

УДК 532.517.4:536.253

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОДЪЕМА ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕРМИКА В НЕОДНОРОДНОЙ СЖИМАЕМОЙ АТМОСФЕРЕ

МАХВИЛАДЗЕ Г. М., МЕЛИХОВ О. И., ЯКУШ С. Е.

Подъем облака горячего газа (термика) в атмосфере – сложный аэродинамический процесс, сопровождающий многие явления взрывного типа. В устойчиво стратифицированной атмосфере наблюдаются три основные стадии подъема осесимметричного термика: начальная, характеризующаяся формированием вихревого течения и трансформацией формы облака в характерную грибовидную; автомодельная, отвечающая закону подъема верхней кромки облака $z_k \sim t^{1/2}$, и стадия зависания, в ходе которой охлаждающийся термик совершает затухающие колебания около точки равновесия.

Численное моделирование всплывающих термиком проводилось на основе системы уравнений несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска [1–4] и системы уравнений Навье – Стокса для сжимаемого теплопроводного газа [5–9] (см. обзор в [3, 9, 10]).

Ввиду недостаточности экспериментальных и теоретических сведений о локальном строении плавучего облака в большинстве работ турбулентный характер течения учитывался введением эффективных постоянных коэффициентов турбулентного переноса, причем конкретные их значения подбирались путем качественного или количественного сопоставления с опытными данными общей структуры и некоторых интегральных характеристик рассчитываемого движения.

В работах [3, 4, 11] построено приближенное аналитическое решение задачи об автомодельном подъеме термика в несжимаемой среде, а также выполнено численное исследование зависимости динамики подъема и структуры течения от значений коэффициентов турбулентного переноса. Установлены универсальные соотношения, позволяющие осуществлять обоснованный выбор коэффициентов переноса из условия согласования расчетных и наблюдаемых в экспериментах законов подъема верхней кромки и углов расширения облака.

В случае сжимаемой среды такого исследования не проводилось. Между тем оно представляется весьма актуальным в связи с необходимостью использования модели сжимаемой среды для численного моделирования течений с большим вертикальным масштабом (возникающих, например, при сильных взрывах, больших пожарах), когда существенную роль играет весовая сжимаемость – изменение плотности атмосферы с высотой, и для моделирования начальной стадии процесса, когда велика разность плотностей в термике и в окружающей среде. Предположения о малой изотермической (весовой) сжимаемости и малых изменениях плотности, принимаемые в моделях несжимаемой среды с использованием приближения Буссинеска, в указанных ситуациях не выполняются.

Цель данной работы состоит в изучении закономерностей подъема термика на основании модели сжимаемой среды. Получены достаточно общие критериальные зависимости, позволяющие определять значения турбулентных коэффициентов переноса для широкого диапазона начальных параметров термика. Анализируется влияние сжимаемости и начальной высоты термика над поверхностью на динамику его подъема.

1. Осесимметричное движение первоначально неподвижного сферически-симметричного облака горячего газа рассматривается в цилиндрической системе координат (r, z) , начало которой находится на подстилающей поверхности под центром термика. При введении безразмерных переменных в качестве масштаба длины использовался некоторый фиксированный размер L (по порядку величины равный начальному радиусу термика), что позволило при варьировании размеров термика (параметра \tilde{R}) сохранять неизменными величины M и k , определяющие температуру и давление невозмущенной стандартной атмосферы (см. ниже (1.8)). Другие безразмерные переменные вводились при помощи масштаба скорости

\sqrt{Lg} , времени $\sqrt{L/g}$, плотности, температуры и давления невозмущенной атмосферы у поверхности ρ_0 , T_0 , $P_0 = \rho_0 R^\circ T_0$ соответственно (газ считается идеальным, R° — газовая постоянная, g — ускорение силы тяжести). Задача сводится к решению следующей системы уравнений с начальными и граничными условиями:

