

УДК 533.6.011:541.12

МНОГОКОМПОНЕНТНЫЙ ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИЙ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ВЯЗКИЙ УДАРНЫЙ СЛОЙ У КАТАЛИТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

КОВАЛЕВ В. Л., КРУПНОВ А. А.

Исследование турбулентных течений у затупленных тел при больших сверхзвуковых скоростях в основном проводится в рамках модели пограничного слоя. Однако даже при больших числах Рейнольдса из-за сильного градиента энтропии на боковой поверхности возникает необходимость учета погранслоевых поправок в высших приближениях [1]. Использование же теории вязкого ударного слоя в данной работе позволило получить достаточно точные результаты в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса без организации итераций по завихренности и толщине вытеснения. Учитывался неравновесный характер протекания как гомогенных, так и гетерогенных каталитических реакций. Проводится сравнение полученных результатов с данными натурных экспериментов [2, 3]. Ранее в [4, 5] в рамках теории вязкого ударного слоя исследовалось турбулентное течение в случае равновесного протекания гомогенных химических реакций.

1. Система уравнений и граничных условий многокомпонентного химически реагирующего турбулентного вязкого ударного слоя для частично ионизованной смеси следует из осредненных уравнений Навье — Стокса с помощью тех же предположений, что и в [4–6]. При этом влияние турбулентных пульсаций на скорость химических реакций и вид источникового члена в уравнениях диффузии не учитываются.

В переменных типа Дородницына дифференциальные уравнения и замыкающие их соотношения имеют вид

$$\xi = \frac{1}{R(0)} \int_0^x \cos \gamma dx, \quad n = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho dy, \quad \Delta = \int_0^{y_*} \rho dy$$

$$\frac{\partial Y}{\partial n} = \psi \Phi Y + \alpha u \frac{\partial Z}{\partial \xi} + W \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial n} = \Phi Y, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\cos^2 \gamma}{R} \Delta u^2 \quad (1.2)$$

$$\psi = \left(\frac{\sin \gamma}{R} + \frac{v \sin 2\gamma}{2r_w} + \alpha \frac{d \ln \Delta}{d \xi} \right) f + \alpha \frac{\partial f}{\partial \xi}$$

$$\alpha = \frac{\cos^2 \gamma}{R(0)}, \quad \frac{\partial f}{\partial n} = u$$

где Y, Z, W — столбцы с элементами

$$Y_i = \beta J_i, \quad Z_i = c_i, \quad W_i = -\dot{\omega}_i / \rho \rho_\infty V_\infty, \quad i = 1, \dots, N - N_e$$

$$Y_j = \beta J_j^*, \quad Z_j = c_j^*, \quad W_j = 0; \quad j = N - N_e + 1, \dots, N - 2$$

$$Y_{N-1} = \beta \left(J_q - V_\infty^2 \cos^2 \gamma u \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad Y_N = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u}{\partial n} \quad (1.3)$$

$$Z_{N-1}=H, \quad Z_N=u, \quad W_{N-1}=0$$

$$W_N = \frac{\sin \gamma}{R} u^2 + \frac{1}{\rho R(0)} \frac{\partial p}{\partial \xi}$$

$$\beta = -1/\rho_\infty V_\infty \Delta, \quad \text{Re} = \rho_\infty V_\infty \Delta^2 / \rho \mu$$

Здесь x, y, γ, R, r_w — соответственно координаты вдоль поверхности тела и по нормали к ней, угол между касательной к контуру тела и осью симметрии, радиус кривизны контура тела, расстояние от оси симметрии до поверхности; $uV_\infty \cos \gamma, vV_\infty \sin \gamma$ — проекции скорости на оси x и y ; $\rho\rho_\infty$ — плотность; $\rho\rho_\infty V_\infty^2$ — давление; μ — вязкость смеси; ρ_∞, V_∞ — плотность и скорость набегающего потока; c_i, c_i^*, J_i, J_i^* — концентрации, проекции на ось y диффузионных потоков компонент и элементов; H, J_H, J_q — полная энтальпия, проекции на ось y потока полной энтальпии и конвективного потока тепла; Y_N — касательное трение; N — число компонент; Ne — число элементов; $v=0$ для плоского, $v=1$ для осесимметричного течения; $y_s(x)$ — координаты ударной волны.

