг. 4. Видно монотонное увеличение числа Рейнольдса перехода Re_t при увеличении Re_1 .

Вторая и третья серии экспериментов были проведены в углекислом газе и аргоне. Из-за физических свойств углекислого газа провести эксперименты в нем можно было только при режимах $Re_1 \leq 5 \cdot 10^6$ 1/м. Поэтому для всех использованных в работе газов числа Re_t определялись при $Re_1 = 4,5 \cdot 10^6$ 1/м, а для воздуха и аргона — еще и при $Re_1 = 40 \cdot 10^6$ 1/м. Однако из-за ограничений на размеры модели в импульсной трубе ИТ-302М зафиксировать положение перехода для аргона не было возможности (требовалась значительно большая длина рабочего участка модели), поэтому для аргона и при $Re_1 = 4,5 \cdot 10^6$ 1/м и при $40 \cdot 10^6$ 1/м на рабочем участке модели был ламинарный пограничный слой. Итоговые результаты экспериментов приведены на фиг. 5 (точки 1 соответствуют $Re_1 \approx 4,5 \cdot 10^6$ 1/м, точки 2 — $Re_1 \approx 40 \cdot 10^6$ 1/м; точки 1б, 2б (аргон) указывают нижнюю границу Re_t , полученную из-за ограниченности протяженности пластины, $Me \approx 4$, $T_w \approx 0,18$, $T_0 \approx 1800$ К. Приведена также расчетная зависимость $Re_t(\gamma)$ при подобранном (для углекислого газа и воздуха) $n = 2,5$ (кривая 3). Видна сильная дестабилизация течения при уменьшении показателя адиабаты — при уменьшении γ от 1,41 до 1,2 число Рейнольдса перехода уменьшается более чем в 2 раза, а при уменьшении γ от 1,67 до 1,2 — еще больше.



Фиг. 5

сти, когда [11] сколько угодно малое начальное возмущение начинает со временем неограниченно нарастать в некоторой фиксированной области пространства, т. е. происходит генерация возмущений. Абсолютная неустойчивость может стать причиной преждевременного перехода пограничного слоя в турбулентное состояние. И в этом случае числа Рейнольдса перехода будут близки к числам Рейнольдса, соответствующим месту возникновения абсолютной неустойчивости. На фиг. 5 данные по абсолютной неустойчивости (вторая мода, $\chi=0$) приведены для $Me=4$ ($\gamma=1,2$) и 5 (1,15) при отношении температуры стенки к статической температуре потока на границе пограничного слоя, равном 0,2. Таким образом, при уменьшении γ имеет место сильная дестабилизация течения в пограничном слое и может возникнуть абсолютная неустойчивость.

Итак, в данной работе расчетным и экспериментальным путем получено, что при уменьшении показателя адиабаты число Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный значительно уменьшается.

Автор благодарен М. И. Ярославцеву и В. А. Дмитриеву за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лысенко В. И. О роли первой и второй мод возмущений в процессе перехода сверхзвукового пограничного слоя // ПМТФ. 1985. № 6. С. 58–62.
2. Лысенко В. И., Маслов А. А. Влияние охлаждения на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя: Препринт № 31. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1981.
3. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
4. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа: Пер. с англ. М.: Мир, 1966. 440 с.
5. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 196 с.
6. Mack L. M. A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // Aerodynamic Analysis Requiring Advances Computers. Pt 1. Washington: NASA-SP-347, 1975. P. 101–123.
7. Антонов А. С., Бошнятов Б. В., Дмитриев В. А. и др. Аэродинамическая импульсная труба гиперзвуковых скоростей ИТ-301 // Аэрофизические исследования. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1972. С. 20–24.
8. Бошнятов Б. В., Затолока В. В., Ярославцев М. И. Исследование перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в гиперзвуковой импульсной трубе

ИТ-301 при М=8–11,5 // Аэрофизические исследования. Вып. 2. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1973. С. 89.

9. Антонов А. С., Бошнятов Б. В., Затолока В. В. Переход в турбулентное состояние и отрыв гиперзвукового пограничного слоя при повышенных числах Рейнольдса // Аэрофизические исследования. Вып. 3. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1974. С. 83–85.
10. Петров Г. В. Влияние скачка уплотнения, ограничивающего гиперзвуковой ударный слой, на устойчивость пограничного слоя // Неустойчивость до- и сверхзвуковых течений. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1982. С. 25–34.
11. Федорченко А. М., Коцаренко Н. Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М.: Наука, 1981. 176 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию
28.IX.1987

УДК 532.59:537.84

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН В МАГНИТНЫХ ТРУБКАХ

МОЛОТОВЩИКОВ А. Л.

Данные наблюдений показывают сильную неоднородность магнитных полей в атмосфере Солнца, причем распространенной является концентрация магнитных полей в виде магнитных трубок. В работе [1] получены дисперсионные соотношения для волн в цилиндрической магнитной трубке, а также отмечена возможность существования длинных (по сравнению с радиусом трубки) симметричных волн, распространяющихся вдоль трубки с фазовыми скоростями, близкими к дозвуковой доальфвеновской скорости c_T . Указанные возмущения равновесного состояния в соответствии с терминологией [1] и видом дисперсионных зависимостей для длинных симметричных волн [2, 3] являются медленными поверхностными или медленными захваченными волнами, в зависимости от того, превосходит c_T фазовую скорость или нет.

В [4, 5] получено уравнение, описывающее в длинноволновом приближении нелинейные медленные симметричные поверхностные волны в магнитной трубке в отсутствие внешнего магнитного поля. В [2, 3] учтено магнитное окружение трубки, выведена альтернативная версия уравнения для поверхностных волн и численно построены его решения в виде уединенных волн. Помимо этого в [2, 3] получено нелинейное уравнение для медленных захваченных волн. Интересно, что в работах [6–8] при описании распространения осесимметричных возмущений в вихревой трубке получены уравнения, близкие в длинноволновом приближении к выведенным в [2–5] уравнениям для медленных поверхностных волн в магнитной трубке. Связь родственных уравнений из [2–8], различающихся лишь значениями коэффициентов и видом дисперсионного члена, обсуждена в [2, 3].

В настоящей работе для случая медленных симметричных поверхностных волн в магнитной трубке численно решены задачи Коши о распространении одиночной и взаимодействии двух уединенных волн различной амплитуды. Найдено, что уединенные волны взаимодействуют подобно солитонам известных солитонных уравнений, таких, как уравнения Кортевега – де Вриза и Беньямина – Оно, т. е. сохраняют свою форму после столкновения. Обсуждается характер убывания солитонов на бесконечности.

1. Основные уравнения. Рассматривается идеальная жидкость с бесконечной проводимостью, описываемая уравнениями магнитной гидродинамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0; \quad p = p_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma$$
$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}; \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.1)$$

Здесь t – время, ρ – плотность, p – давление, \mathbf{v} – скорость, \mathbf{B} – магнитная индукция, γ – показатель адиабаты. Индекс ноль относится к невозмущенному состоянию. Движение рассматривается в цилиндрической системе координат r, θ, z и является осесимметричным, т. е. не зависящим от угла θ , с $\mathbf{v} = (u, 0, w)$; $\mathbf{B} = (B_r, 0, B_z)$.

В невозмущенном состоянии $\mathbf{v} = 0, B_r = 0$. Предполагается также, что в отсутствие возмущений плотность, давление и z -компонента вектора магнитной индукции не