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho \operatorname{div} \mathbf{U} = 0 \quad \left(\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + (\mathbf{U} \nabla) \right) \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{U}}{d\tau} = -\frac{1}{\gamma M^2} \nabla P + \rho \mathbf{f} + \frac{1}{\operatorname{Re}} \left[\Delta \mathbf{U} + \frac{1}{3} \nabla (\operatorname{div} \mathbf{U}) \right] \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{dT}{d\tau} = -(\gamma - 1) P \operatorname{div} \mathbf{U} + \frac{\gamma}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}} \Delta T, \quad P = \rho T \quad (1.3)$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \mathbf{f} = (0, -1)$$

$$\tau = 0, \quad T(r, z) = T_a(z) + \theta_0 \exp[-(r^2 + (z - H)^2)/R^2]$$

$$P(r, z) = P_a(z), \quad \mathbf{U}(r, z) = 0, \quad \rho(r, z) = P(r, z)/T(r, z) \quad (1.4)$$

$$r = 0, \quad u = 0, \quad \partial \psi / \partial r = 0 \quad (\psi = \{\rho, v, P, T\})$$

$$z = 0, \quad \mathbf{U} = 0, \quad \partial T / \partial z = 0 \quad (1.5)$$

$$r^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad \mathbf{U} = 0, \quad P = P_a, \quad T = T_a, \quad \rho = \rho_a$$

Здесь τ — время, ρ , $\mathbf{U} = (u, v)$, P , T — плотность, скорость, давление и температура газа, $M = (Lg/\gamma R^\circ T_0)^{1/2}$, $\operatorname{Re} = L\sqrt{Lg}\rho_0/\eta$ — число Рейнольдса, $\gamma = c_p/c_v$ — показатель адиабаты, $\operatorname{Pr} = c_p\eta/\lambda$ — число Прандтля (η и λ — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности, c_p и c_v — теплоемкость газа при постоянных давлении и объеме), \mathbf{f} — единичный вектор в направлении силы тяжести, T_a , P_a , ρ_a — распределения по высоте соответствующих параметров невозмущенной атмосферы, H — начальная высота центра облака, θ_0 — начальная избыточная температура в центре термика, R — начальный радиус термика.

Эволюция облака прослеживалась путем введения пассивно переносимой примеси, для концентрации которой $c = \rho_2/\rho$ (ρ_2 — плотность примеси) справедливо уравнение с начальными и граничными условиями

$$\frac{\partial \rho c}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho c \mathbf{U}) = \frac{1}{\operatorname{Re} \operatorname{Sc}} \Delta c \quad (1.6)$$

$$\tau = 0, \quad \rho_2(r, z) = \exp[-(r^2 + (z - H)^2)/R^2] \quad (1.7)$$

$$r = 0, \quad \partial c / \partial r = 0; \quad z = 0, \quad \partial c / \partial z = 0$$

$$r^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad c = 0$$

Здесь предполагается, что коэффициент диффузии $D \sim \rho^{-1}$, $\operatorname{Sc} = \eta/\rho D$ — число Шмидта. В расчетах использовалось $\operatorname{Sc} = \operatorname{Pr}$.

Распределения параметров T_a , P_a и ρ_a задавались в соответствии с моделью международной стандартной атмосферы [3], описываемой законом изменения температуры с высотой и уравнением гидростатического равновесия

$$\frac{1}{T_a} \left(\frac{dT_a}{dz} + (\gamma - 1) M^2 \right) = k \quad (1.8)$$

$$dP_a/dz = -\gamma M^2 \rho_a = -\gamma M^2 P_a/T_a$$

где $k = N^2 L/g$ — безразмерный параметр стратификации ($N^2 = \text{const} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-2}$ до высот ~ 10 – 16 км).

Рассматривались достаточно крупные термики с радиусом $\sim 10^2-10^3$ м и начальным перегревом $\sim 10-20 T_0$, для которых число Рейнольдса, построенное по молекулярной вязкости ($\eta/\rho_0 \sim 10^{-1}$ см²/с), достигает величин $Re \sim 10^8-10^9$ (число $Ra = Re^2 Pr (T-T_0)/T_0 \sim 10^{17}-10^{24}$), соответствующих развитому турбулентному режиму [3, 4]. Поэтому в уравнения (1.1)–(1.3), (1.6) введены постоянные эффективные коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности, по которым и построены числа Re , Pr и Sc .