Элементы матрицы Φ зависят от искоемых функций и полных коэффициентов переноса. Аналог матрицы Φ выписан в [7] при исследовании ламинарного течения в асимптотически тонком пограничном слое.

Исключенные из системы уравнений концентрации компонент и проекции диффузионных потоков на ось y с номерами $N-\text{Ne}+1, \dots, N$ найдутся из определений концентраций и диффузионных потоков элементов, условий квазинейтральности, отсутствия тока, сохранения массы в реакциях

$$c_j^* = c_j + \sum_{h=1}^{N-\text{Ne}} \nu_{hj} \frac{m_j}{m_h} c_h, \quad J_j^* = J_j + \sum_{h=1}^{N-\text{Ne}} \nu_{hj} \frac{m_j}{m_h} J_h$$

$$c_N^* = c_E^* = 0, \quad J_N^* = J_E^* = 0, \quad \sum_{i=N-\text{Ne}+1}^N c_i^* = 1, \quad \sum_{i=N-\text{Ne}+1}^N J_i^* = 0 \quad (1.4)$$

Связь между полной энтальпией и температурой и уравнение состояния имеют вид

$$H = - \sum_{i=1}^{N-\text{Ne}} c_i Q_i(T) + \sum_{j=N-\text{Ne}+1}^N c_j^* h_j(T) + V_\infty^2 \cos^2 \gamma \frac{u^2}{2} \quad (1.5)$$

$$p = \frac{\rho R_A T}{m V_\infty^2}, \quad \frac{1}{m} = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i} \quad (1.6)$$

где ν_{ij} — стехиометрические коэффициенты; Q_i — теплоты реакций; h_i — энтальпия элементов; T — температура; R_A — универсальная газовая постоянная; m_i — молекулярный вес i -й компоненты; m — молекулярный вес смеси.

На ударной волне (при $n=1$) имеем обобщенные условия Ренкина — Гюгонно

$$Z - Z_\infty + LY = 0, \quad f = \frac{r_w}{(v+1)\Delta \cos \gamma}, \quad p = \cos^2 \gamma \quad (1.7)$$

Здесь L — диагональная матрица с элементами, равными $\Delta/\sin \gamma$.

На неразрушаемой нетеплопроводной равномерно излучающей каталитической поверхности (при $n=0$) граничные условия запишутся в виде

$$Y_i = \beta \dot{r}_i; \quad i=1, \dots, N-\text{Ne}, \quad Y_i^* = 0, \quad i=N-\text{Ne}+1, \dots, N-2 \quad (1.8)$$

$$Y_{N-1} = -\beta \epsilon \sigma^R T^4, \quad u = 0$$

Здесь ε — степень черноты поверхности; σ^R — постоянная Планка; $\dot{r}_i$ — поверхностная скорость образования i -й компоненты в результате гетерогенных каталитических реакций.

Для замыкания выписанной выше системы уравнений и граничных условий используется алгебраическая модель турбулентности [8], согласно которой полные коэффициенты переноса являются линейной комбинацией молекулярных и молярных (турбулентных) коэффициентов переноса

$$\mu = k_1 \mu_L + k_2 \mu_T, \quad \lambda = k_1 \lambda_L + k_2 \lambda_T, \quad D_{ij} = k_1 (D_{ij})_L + k_2 D_T$$

$$k_1 = \frac{\varphi - A}{1 - A}, \quad k_2 = \frac{1 - \varphi}{1 - A}, \quad A = \frac{\mu_T}{\mu_L} = \rho_\infty V_\infty \cos \gamma \left. \frac{\rho l^2}{\mu_L} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \Big|$$

$$\varphi = \frac{\mu}{\mu_L} = \frac{A^2 - \eta^2 + \sqrt{(A^2 - \eta^2)^2 + 4A\eta^2}}{2A}$$

