

УДК 533.6.01:533.13:536.25

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЪЕМА ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ ТЕРМИКОВ

АНДРУЩЕНКО В. А.

Многие проблемы, связанные с всплыванием изолированных объемов газа с дефицитом плотности (термиком) и их трансформацией в вихревые кольца, в настоящее время довольно хорошо изучены (см., например, [1–3]). В меньшей степени исследованы задачи о взаимодействии термиком с различными объектами. Таким объектом может служить, например, горизонтальная плоскость, с которой в начальный момент граничит термик. Лабораторные эксперименты по изучению влияния такой поверхности на подъем и эволюцию примыкающего к ней в начальный момент объема газа с запасом плавучести проводились в [4–6]. Были отмечены некоторые особенности всплывания такого термика по сравнению с изолированным. В [7] численно исследовалось влияние начальной высоты на динамику подъема надповерхностных термиком. Было установлено, что, начиная с высоты, равной полтора начального радиуса, наличие подстилающей поверхности практически не оказывает влияния на подъем термика. А изменение скорости движения крупномасштабных термиком при варьировании начальной высоты связано с соответствующим изменением параметров атмосферы.

В данной работе численно исследуется задача о подъеме горячих крупномасштабных облаков газа полусферической формы, граничащих с жесткой теплоизолированной плоскостью.

1. Рассматривается задача о всплывании приповерхностного облака горячего газа, возникшего в результате извержения вулкана, в атмосфере Земли. Облако моделируется полусферическим неравномерно нагретым термиком, примыкающим в начальный момент к горизонтальной поверхности.

В качестве математической модели явления используется полная система нестационарных уравнений Навье-Стокса для сжимаемого теплопроводного газа в цилиндрических координатах  $r, z$  [8] (в отсутствие ветра движение осесимметрично). Газ предполагается совершенным с уравнением состояния  $p = \rho R T$ , атмосфера — барометрической (атмосферное давление  $p_a(z)$  экспоненциально убывает с высотой, а температура  $T_a$  постоянна).

Сформулируем краевую задачу: в цилиндрической расчетной области  $V(t) = \{0 \leq r \leq f(t), 0 \leq z \leq \varphi(t)\}$  с подвижными правой  $f(t)$  и верхней  $\varphi(t)$  границами при  $t > 0$  требуется найти решение исходной системы уравнений, удовлетворяющее граничным и начальным условиям

$$u=v=0, \quad p=p_a(z), \quad T=T_a \quad (r=f(t), \quad 0 \leq z \leq \varphi(t))$$

$$u = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (r=0, \quad 0 \leq z \leq \varphi(t))$$

$$u=v=0, \quad p=p_a(z), \quad T=T_a \quad (z=\varphi(t), \quad 0 \leq r \leq f(t))$$

$$u=v = \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (z=0, \quad 0 \leq r \leq f(t))$$

$$t=0: u=v=0, \quad p=p_a(z)$$

$$T=T_a + (T_1 - T_a) \exp[-(4R/R_0)^2], \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}$$

Здесь  $R_0$  — радиус термика,  $T_1$  — температура в его центре при  $t=0$ . Кроме условия «прилипания» ( $u=0$ ) на подстилающей поверхности  $z=0$  использовалось также условие «проскальзывания» ( $\partial u/\partial z=0$ ). Подвижные границы располагаются достаточно далеко от термика и перемещаются таким образом, что значения газодинамических величин на них можно считать равными соответствующим параметрам невозмущенной атмосферы.

Исходная система дифференциальных уравнений аппроксимируется с помощью неявной двухшаговой разностной схемы расщепления по координатным направлениям и функциям, имеющей второй порядок точности [3]. Счет ведется сквозным методом. Для усиления стабилизирующих свойств схемы используются сглаживающие операторы (см. [8]). Контроль точности решения реализуется слежением за выполнением интегральных законов сохранения и вариаций числа узлов сетки. Основные расчеты велись на сетке  $41 \times 81$  узел на ЭВМ ЕС-1055.

При выборе численных значений для начальных условий задачи используются данные по импульсным извержениям умеренной мощности [9]. Начальный радиус термика  $R_0=50$  м, температура в центре  $T_1=2000$  К.