2. Поскольку коэффициенты переноса являются характеристикой вырабатывающегося турбулентного движения, для их определения необходимо привлекать дополнительные данные, расчетные или экспериментальные.

В [3, 4] было показано, что для модели несжимаемой жидкости (приближение Буссинеска) на начальной и автомодельной стадиях подъема интегралом движения является начальный полный запас плавучести Π_0 , причем, как следует из анализа размерностей, через этот инвариант выражаются эффективные коэффициенты кинематической вязкости $E = \nu \Pi_0^{1/2}$ и температуропроводности $E_T = \nu \Pi_0^{1/2} Pr^{-1}$. Результаты численных расчетов при различных значениях коэффициента турбулентности ν и числа Pr удалось описать единой зависимостью автомодельной безразмерной координаты верхней кромки термика $\xi_k = (dz_k/dt^k) \Pi_0^{-1/4}$ от турбулентного аналога числа Рэлея $Ra = \Pi_0/E E_T = Pr/\nu^2$. Одновременно в [3, 4] в результате обработки в автомодельных переменных известных из литературы и полученных самими авторами экспериментальных данных по динамике подъема различных термик в широком диапазоне изменения плавучести, была получена следующая зависимость:

$$z_k - z_0 \approx 4,35 \Pi_0^{1/4} t^{1/2}, \quad \Pi_0 = g \beta Q_0 / 2 \pi \rho_a c_p \quad (2.1)$$

где z_0 — положение виртуального источника, t — время, Q_0 — тепловая энергия образования термика, составляющая определенную долю полной энергии взрыва. Из (2.1) следует, что на автомодельном участке подъема координата верхней кромки ξ_k постоянна и имеет величину $\xi_k \approx 4,35$, которой на единой расчетной кривой $\xi_k = f(Ra)$ отвечает $Ra = Pr/\nu^2 = 520$. Таким образом удалось установить связь между неизвестными параметрами ν и Pr , обеспечивающую соответствие интегральных характеристик рассчитываемого и физического полей течения.

Аналогичный подход применяется в данной работе для модели сжимаемой среды. Система уравнений (1.1)–(1.3), (1.6) с начальными и граничными условиями (1.4), (1.5), (1.7) интегрируется численно методом [9], а затем полученные результаты сравниваются с экспериментальной зависимостью (2.1).

Прежде чем перейти к изложению результатов численных расчетов, следует отметить, что представление экспериментальных данных в виде (2.1) является естественным при использовании приближения Буссинеска, так как в этом случае на автомодельном участке подъема величина Π_0 (наряду с Q_0) есть интеграл движения [3]. В случае сжимаемой среды на начальном и автомодельном участках подъема сохраняется только тепловая энергия

$$Q_0 = 2\pi \int_0^\infty \int_0^\infty \rho c_p (T - T_a) r dr dz \quad (2.2)$$

В этом можно убедиться следующим образом. Подставим в правую часть (1.3) связь

$$P \operatorname{div} \mathbf{U} = -\frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{d\tau} = -T \frac{d}{d\tau} \left(\frac{P}{T} \right) = -\frac{dP}{d\tau} + \rho \frac{dT}{d\tau}$$

и представим давление и температуру в виде суммы невозмущенного значения и приращения. Для производных T_a и P_a воспользуемся соотношениями (1.8) и проинтегрируем полученное уравнение по полупространству $z \geq 0$ с учетом граничных условий. В результате придем к соотношению

$$\frac{\partial Q'}{\partial \tau} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \int \frac{d(P-P_a)}{d\tau} dV - k \int \rho v T_a dV + (\gamma-1) M^2 \int (\rho - \rho_a) v dV \quad (2.3)$$

$$Q' = \frac{Q}{\rho_0 c_p T_0 L^3} = \int \rho (T - T_a) dV, \quad dV = 2\pi r dr dz$$

Здесь первый член в правой части описывает расход энергии на генерацию звуковых возмущений, второй и третий — охлаждение газа из-за его расширения при подъеме в менее плотные слои неоднородной атмосферы. Второй член дает существенный вклад только на стадии зависания (см. [3]), вклад первого и третьего членов для дозвуковых конвективных течений мал. Поэтому, согласно (2.3), на начальной и автомоделльной стадиях подъема сохраняется тепловая энергия образования термика $Q = \text{const} = Q_0$, что с высокой точностью подтверждается и численными расчетами [9].