$$l = 0,16 \frac{1 - \exp(-20ky/\delta)}{1 + \exp(-15ky/\delta)}, \quad k = 0,4 - \frac{2\delta}{R}$$

$$\eta = \eta_0 + c(\lg \text{Re}_0 - 4) + b(\lg \text{Re}_0 - a)^2$$

$$a = 3,2; \quad b = 57; \quad c = 3; \quad \eta_0 = 10$$

$$b = 0 \quad (\lg \text{Re}_0 > a); \quad c = 0 \quad (\lg \text{Re}_0 > 4)$$

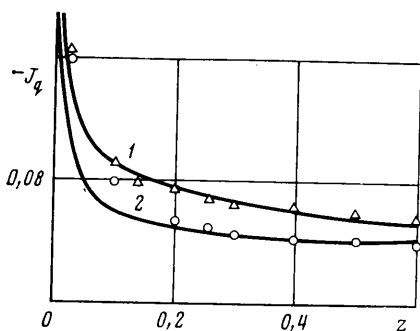
Здесь μ , λ , D_{ij} — полные коэффициенты вязкости, теплопроводности и бинарной диффузии. Индекс L относится к молекулярным коэффициентам переноса, а T — к молярным (турбулентным); δ — толщина пограничного слоя; Re_0 — число Рейнольдса, построенное по толщине потери импульса; D_T — коэффициент молярной диффузии.

Заметим, что в ламинарном подслое у поверхности, где $A \approx 0$, $\varphi \approx 1$, $k_1 \approx 1$, $k_2 \approx 0$, соотношения (1.2) содержат законы Стефана — Максвелла, а в турбулентном ядре ($A \gg 1$, $\varphi \gg 1$, $k_1 \approx 0$, $k_2 \approx 1$) — законы Фика. Так как турбулентная вязкость пропорциональна нормальному градиенту касательной составляющей скорости, то в областях, где этот градиент мал (вне пограничного слоя), молярный перенос становится незначительным. При малых и умеренных значениях местного числа Re_0 величина $\eta \gg 1$, следовательно, $A \approx 0$, $\varphi \approx 1$, $k_1 \approx 1$, $k_2 \approx 0$ и соотношения (1.1) — (1.8) во всем ударном слое описывают ламинарное течение многокомпонентного химически реагирующего газа.

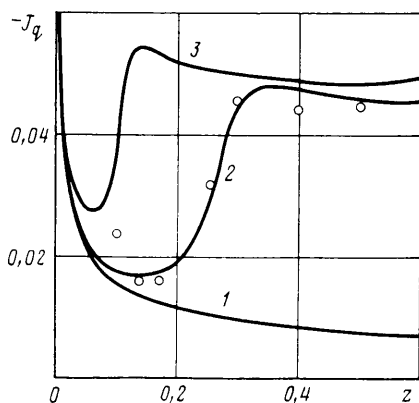
Запись системы уравнений в нормальной форме Коши (1.1) — (1.2) позволяет применить для ее решения алгоритм, не требующий предварительного разрешения соотношений Стефана — Максвелла относительно диффузионных потоков [9]. Это значительно уменьшает объем вычислений по сравнению с другими, обычно используемыми в таких задачах алгоритмами. Достоинством численного метода работы [9] является также возможность проведения расчетов в широком диапазоне безразмерных параметров задачи в рамках единой разностной схемы. Существенно, что характер протекания как гомогенных, так и гетерогенных каталитических реакций может при этом меняться от замороженного до равновесного.

В данной работе проведено обобщение указанного численного метода на случай исследования турбулентного течения у каталитической поверхности в гиперзвуковом химически реагирующем вязком ударном слое. Так же как в [9], используется неявная разностная схема с повышенной точностью аппроксимации по поперечной координате [10]. К нелинейной системе разностных уравнений применяется метод Ньютона в сочетании с простыми итерациями. При этом учитывается, что в турбулентном течении суммарные коэффициенты переноса являются нелинейными функциями нормального градиента касательной составляющей скорости. Линейная система уравнений для поправок решается векторной прогонкой.