Вводятся характерные масштабы задачи: в качестве пространственного масштаба выбирается диаметр термика:  $L=2R_0=100$  м, масштаба скорости — конвективная скорость  $\sqrt{Lg}=31$  м/с, времени —  $\sqrt{L/g}=3,2$  с. Температура, плотность и давление берутся равными соответствующим значениям в невозмущенной атмосфере у поверхности

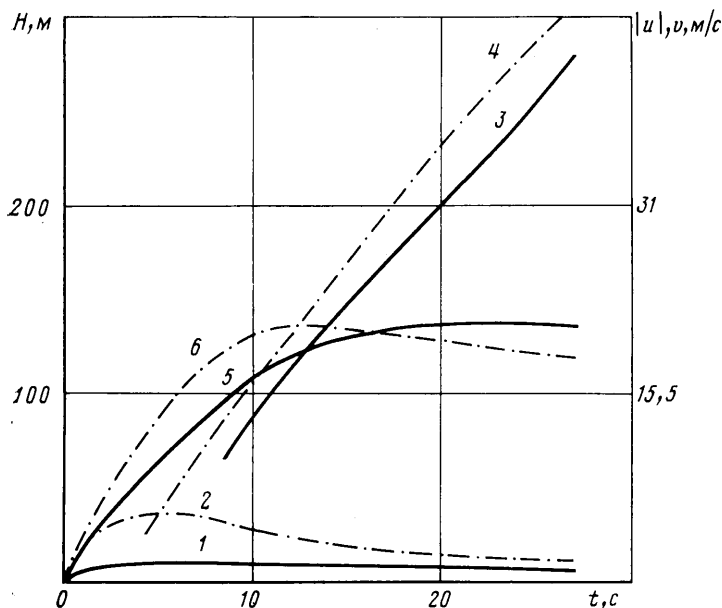
$$T_a=288 \text{ К}, \rho_0=\rho_a(0)=1,23 \text{ кг/м}^3, \\ p_0=A\rho_0 T_a=1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

В результате обезразмеривания образуются следующие определяющие параметры задачи:  $Re=L\sqrt{Lg}\rho_0/\mu$  — число Рейнольдса,  $Pr=c_p\mu/k$  — число Прандтля,  $M=\sqrt{Lg}/\gamma A T_a$  — число Маха,  $\gamma=c_p/c_v$  — показатель адиабаты. В расчетах используются следующие значения безразмерных параметров:  $Re=50$ ;  $M=0,09$ ;  $\gamma=1,4$ . Отметим, что число Рейнольдса здесь рассчитано по коэффициенту эффективной турбулентной вязкости, которая на несколько порядков больше молекулярной (см. подробнее [10]).

2. Перейдем к анализу результатов расчетов. Как показали эксперименты [4, 5], процесс подъема термиков, как изолированных, так и приповерхностных (после отрыва от плоскости) условно можно разбить на четыре этапа. Первый этап — разгон с практически постоянным ускорением, второй (с большой натяжкой, см. фиг. 3 в [5]) можно назвать движением с приблизительно постоянной скоростью, третий — подъем в автомоделном режиме ( $\Delta z \sim (\Delta t)^{1/2}$ ) и четвертый — или «размывание» термика за счет диссипации до достижения им положения равновесия (до такой степени, что дальнейшее слежение за его движением становится невозможным), или зависание и колебание с затухающей амплитудой около положения равновесия с постепенным диффузионным «рассасыванием» [11]. Проведенные расчеты для крупномасштабных термиков подтвердили эти наблюдения (расчеты велись до выхода термика на автомоделный режим подъема, так что четвертый этап здесь не исследовался).

Рассмотрим начальную стадию процесса подъема приповерхностных термиков, наиболее нагретая часть которых при  $t=0$  находится на плоскости контакта, стадию отрыва от подстилающей плоскости. При  $t>0$  вблизи плоскости контакта возникает придонное течение, постепенно отсекающее термик от поверхности. Интенсивность этого придонного течения и весь процесс отрыва термика от земли существенно зависят от выбора граничных условий на ней. Здесь рассматриваются два вида граничных условий на  $z=0$ : условие прилипания ( $u=0$  — 1-й вариант) и проскальзывания ( $\partial u/\partial z=0$  — 2-й вариант).

