

УДК 532.516.013.4

УСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАКРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ КВАЗИДВУМЕРНЫХ СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ (ЭКСПЕРИМЕНТ)

КРЫМОВ В. А.

В лабораторных и естественных условиях двумерные (точнее, квазидвумерные течения) встречаются, как правило, либо в тонких слоях жидкости, либо во вращающихся гидродинамических системах (например, атмосферы планет), в которых, согласно теореме Праудмена – Тейлора, вертикальные движения затруднены. Такие течения сопровождаются трением о подстилающую поверхность, влияние которого не учитывается в классической теории плоскопараллельных течений, что существенно затрудняет интерпретацию экспериментальных результатов и данных наблюдений. Движение тонких слоев однородной жидкости в отличие от идеализированного двумерного течения характеризуется не одним, а двумя независимыми критериями подобия – традиционным числом Рейнольдса Re_v и введенным в [1] внешним параметром Re_λ

$$Re_v = \frac{UD}{\nu}; \quad Re_\lambda = \frac{Uh^2}{2D\nu} = \frac{U}{D\lambda} \left(\lambda = \frac{2\nu}{h^2} \right)$$

где U и D – характерные скорость и горизонтальный масштаб течения, h – глубина слоя жидкости и ν – коэффициент кинематической вязкости (слой считается тонким, если $h \ll D$).

Указанный параметр можно трактовать как число Рейнольдса «по внешнему трению», если учесть, что величину λ можно интерпретировать как коэффициент трения о подстилающую поверхность. В этом случае предполагается, что торможение жидкости линейно по скорости (рэлеевское трение), что оправдано в приближении «мелкой воды».

В случае вращающейся жидкости действует механизм экмановского трения [2], также линейного по скорости, для которого $\lambda = \sqrt{\Omega\nu}/h$ (Ω – угловая скорость вращения системы в целом), и число Рейнольдса по внешнему трению задается равенством

$$Re_\lambda = \frac{U\delta h}{D\nu}, \quad \delta = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}}$$

где δ – толщина слоя Экмана. Заметим, что в этом случае движение описывается тремя независимыми критериями подобия: Re_v , Re_λ и $E = \nu/\Omega h^2$ – число Экмана.

Принимая во внимание, что в случае мелкой воды λ^{-1} – наименьший из всех временных масштабов (D/U , ν/D^2 , ν/h^2), которые можно составить из размерных величин, описывающих гидродинамическую систему, следует ожидать, что именно Re_λ , а не Re_v будет определяющим параметром системы, что нашло свое подтверждение в [3, 4] и строго показано в [1]. Также обстоит дело и во вращающейся жидкости в случае малых чисел Экмана.

В данной работе выполнено экспериментальное исследование устойчивости и закритических режимов течений с узкой зоной сдвига (профилем скорости типа $U = \tanh y$) в тонких слоях жидкости и дана новая интерпретация экспериментальных результатов в терминах Re_λ и Re_v . В тех же терминах проведено сопоставление эксперимента с результатами других авторов [5–8] (включая эксперименты с вращающейся жидкостью [8]) и теоретическими результатами [1]. В частности, обнаружено, что при $Re_v \gg 1$ характеристики устойчивости не зависят от Re_v и полностью определяются величиной Re_λ , критическое значение которого, а также волновое число наиболее неустойчивой моды слабо зависят от формы профиля, как было предсказано в [1]. Кроме того, исследование характеристик закритических вихревых режимов показало, что амплитуда возмущения управляется уравнением Ландау [9]. Это позволяет надеяться, что уравнения Ландау, построенные методом Стюарта – Ватсона [10] с учетом внешнего трения, может дать реальную картину развития вихревых возмущений.