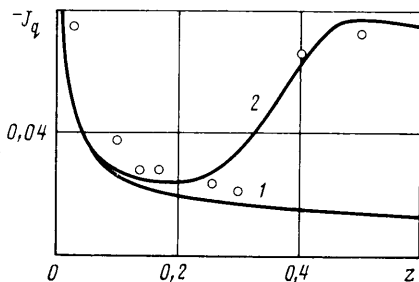
2. Пространственное течение в окрестности линии растекания затупленного тела при его входе в атмосферу под углом атаки для каждой точки траектории моделировалось течением у гиперболоида с соответствующим углом полураствора и эффективным радиусом затупления [11]. Для



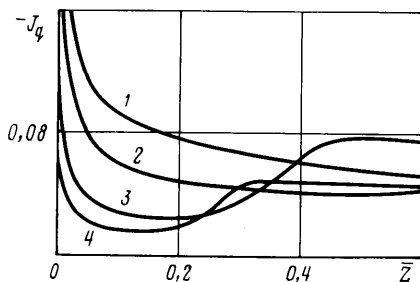
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

частично ионизованного воздуха (O_2 , N_2 , NO , NO^+ , O_2^+ , N_2^+ , O , N , E) учитывались реакции диссоциации-рекомбинации, ассоциативной ионизации и обменные. При описании свойств поверхности, покрытой стекломатериалом с высоким содержанием кремнезема, использовалась модель взаимодействия частично ионизованной смеси газов с каталитической поверхностью [12], учитывающая зависимость эффективных коэффициентов каталитической активности от температуры, давления и химического состава. Эта модель согласуется с имеющимися в литературе данными по величинам эффективных коэффициентов каталитической активности для кварца [13].

Толщина пограничного слоя δ определялась из условия $H/H_\infty=0,99$. Предполагалось, что турбулентное число Прандтля $Pr_T=0,85$, а турбулентное число Шмидта $Sc_T=0,95$.

На фиг. 1–4 представлено распределение конвективных тепловых потоков J_q ($Мвт/м^2$) вдоль линии растекания для различных точек планирующей траектории входа в атмосферу в зависимости от безразмерной осевой координаты $z=\xi/L$ (L — длина тела). В случаях, когда на траектории реализуется ламинарный режим течения, результаты расчетов хорошо согласуются с данными, полученными в ходе натурных испытаний [2, 3], что показывает сравнение, представленное на фиг. 1. Кривая 1 соответствует условиям в набегающем потоке: $V_\infty=6,57 \cdot 10^3$ м/с, $\rho_\infty=8,07 \cdot 10^{-5}$ кг/м³, высота $h=70,2$ км, $2 - V_\infty=4,56 \cdot 10^3$ м/с, $\rho_\infty=4,02 \cdot 10^{-4}$ кг/м³, $h=58$ км. Эти условия такие же, как в [2, 3].

Переход же от ламинарного режима течения к турбулентному происходит позже, чем это предсказывает модель турбулентности [8] (см. кривую 3 на фиг. 2). Объясняется это тем, что эмпирические константы, используемые в [8], были получены в результате обработки лабораторных экспериментальных данных по обтеканию пластин в аэродинамических трубах, которые дают заниженные значения для критерия перехода

[14]. Изменение указанных эмпирических констант позволило получить хорошее согласие рассчитанных тепловых потоков с экспериментом (кривая 2).

Кривые, показанные на фиг. 2, получены для условий в набегающем потоке $V_\infty = 2,42 \cdot 10^3$ м/с, $\rho_\infty = 2,04 \cdot 10^{-3}$ кг/м³, $h = 45,3$ км. На фиг. 3 приведено сравнение для другой точки траектории ($V_\infty = 2,98 \cdot 10^3$ м/с, $\rho_\infty = 1,33 \cdot 10^{-3}$ кг/м³, $h = 48,5$ км). В расчете использовались те же эмпирические константы, что и для кривой 2 на фиг. 2: $\eta_0 = 12$; $a = 3,65$; $b = 75$; $c = 6$.