Имея в виду сравнение результатов расчетов с экспериментальным законом подъема термика (2.1), преобразуем его с помощью (2.2) так, чтобы он содержал сохраняющуюся величину Q_0 . Из (2.1) с учетом $\beta = 1/T_a$, $\rho_a \approx \rho_0$ в безразмерных переменных получим

$$z_k - z_0 \approx 4,35 I_0^{1/4} \tau^{1/2}, \quad I_0 = \frac{Q'}{2\pi} = \int_0^\infty \int_0^\infty \rho (T - T_a) r dr dz \quad (2.4)$$

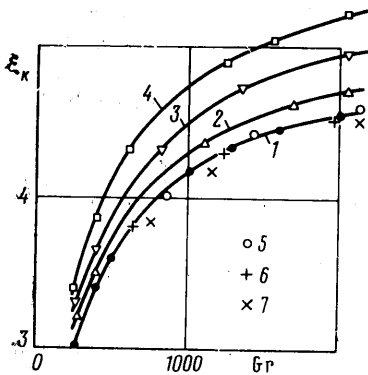
Тогда автомоделльная координата верхней кромки имеет вид $\xi_k = (dz_k/d\tau^{1/2}) I_0^{-1/4}$ и принимает значение 4,35, которое можно использовать для сравнения с расчетными данными.

Поскольку величина I_0 явно используется при сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными и является интегралом движения, то удобно считать ее начальным параметром облака, а его радиус определять, подставляя начальные условия (1.4) в интеграл (2.4) и решая численно полученное интегральное соотношение относительно R .

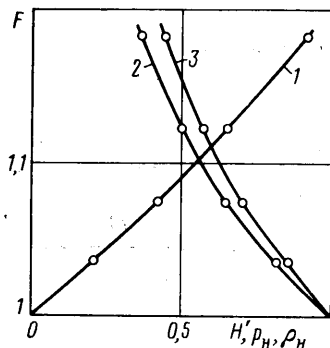
3. При неизменном состоянии атмосферы закономерности подъема термика определяются пятью основными параметрами: H , θ_0 , I_0 , Re , P_0 , из которых первые три задают начальное состояние облака. Зафиксируем сначала число $P_0 = 1$ и рассмотрим последовательно влияние остальных параметров на динамику подъема термика с целью установления зависимости автомоделльной координаты ξ_k от определяющих параметров задачи.

Расчеты проводились при $\gamma = 1,4$; $M = 0,3$; $Re = 20-60$; $H = 1,56-7,42$; $\theta_0 = 5,0-21,0$; $I_0 = 0,34-2,71$; $k = 1,22 \cdot 10^{-2}$. Такие параметры соответствуют, например, термикам, образующимся при взрывах мощностью $w = (2,1 \div 16,7) \cdot 10^9$ МДж на высоте 1560–7420 м ($L = 10^3$ м, $T_0 = 273$ К, $P_0 = 1$ атм) и поднимающимся в тропосфере с типичным значением параметра стратификации.

Влияние начальной высоты H на динамику подъема термика обусловлено двумя основными факторами. Во-первых, характерный размер, на котором проявляется весовая сжимаемость среды (порядка $1/\gamma M^2$), сравним с вертикальным масштабом рассматриваемых конвективных течений. Поэтому изменение H приводит к изменению параметров атмосферы на высоте взрыва. Во-вторых, с изменением H ослабляется или усиливается влияние подстилающей поверхности, что также может повлиять на скорость подъема термика.



Фиг. 1



Фиг. 2

Результаты расчетов при $\theta_0=21,0$; $I_0=0,68$ представлены на фиг. 1 для $H=1,56$; $3,32$; $5,17$; $7,42$ (кривые 1–4) в виде зависимости автомодельной координаты ξ_k от модифицированного числа Грасгофа $Gr=Re^2 I_0$, связывающего полный запас тепловой энергии с эффективным коэффициентом турбулентной вязкости. Введение числа Gr , как показано ниже, позволяет получить искомые критериальные зависимости.