На фиг. 1 приведены зависимости модуля максимальной горизонтальной скорости  $|u|_{\max}$  вблизи поверхности от времени  $t$  для  $u=0$  и  $\partial u/\partial z=0$



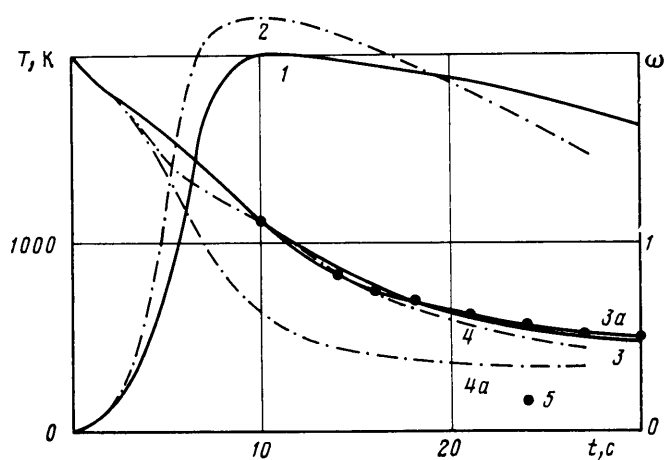
Фиг. 1

при  $z=0$  (кривые 1, 2 соответственно, здесь и ниже условию прилипания отвечают сплошные кривые, проскальзывания — штрихпунктирные). Естественно, во втором варианте придонный поток значительно интенсивнее. В рассмотренной задаче это приповерхностное течение является частью развивающегося под действием гравитации замкнутого (вихревого) конвективного движения.

В отличие от этого случая в похожей ситуации для термиков с дефицитом плотности, созданным не за счет различия в температурах газа, а за счет разницы в атомных весах газов внутри и вне термика [6], основная причина, вызывающая придонное течение, иная. В [6] это течение порождено перепадом гидростатических давлений внутри и снаружи термика и по этой причине (а также ввиду отсутствия вязкости) развивается значительно быстрее и имеет гораздо большую интенсивность. Максимальная приземная скорость, вычисленная по формуле, выведенной в [6], равна для полусферического крупномасштабного термика  $|u|_{\max} = \sqrt{2gR_0(1-\rho_1/\rho_0)} \approx 20$  м/с, а время отсекаания его от поверхности — 2–3 с.

В настоящем случае процесс отрыва развивается значительно медленнее. Так, приземные скорости равны  $|u|_{\max} \approx 1,5$  м/с для 1-го варианта и  $|u|_{\max} \approx 5,5$  м/с для 2-го, а заметный отрыв облака нагретого газа от поверхности происходит в случае условия проскальзывания к  $t \approx 3,5$ –4,5 с, а прилипания — к  $t \approx 9$ –10 с. Это видно по зависимостям высот подъема термиков  $H$  (определяемых по точке с максимальной температурой) от времени  $t$  (фиг. 1, кривые 3, 4).

На фиг. 1 приведены также значения максимальных вертикальных компонент скорости (кривые 5, 6 соответственно). Эти графики показывают, что в результате более раннего отрыва более быстрое увеличение скорости (а следовательно, и высоты) происходит для 2-го варианта: максимальная скорость подъема достигается примерно в 12–13 с, в то время как в 1-м — к 21–22 с. Эта временная разница объясняется следующим образом. Скорость подъема складывается из двух составляющих: скорости, порождаемой силой Архимеда, и скорости, инициированной собственным вихрем. Первые составляющие в рассматриваемых случаях одинаковы, а вторые нарастают с течением времени по-разному. В силу отсутствия