Полученные результаты также хорошо согласуются с экспериментальными данными, взятыми из [2]. В ламинарной и развитой турбулентной областях течения полученные для этих точек траектории величины тепловых потоков согласуются и с расчетами [2]. Однако результаты для переходной области течения там не приводятся. Кривые 1 на фиг. 2 и 3 показывают распределение тепловых потоков в тех же условиях для ламинарного режима течения. В рассмотренных точках траектории тепловой поток к боковой поверхности при турбулентном режиме течения в 4–5 раз выше, чем при ламинарном, а температура поверхности выше на 300–400 К.

На фиг. 4 приведено распределение конвективных тепловых потоков вдоль линии растекания для всех исследуемых точек траектории. Отметим, что за счет турбулизации течения в нижних точках траектории тепловые потоки к боковой поверхности могут быть сравнимы с тепловыми потоками к боковой поверхности в теплонапряженной точке траектории (кривая 1) и даже превышать их. Сравнение с таблицами [15] показало, что химический состав в ударном слое не является равновесным, как это предполагалось в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Землянский Б. А., Лунев В. В., Маринин В. П. Влияние завихренности на теплообмен при гиперзвуковом обтекании тупых тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 2. С. 50–57.
2. Zoby E. V. Comparisons of STS-1 experimental and predicted heating rates // J. Space and Rockets. 1983. V. 20. № 3. P. 214–218. (Рус. перев.: Зоби Э. В. Сравнение экспериментальных и расчетных значений тепловых потоков в первом полете КЛИАМ «Спейс шаттл» (STS-1) // Аэрокосмич. техника. 1984. Т. 2. № 3. С. 103–109.)
3. Scott C. D. Effects of nonequilibrium and wall catalysis on Shuttle heat transfer // J. Space and Rockets. 1985. V. 22. № 5. P. 489–499.
4. Moss J. N., Kumar A. Significance of turbulence and transition location on radiative heating with ablation injection // AIAA Pap. 1981. № 281. P. 14.
5. Anderson E. C., Moss J. N., Sutton K. Turbulent viscous-shock-layer solutions with strong vorticity interaction // AIAA Pap. 1976. № 120. P. 14.
6. Cheng H. C. The blunt-body problem in hypersonic flow with low Reynolds number // JAS Pap. 1963. № 63–92.
7. Суслов О. Н. Асимптотическое интегрирование уравнений многокомпонентного химически неравновесного пограничного слоя // Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 6–39.
8. Совершенный В. Д., Алексин В. А. О расчете пограничного слоя на профилях при наличии зон ламинарного и турбулентного режимов течения // Изв. вузов. Авиаци. техн. 1983. № 2. С. 68–72.
9. Ковалев В. Л., Суслов О. Н. Разностный метод с повышенной точностью аппроксимации для интегрирования уравнений химически неравновесного многокомпонентного вязкого ударного слоя // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений. М.: Изд-во МГУ, 1981. С. 113–137.
10. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратные формулы. М., 1964. Т. 4. С. 304–325.

11. Zoby E. V. Analysis of STS-2 experimental heating rates and transition data // J. Spac. and Rockets. 1983. V. 20. № 3. P. 232–237.
12. Ковалев В. Л., Сулов О. Н. Модель взаимодействия частично ионизованного воздуха с каталитической поверхностью // Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 58–69.
13. Колесников А. Ф., Гордеев А. Н., Труханов А. С., Якушин М. И. Метод определения вероятностей атомов азота на материалах // Тез. докл. на VIII Всесоюз. конф. по динамике разреж. газов. Т. 1. М.: МАИ, 1985. С. 122.
14. Алексин В. А. К расчету сжимаемого турбулентного пограничного слоя // Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 46–56.
15. Таблицы термодинамических функций воздуха (для температур от 200 до 6000 К и давлений от 0,00001 до 100 атм). М., 1962.

Москва

Поступила в редакцию
18.VI.1987