Увеличение ξ_k с ростом начальной высоты термика при фиксированном запасе тепла объясняется следующим образом. Сравним безразмерную запись величины Q' и выталкивающей силы F :

$$Q' = \int \rho(T - T_a) dV = \int T_a(\rho_a - \rho) dV, \quad F = \int (\rho_a - \rho) dV$$

Если учесть, что температура атмосферы изменяется с высотой гораздо слабее, чем плотность, то можно считать $F \sim Q'$. Поэтому с ростом H сила F не меняется, но действует на газ меньшей плотности (плотность газа в термике с учетом присоединенной массы порядка плотности атмосферы), и термик поднимается быстрее при одном и том же числе Грасгофа. Кроме того, с ростом H вследствие большей разреженности атмосферы уменьшается и сила сопротивления движению облака.

С целью изучения роли второго фактора — воздействия подстилающей поверхности — были проведены специальные расчеты, в которых расчетная область расширялась в сторону $z < 0$. При этом в области $z \geq 0$ сохранялись прежние распределения параметров, подстилающая поверхность сдвигалась вниз (до уровня $z = -5,0$), а в области $-5 \leq z < 0$ характеристики атмосферы находились из (1.8). Тем самым сохранялся эффект влияния весовой сжимаемости на динамику подъема, но значительно ослаблялось или исключалось воздействие поверхности. Расчеты для $H=1,56$ и $5,17$ показали, что влияние поверхности незначительно: для первого случая результаты совпали с точностью $\sim 2\%$, для второго — практически полностью. Следовательно, при $H \geq 1,5$ зависимость ξ_k от H обусловлена исключительно проявлением весовой сжимаемости.

Следует отметить, что изучаемая в [3] в приближении Буссинеска задача о подъеме термика в бесконечной несжимаемой среде из-за неучета весовой сжимаемости оказалась инвариантной относительно сдвига по вертикальной координате (решение зависит от комбинации $z-H$; полученные результаты, в том числе единая зависимость $\xi_k = f(Ra)$, не зависит от высоты взрыва; начальная высота облака не является определяющим параметром).

Влияние начального перегрева θ_0 изучалось путем изменения этого параметра более чем в 4 раза. При $I_0=0,68$ и $H=1,56$ координата ξ_k в расчетах с $\theta_0=5,0$; $10,0$; $21,0$ отличалась не более чем на 2%. Полученная слабая зависимость дает возможность не заботиться о точном опре-

делении θ_0 . Поэтому в расчетах использовалось значение $\theta_0=21,0$, соответствующее для указанного выше конкретного примера температуре в центре облака 6000 К.

Влияние параметра I_0 (мощности взрыва) изучалось для $H=1,56$ при $I_0=0,34; 1,01; 2,71$ (точки 5–7). Все расчетные точки ложатся на кривую I .

Геометрические размеры термика в начальный момент можно характеризовать радиусом R , входящим в (1.4), (1.7), и радиусом R_1 , определенным по изотерме, на которой перегрев составляет 0,1 от максимального. Для этих величин расчеты дают следующие зависимости: $R=0,62I_0^{1/3}P_H^{-1/3}$, $R_1=0,97I_0^{1/3}P_H^{-1/3}$ (P_H — давление на высоте центра облака). Характерное время выхода термика на автомоделный режим составляет (3,5–4,0) $R_1^2/I_0^{1/2}$.

Результаты проведенных расчетов (фиг. 1) показывают, что при $Pr=1$ автомоделная координата ξ_k зависит только от параметров Gr и H . Поэтому кривые 1–4 на фиг. 1 являются проекцией на плоскость (Gr, ξ_k) линий уровня $H=const$ некоторой общей поверхности $\xi_k=\xi_k(H, Gr)$. Ее вид удастся восстановить по результатам численных расчетов.