Фиг. 2

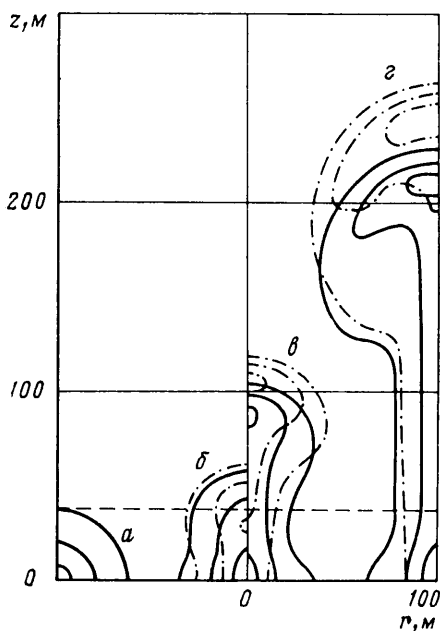
трения на поверхности в варианте с граничным условием проскальзывания вихреобразование развивается быстрее. Это видно по графикам на фиг. 2, где представлены зависимости максимальной завихренности  $\omega = \max |\text{rot } \mathbf{v}|$  от времени  $t$ . Нарастание завихренности во 2-м случае (кривая 2, фиг. 2) происходит интенсивнее, чем в 1-м (кривая 1).

Быстрее происходит для 2-го варианта и выход на подъем в автомобильном режиме ( $\Delta z \sim (\Delta t)^{1/2}$ ) — к моменту времени  $t \approx 13-14$  с, в то время как для 1-го — к  $t \approx 19-20$  с.

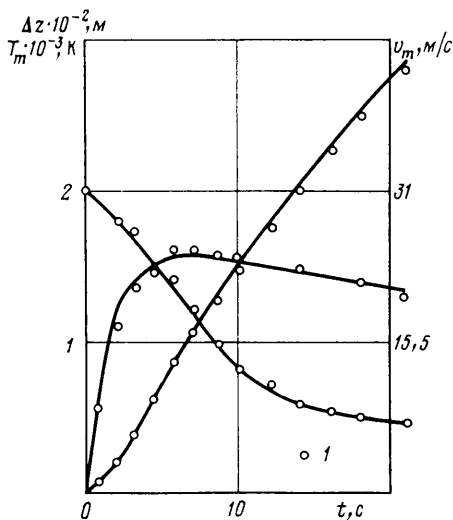
Перейдем теперь к рассмотрению температурных режимов, которые так же, как и динамические, имеют свои особенности для приземных термиков. Здесь также граничные условия на подстилающей поверхности играют существенную роль. Так, при граничных условиях проскальзывания после отрыва наиболее горячей части от поверхности ( $t \approx 3,5-4,5$  с) температурные режимы подножия и всплывающего объема газа сильно различаются, хотя полного разделения не происходит — сохраняется соединяющая их «ножка» нагретого газа (см. ниже). Приземная часть газа значительно быстрее остывает, и уже к моменту времени  $t = 10$  с разница максимальных температур между ними достигает 500 К (см. кривые 4 и 4а на фиг. 2). Постепенно эта разница убывает: температура приземной части уже мало отличается от температуры окружающей среды  $T_a$ , в то время как температура всплывающей части, сформировавшейся в вихревую структуру, в силу интенсивного конвективного обмена и теплопроводности продолжает резко падать.

При граничных условиях прилипания на поверхности тепловой режим термика качественно другой. Отрыв наиболее горячей части происходит только к моменту времени  $t \approx 9-10$  с, а далее имеет место практически одинаковое спадание максимальных температур подножия и всплывающего объема (см. кривые 3 и 3а на фиг. 2; здесь из-за малой разницы температур в целях идентификации график  $T_{\max}(t)$  для подножия отмечен точками 5). Отметим также, что графики зависимостей максимальной температуры от времени в этом (1-м варианте) мало отличаются от соответствующего графика  $T_{\max}(t)$  для всплывающей части во 2-м варианте (ср. кривые 3, 3а и 4 на фиг. 2).