1. Описание установки. Течение создавалось МГД-методом на установке, подробно описанной в [6, 11]. Основа установки — электромагнит, который создает знакопеременное по радиусу магнитное поле. Ток питания обмоток электромагнита $I_n = 1,5$ А. Характерное значение магнитной индукции $B_0 = 240$ Гс. (Структура создаваемого магнитного поля приведена в [6].) На торце электромагнита устанавливалась круглая ювота с размещенными в ней кольцевыми электродами. Радиусы электродов: внутреннего $r = 6,0$ см, внешнего $R = 14,7$ см. В кольцевой канал между электродами заливался раствор медного купороса (CuSO_4) в воде плотностью $\rho = 1,07$ г/см³ и вязкостью $\nu = 0,012$ см²/с. Между электродами пропусклся постоянный электрический ток от стабилизированного источника тока. Эксперименты проводились при различной глубине слоя жидкости $h = 3; 4; 5$ мм и при различной высоте слоя жидкости над поверхностью электромагнита $H = 3; 5; 7; 9$ мм.

Под действием силы Ампера $f_\phi = (j_r B_z)/c$ ($j_\phi = j_z = 0$) жидкость движется в азимутальном направлении. Так как на нейтральной линии $R_0 = 10,4$ см величина B_z меняет знак (см. [11]), то и жидкость движется в противоположных направлениях по разные стороны от нейтральной линии. На фиг. 1 приведены профили азимутальной скорости жидкости при $H = 5$ мм для $h = 3; 4; 5$ мм (кривые 1–3) в виде зависимостей $u_\phi = u_\phi(r)/I$, где I — сила тока. Величина скорости измерялась по трекам частиц визуализатора на поверхности жидкости. Измеренные профили скорости отличаются от тех, что получены в [5] на этой же установке при высоте слоя жидкости $h = 10$ мм, и по форме (вне окрестностей боковых стенок) ближе к профилю типа $U = \text{th } y$, чем к синусоидальному.

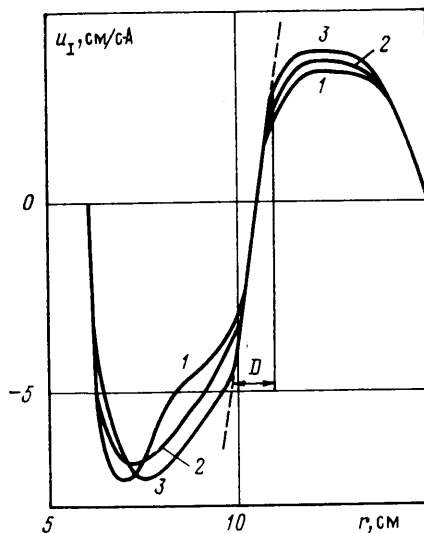
Вблизи R_0 зависимость u_ϕ от r фактически линейная. Поэтому за ширину зоны сдвига принималась ширина линейного участка профиля скорости D (фиг. 1). В проведенных экспериментах $D < 2$, что меньше полуширины канала (4,3 см). Изменение высоты слоя жидкости над поверхностью электромагнита позволяет исследовать характеристики течений в более широком диапазоне параметров, так как du_ϕ/dr и D зависят от H .

Для характеристики режима течения жидкости можно построить число Рейнольдса «по напору», основываясь на величине силы Ампера [5]