Динамические и тепловые процессы в ходе эволюции приземных термиков хорошо прослеживаются по пространственно-временным картинам распределения линий равных температур. На фиг. 3, а—г (в тех же обозначениях) представлены поля изотерм для моментов времени:  $t = 0; 4,4; 10; 21$  с (кривые а—г). Температуры внешних изотерм равны  $T_1 = T_a +$



Фиг. 3



Фиг. 4

$+0,1 (T_{\max}(t) - T_a)$  (это температуры верхней кромки термика, как она определена в [11]), внутренних  $-T_3 = T_a + 0,9 (T_{\max}(t) - T_a)$ , промежуточных  $-T_2 = 0,5 (T_1 + T_3)$  (численные значения  $T_1, T_2, T_3$  легко можно найти по соответствующим графикам  $T_{\max}(t)$  на фиг. 2). По этим картинам видно, как существенно влияет выбор граничных условий на отрыв и дальнейшее развитие полусферического в начальный момент облака (фиг. 3, а). Уже к моменту времени  $t=4,4$  с (фиг. 3, б) структуры температурных полей качественно различны.

Для 1-го варианта (сплошные кривые) внешний профиль термика принимает куполообразный вид с кольцевым постаментом, а его наиболее нагретая область — вид полуэллипсоида, примыкающего к подстилающей поверхности. Для 2-го же варианта (штрихпунктир) конфигурация термика напоминает перевернутую вверх каплю, а его наиболее горячая часть (уже отошедшая от нижней границы) имеет вид эллипсоида с большей осью, расположенной на оси  $z$ . В случае нижнего граничного условия проскальзывания термик несколько быстрее поднимается, а его профиль постепенно приобретает вид сферы, соединенной с подстилающей поверхностью «ножкой» с незначительно возрастающей по высоте толщиной, а горячая зона смещается ближе к верхней кромке, где происходит сгущение изотерм, и принимает форму «шляпки гриба» (фиг. 3, в и г). В случае граничного условия прилипания верхняя часть развивается аналогично (несколько отставая по высоте из-за более позднего отрыва), а нижняя — совершенно иначе.

В то время как весь наиболее нагретый газ во 2-м варианте сконцентрирован в всплывающей части (в шляпке гриба), в 1-м варианте происходит разделение горячей зоны (при  $t \approx 9-10$  с), и затем имеют место две области наиболее нагретого газа: одна в «шляпке», другая в подножии (см. фиг. 3). Подножие в этом случае представляет собой весьма заметное кольцевидное образование, расширяющееся к низу и соединенное с всплывающим объемом цилиндрической «ножкой» (фиг. 3, г).

Проведем оценку тепловой энергии, сосредоточенной в приземной части термиков в обоих рассмотренных случаях. В начальный момент  $t=0$  вся

тепловая энергия нагретых облаков равна (см. [7])

$$Q_1(0) = \int_V \rho(T - T_a) dV$$

и сосредоточена внутри полусферы радиуса  $R_0$ . Так как температура невозмущенного газа вне термика равна  $T_a$ , то начальная энергия в приземном слое высотой  $z=R_0$  (на фиг. 3 этот слой отмечен штриховой линией) также равна

$$Q_2(0) = Q_1(0) = 2\pi \int_0^{R_0} \int_0^{\infty} \rho(T - T_a) r dr dz$$

Анализ расчетных данных показывает, что к моменту времени  $t=14-16$  с, когда всплывающие части термиков полностью пересекут границу  $z=R_0$ , относительные части тепловой энергии, оставшейся в приземном слое, составляют примерно 15% для 1-го варианта и 10% для 2-го, и, далее, во всем рассмотренном интервале времени ( $16 \leq t \leq 30$  с) не меняются. Легко оценить, что в нижней горячей области термика для 1-го варианта при  $t \geq 16$  с сосредоточено около 5% от общей тепловой энергии  $Q(t)$  ( $Q(t) \leq Q(0)$ ).

Проведенное сравнение полученных в настоящей работе профилей приземных термиков с экспериментальными данными работы [5] показывает полную внешнюю аналогию очертаний термиков теплового происхождения, полученных в опытах, и расчетных при выборе на подстилающей поверхности условия прилипания. В этом случае имеет место визуальное сходство как конфигураций верхних — всплывающих объемов, так и нижних — приземных, а также соединяющих их цилиндрических ножек (ср. профили термиков на фиг. 3 с соответствующими профилями на фиг. 1, в в [5]). Такое же внешнее сходство расчетные термики (при  $u|_{z=0}=0$ ) имеют и с экспериментальными, полученными в [6, 12]. Результаты этих сопоставлений, как нам кажется, в достаточной мере обосновывают выбор на подстилающей поверхности  $z=0$  условия прилипания:  $u=0$ .