$$\text{Re} = \frac{IB_0 L^2}{2\pi\rho c h \nu^2}$$

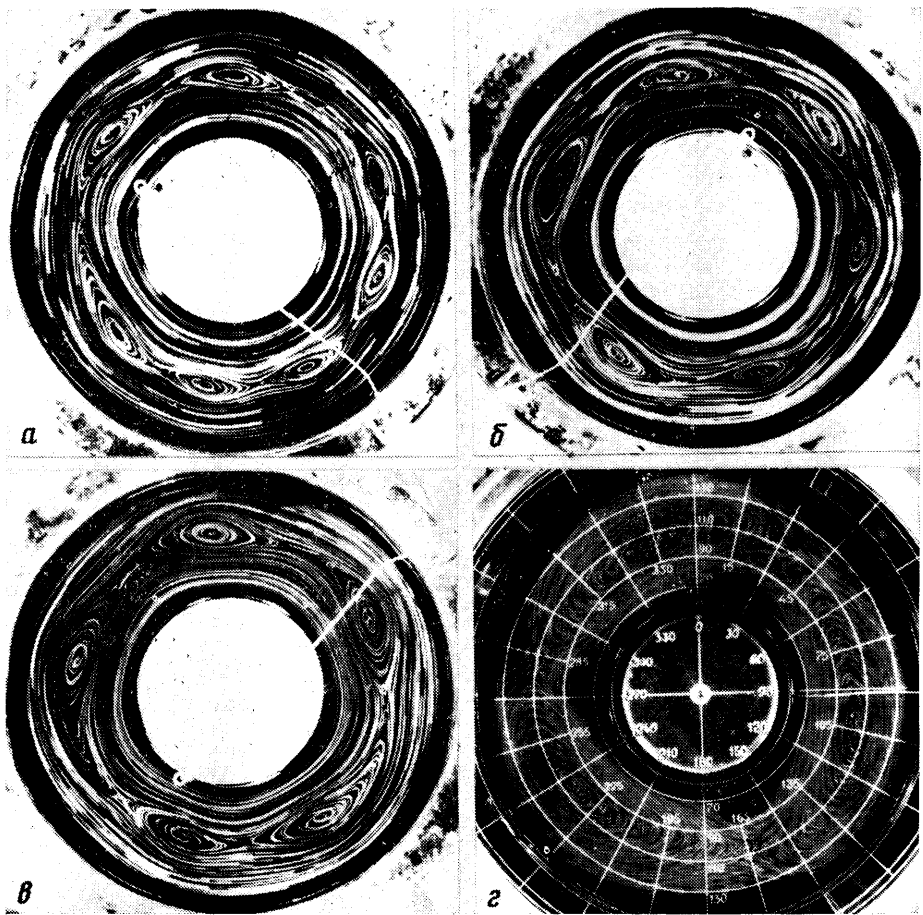
где $L = 14,7$ см — масштаб изменения магнитного поля [5].

2. Потеря устойчивости. При малых значениях числа Рейнольдса течение жидкости азимутально-симметричное. Линии тока — концентрические окружности. При превышении критического значения Re^* азимутально-симметричное течение теряет устойчивость и возбуждается цепочка вихрей, центры которых расположены на нейтральной линии (фиг. 2).



Фиг. 1

H , мм	h , мм	D , см	n_0	α_0	Re_v^*	$\text{Re}^* \cdot 10^{-4}$	Re_λ^*
3	4	1,2	7	0,40	130	2,3	8
3	5	1,3	7	0,44	130	1,1	8
5	3	1,1	7	0,37	170	5,1	7
5	4	1,3	7	0,44	140	2,6	8
5	5	1,5	5	0,37	150	1,4	8
7	3	1,2	7	0,40	260	7,5	8
7	4	1,4	6	0,40	200	3,3	8
7	5	1,6	5	0,38	190	1,7	9
9	3	1,6	5	0,38	490	10,6	8
9	4	1,7	4	0,35	250	3,8	8
9	5	1,8	4	0,33	210	2,0	8



Фиг. 2

Для сравнения на фиг. 2 приведена картина вихревого течения жидкости при синусоидальном профиле скорости (режим течения с тремя вихрями [6]). Число вихрей зависит от ширины зоны сдвига D . Для большинства экспериментов $n_0 > 4$, тогда как при синусоидальном профиле скорости ($h=10$ мм) в данном канале возбуждалось четыре вихря.

Двумя основными характеристиками устойчивости являются волновое число развивающейся вихревой моды α_0 и критическое число Рейнольдса. По данным экспериментов было рассчитано безразмерное волновое число $\alpha_0 = n_0 D / 2R_0$ (таблица). Для различных значений D и n_0 значения α_0 группируются вокруг $\alpha_0 = 0,4 \pm 0,01$ (здесь и далее приводятся среднеквадратичные отклонения). Разброс вызван как дискретностью спектра возмущений, так и различиями в форме профиля. Вычисленное значение α_0 совпадает с результатами линейной теории для кусочно-линейного профиля ($\alpha_0 = 0,4$ [12]) и близко к значению α_0 для профиля $U = \tanh y$ ($\alpha_0 = 0,46$ [13]). Близкие значения α_0 получены и в других экспериментах по исследованию устойчивости течений с профилями скорости типа $U = \tanh y$. По данным [7], $\alpha_0 = 0,41 \pm 0,02$. Для вихревых структур в слоях смешения $\alpha_0 \approx 0,38$ [15].

Для определения экспериментального значения критического числа Рейнольдса по внешнему трению оно было преобразовано к виду

$$\text{Re}_\lambda = \frac{\partial u_\phi}{\partial r} \frac{h^2}{2\nu} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial U}{\partial y}$$

где $\partial u_\phi / \partial r$ — значение производной в точке перегиба профиля скорости. Использование Re_λ в таком виде позволяет избежать произвола, связанного с определением D , что существенно не только для эксперимента, но и для теории, и дает возможность сравнивать параметры устойчивости профилей скорости различной формы. Данная замена эквивалентна безразмериванию на масштабы U и $\partial U / \partial y$ вместо U и D .

Из таблицы видно, что значение Re_λ^* сохраняется в исследуемом диапазоне значений Re_v^* ($100 < Re_v^* < 500$). Это подтверждает вывод [1] о независимости характеристик устойчивости от Re_v при $Re_v \gg 1$. Следует также отметить, что экспериментальное значение $Re_\lambda^* = 8 \pm 1$ близко к теоретическому значению Re_λ^* для профиля $U = \text{th } y - Re_\lambda^* = 5$ [1].

3. Анализ результатов других авторов. Была проведена аналогичная обработка результатов [5–8]. Оказалось, что критическое значение числа Re_λ^* в них также сохраняется в диапазоне изменения параметров течения. В [7] исследовалась устойчивость сдвигового течения в узком зазоре между двумя вращающимися дисками. Сдвиг создавался за счет дифференциального вращения дисков по радиусу. Профиль азимутальной скорости типа $U = \text{th } y$. Рассчитанное по данным этого эксперимента $Re_\lambda^* = 10 \pm 1$. Значение Re_λ^* для течения с синусоидальным профилем [5, 6] $Re_\lambda^* = 7 \pm 1$, что также близко к теоретическому значению $Re_\lambda^* \approx 5$ [1]. В [5, 7] в случаях, когда ширина канала становится сравнимой с высотой слоя жидкости, наблюдалось увеличение Re_λ^* , связанное с подключением трения на боковых границах. Подобие влияния придонного трения и трения на боковых границах следует из теоретических работ [4, 14].

Аналогичную интерпретацию допускают и результаты исследований слоев смещения [15], где измерялся инкремент роста возмущений $\gamma \approx 0,2$. С другой стороны, согласно [1], инкремент роста возмущений $\gamma = 1/Re_\lambda^* \approx 0,2$.

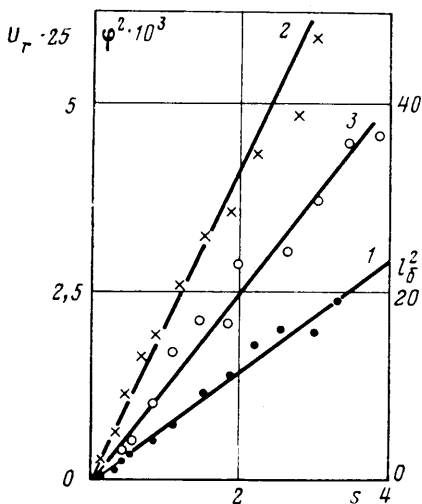
В [8] исследовалась устойчивость слоя Стюартсона ($\delta_c \sim E^{1/4}$). Течение создавалось во вращающемся цилиндрическом баке за счет вращения с разными скоростями бака и расположенного внутри него диска меньшего радиуса, ось которого совпадала с осью вращения. Диссипация энергии возмущений в такой системе происходит в экмановских пограничных слоях, расположенных у твердых горизонтальных границ [16]. В этом случае $Re_\lambda = Uh/DV\bar{\Omega}$. Ширина зоны сдвига — характерная толщина слоя Стюартсона $D_c = 2H(E)^{1/4}$. Оказалось, что в исследуемом диапазоне параметров (изменялись скорость вращения бака $1 \text{ с}^{-1} < \Omega < 14 \text{ с}^{-1}$ и радиус слоя сдвига $2,5 \text{ см} < R_0 < 7,5 \text{ см}$) критическое значение Re_λ^* сохраняется и $Re_\lambda^* = 75 \pm 10$. Различие с приведенными выше результатами может объясняться тем, что с точки зрения [1] случай [8] вырожденный. Для такого течения Re_λ и Re_v совпадают. Для выполнения условий [1] необходимо, чтобы ширина зоны сдвига D была больше характерной ширины слоя Стюартсона D_c .