Отметим еще некоторые особенности, присущие движению приземных термиков. Расчеты показывают, что после отрыва всплывающей части облака для первого варианта ( $t \geq 10$  с) сформировавшееся приповерхностное течение в зоне подножия приобретает квазистационарный характер. Горизонтальные составляющие скорости  $u(r)$  у поверхности в интервале времени  $10 \leq t \leq 24$  с практически постоянны. Интересно также, что для этого варианта размер основания у образовавшего подножия приблизительно равен начальному радиусу  $R_0$  и не меняется с течением времени (фиг. 3).

Кроме того, выясняется, какова предельно малая высота, при которой подстилающая плоскость еще не оказывает влияния на динамику течения. В [7] было получено, что при  $H_0 \geq 1,5R_0$  наличие поверхности несущественно, а меньшие высоты не рассматривались. Проведенные расчеты показывают, что подстилающая поверхность не влияет на термодинамические характеристики термика вплоть до высоты  $H_0=R_0$ . На фиг. 4 приведены динамические и температурные параметры течения  $\Delta z = H - H_0$ ,  $v_{\max}$ ,  $T_{\max}$  в зависимости от времени  $t$  для термиков с  $H_0=2R_0$  (сплошные кривые) и с  $H_0=R_0$  (точки 1). Как видно из графиков, они практически идентичны. И только при  $H_0 < R_0$ , когда имеется поверхность контакта между термиком и подстилающей плоскостью не нулевой площади, последняя начинает существенно влиять на динамику подъема. При этом в задаче появляется еще один важный временной масштаб — время отсекаания термика от поверхности, тем больший, чем больше радиус площади контакта.

Проведенная проверка точности решения по выполнению законов сохранения дала максимальные дисбалансы: 2,1% по массе и 4,6% по энергии на сетке  $41 \times 81$  узел, а результаты контрольного расчета на двойной сетке ( $81 \times 161$ ) практически не отличались от основных.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Онуфриев А. Т.* Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва // ПМТФ. 1967. № 2. С. 3–15.
2. *Wang C. P.* Motion of an isolated buoyant thermal // Phys. Fl. 1971. V. 14. № 8. P. 1643–1647.
3. *Андрущенко В. А.* Образование кольцевого вихря при подъеме нагретой массы воздуха в стратифицированной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 2. С. 186–189.
4. *Shlien D. J., Thompson D. W.* Some experiments on the motion of an isolated laminar thermal // J. Fl. Mech. 1975. V. 72. № 1. P. 35–47.
5. *Shlien D. J.* Some laminar thermal and plume experiments // Phys. Fl. 1976. V. 19. № 8. P. 1089–1098.
6. *Заславский Б. И., Юрьев Б. В.* Исследование движения приповерхностного термика // ПМТФ. 1987. № 3. С. 81–87.
7. *Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Якуш С. Е.* Турбулентный осесимметричный термик в неоднородной сжимаемой атмосфере. Численное исследование: Препринт № 303. М. ИПМ АН СССР, 1987. 67 с.
8. *Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С., Чудов Л. А.* Движение газа, вызванное точечным взрывом в неоднородной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 6. С. 144–151.
9. *Фирстов П. П., Токарев П. И., Лемзиков В. К.* Кинесъемка выбросов и схема эксплозивного процесса вулкана Карымского // Бюл. вулканологических станций АН СССР. 1978. № 55. С. 151–157.
10. *Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С., Чудов Л. А.* Расчет подъема и взаимодействия термиков в атмосфере (осесимметричная и пространственная задачи) // Турбулентные струйные течения. Таллин. 1987. Ч. 1. С. 227–231.
11. *Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В., Шацких Ю. В.* Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере: Препринт. Черногловка: Ин-т физ. химии АН СССР, 1985. 45 с.
12. *Горев В. А., Гусев П. А., Трошин Я. К.* Влияние условий образования на движение облака, всплывающего под действием силы плавучести // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 5. С. 148–150.

Москва

Поступила в редакцию  
3.II.1988