Анализ результатов экспериментов показывает, что безразмерным критерием подобия, определяющим переход к неустойчивости квазидвумерных сдвиговых течений в тонких слоях жидкости, является число Рейнольдса по внешнему трению. Критические значения сохраняются при изменении параметров течения (U, D, h). Значения Re_λ^* в разных экспериментах в тонких слоях жидкости близки между собой и теоретическому значению Re_λ^* [1]. Тем самым результаты экспериментов в тонких слоях жидкости полностью подтверждают теоретические выводы [1], что при больших Re_v характеристики устойчивости не зависят от этого параметра и определяются величиной Re_λ , причем Re_λ^* слабо зависит от формы профиля.

4. Характеристики закритических режимов. После потери устойчивости вплоть до значительных надкритичностей течение качественно не меняется и остается стационарным. Подробное исследование характеристик

закритических вихревых режимов проводилось при следующих параметрах течений: 1) $H=3$ мм; $h=4$ мм; $D=1,3$ см; $n_0=7$, 2) $H=5$ мм; $h=5$ мм; $D=1,5$ см; $n_0=5$.

По фотографиям вихревых течений при различных Re определялись ширина и угол наклона вихря. Линии тока вблизи центра вихря — замкнутые кривые, близкие по форме к эллипсам (фиг. 2). Угол наклона вихря определялся как угол наклона большой оси эллипса к нейтральной линии вблизи центра вихря. Следует отметить, что разные «эллипсы» вблизи центра вихря имеют фактически одинаковый угол наклона φ .



Фиг. 3

данные измерения среднеквадратичного значения радиальной скорости $U_r = \langle v_r v_r \rangle / U_*^2$ ($\langle \rangle$ — осреднение по азимуту) на нейтральной линии (3 на фиг. 3). Эта величина характеризует амплитуду возмущения. Ниже представлены значения коэффициентов пропорциональности в указанных зависимостях для исследуемых течений с параметрами 1 и 2 (столбцы 1 и 2 соответственно) и для течения с синусоидальным профилем (столбец 3) по данным [17]:

№	1	2	3
$\eta = U_r/s$	0,06	0,05	0,15
$\Phi = \varphi^2/s$	0,02	0,025	0,06
$L = l_0^2/s$	5	6	14

Близкое значение коэффициента $L=4,5$ получено по данным [7]. Обращает на себя внимание сохранение соотношений Φ/η и L/η для течений с разными профилями скорости. Это говорит о том, что угол наклона вихря и ширина вихря, как и U_r , характеризуют поток энергии от основного течения к вихревым возмущениям, т. е. амплитуду возмущения.

Действительно, если представить функцию тока в первом приближении как

$$\Psi = \int U dy + (A \exp(i\alpha x) \psi(y) + \text{к. с.})$$

то для достаточно малых амплитуд можно получить следующие оценки тангенса угла наклона $\text{tg } \varphi$ и величины U_r :

$$\text{tg } \varphi \approx 2\alpha A |\psi'(0)|, \quad U_r = \alpha^2 |A|^2 |\psi(0)|^2$$

Экстраполяция указанных зависимостей в область малых надкритичностей позволяет определить Re^* различными способами. Измеренные по разным зависимостям и определенные по визуальным наблюдениям Re^* отличаются не более чем на 10%.

Увеличение надкритичности приводит к тому, что течение с модой n_0 становится неустойчивым и происходит переход к течению с меньшим

числом вихрей. Аналогичные переходы наблюдались в [5–8]. Нижний Re_n^* и верхний Re_n^{**} пределы существования по числу Рейнольдса мод с разным индексом симметрии n для течения 1) приведены ниже

n	7	6	5	4	3
Re_n^*/Re^*	1	1,2	1,4	2,2	2,7
Re_n^{**}/Re^*	1,4	2,0	2,5	>5	>5

Измеренные области существования отличаются от тех, что получены для течения с синусоидальным профилем в кольцевом канале [5]. В данном случае слабее выражен эффект неединственности вихревых структур. Моды имеют меньший по числу Рейнольдса диапазон устойчивого существования, не наблюдалось устойчивого существования при одном и том же числе Рейнольдса более чем двух мод (реализация той или иной моды зависит от предыстории течения). Измеренные области существования ближе по своей структуре к тем, что получены в [7, 8] для течений с профилем скорости типа $U = th\ y$.

5. Заключение. На основании проведенных исследований (см. также [5–8]) можно выделить два механизма, ответственных за переходы между вихревыми режимами с различными индексами симметрии. Первый — рост амплитуды основного течения с увеличением числа Рейнольдса. Он проявляется фактически в «чистом» виде в течении с синусоидальным профилем в кольцевом канале [5]. Второй — уширение профиля основного течения [6]. Данное уширение приводит к движению минимума кривой устойчивости (см., например, [6]) в плоскости (Re, n) в область меньших n , что уменьшает неединственность вихревых режимов [6]. Очевидно, соотношение этих двух механизмов во многом определяет структуру областей существования вихревых режимов с различными индексами симметрии.

Выполнение корневых зависимостей от надкритичности для угла наклона и ширины вихря, а также для амплитуды радиальной скорости течения говорит о том, что амплитуда возмущения управляется уравнением Ландау. С другой стороны, определяющая роль числа Рейнольдса по внешнему трению показывает, что диссипация энергии вихревых возмущений, определяющая равновесное состояние, происходит в основном за счет внешнего трения. Это позволяет надеяться, что уравнение Ландау, построенное методом Стюарта — Ватсона [10], с учетом внешнего трения может дать картину развития вихревых возмущений, близкую к наблюдаемой в лабораторных экспериментах и естественных условиях.

В заключение автор благодарит Ф. В. Должанского за постановку задачи и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Должанский Ф. В. О влиянии внешнего трения на устойчивость плоскопараллельных течений однородной несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 4. С. 348–356.
2. Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 811 с.
3. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука, 1981. 366 с.
4. Бондаренко Н. Ф., Гак М. З., Должанский Ф. В. Лабораторная и теоретическая модели плоского периодического течения // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 10. С. 1017–1026.
5. Довженко В. А., Крымов В. А., Пономарев В. М. Экспериментальное и теоретическое исследование сдвигового течения, возбуждаемого аксиально-симметричной силой // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1984. Т. 20. № 8. С. 693–704.
6. Довженко В. А., Крымов В. А. Экспериментальное исследование потери устойчивости зональных сдвиговых течений в круге // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 1. С. 14–20.
7. Rabaud M., Couder Y. A shear-flow instability on a rotating fluid // J. Fluid Mech. 1983. V. 136. P. 291–319.
8. Hide R., Titman C. W. Detached shear layers in a rotating fluid // J. Fluid Mech. 1967. V. 29. Pt 1. P. 39–60.

9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теор. физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
10. Stuart J. T. Nonlinear stability theory // Annu. Rev. Fluid. Mech. V. 3. Palo Alto. Calif. 1971. P. 347–370.
11. Довженко В. А., Новиков Ю. В., Обухов А. М. Моделирование процесса генерации вихрей в аксиально-симметричном азимутальном поле магнитогидродинамическим методом // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 11. С. 1193–202.
12. Бетцов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир, 1971. 350 с.
13. Huerre P. The nonlinear stability of a free shear layer in the viscous critical layer regime // Phil. Trans. Roy. Soc. London. 1980. № 1408. P. 764–772.
14. Пономарев В. М. Об устойчивости одного класса осесимметричных течений несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 1. С. 3–9.
15. Miksad R. W. Experiments on the nonlinear stages of free-shear- layer transition // J. Fluid Mech. 1972. V. 56. Pt 4. P. 695–720.
16. Busse F. H. Shear flow instabilities in rotating systems // J. Fluid Mech. 1968. V. 33. Pt 3. P. 577–589.
17. Довженко В. А., Крымов В. А. Перенос момента импульса вихревыми возмущениями при потере устойчивости плоского аксиально-симметричного сдвигового течения // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т. 19. № 5. С. 534–539.

Москва

Поступила в редакцию
12.I.1988