Если кривые 1–4 перестроить в координатах ($Gr, \ln \xi_k$), то они оказываются эквидистантными. Следовательно, $\ln \xi_k(H, Gr)=f(H)+g(Gr)$ и искомая поверхность описывается произведением двух функций, зависящих от разных параметров

$$\xi_k(H, Gr)=F(H)G(Gr). \quad (3.1)$$

Каждая из функций F и G определяется с точностью до постоянного множителя, поэтому $F(H)$ выбиралась так, чтобы $F(0)=1$. Тогда $G(Gr)$ представляет собой единую кривую, описывающую при $Pr=1$ подъем термика при единичном начальном давлении и плотности, а $F(H)$ дает коэффициент — поправку на реальные условия на высоте взрыва.

Функция F изображена на фиг. 2 в зависимости от $H^1=\gamma M^2 N$ (кривая 1), давления P_H и плотности ρ_H атмосферы на высоте взрыва (кривые 2 и 3 соответственно). Заметим, что полученные результаты справедливы в области $H/R_1 \geq 1$, когда облако не касается подстилающей поверхности.

Функция $G(Gr)$, являющаяся единой зависимостью, описывающей при $Pr=1$ подъем в тропосфере термиков с различным запасом тепла I_0 и различной начальной высотой H , представлена на фиг. 3 сплошной кривой. Здесь же показаны расчетные точки, соответствующие данным фиг. 1 (разброс точек не превышает 2%).

Таким образом, в случае $Pr=1$ изменение скорости подъема термика при варьировании начальной высоты обусловлено проявлением весовой сжимаемости, влияние подстилающей поверхности в исследуемой зоне параметров несущественно. Закон подъема облака описывается числом Грасгофа, а автомоделная координата верхней кромки представима в виде

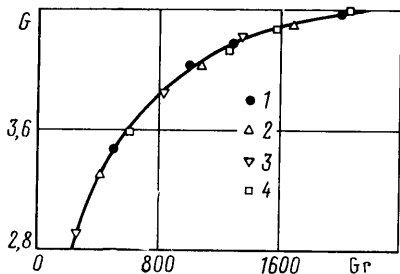
$$\xi_k(H, \theta_0, I_0, Re)=\xi_k(H, Re^2 I_0)=F(H)G(Gr)$$

4. Варьирование числа Pr приводит к появлению еще одного параметра в зависимости (3.1), который естественно ввести в функцию G

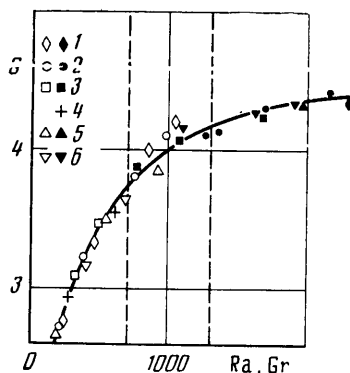
$$\xi_k(H, Gr, Pr)=F(H)G(Gr, Pr) \quad (4.1)$$

Как указывалось выше, в работе [3] для несжимаемой среды удалось установить единую зависимость координаты ξ_k от комбинации $Gr Pr=Ra$ — числа Рэлея. Возможность такого описания динамики подъема с помощью одного параметра была проанализирована и в данной работе. Расчеты проводились при $Pr=0,5; 0,8; 1,0; 1,2; 2,0$.

Оказалось, что при относительно малой интенсивности конвекции зависимость (3.1) с функцией G , представленной на фиг. 3, полностью



Фиг. 3



Фиг. 4

сохраняется, но в качестве аргумента этой функции при $Ra \leq 700$ следует выбрать число Рэлея $Ra = GrPr$. При достаточно большой интенсивности конвекции ($Ra \geq 1300$) зависимость $G(Gr, Pr)$ от числа Pr становится слабой, определяющим параметром становится число Gr , а правые части (4.1) и (3.1) совпадают (объяснение см. в [9]).

Сказанное иллюстрируется на фиг. 4 (сплошная кривая совпадает с построенной в разд. 3). Точки 1–4 отвечают $H=1,56$ ($Pr=0,5; 0,8; 1,2; 2,0$), точки 5, 6 – $H=7,42$ ($Pr=0,8; 1,2$), причем использование незачерненного маркера означает, что в качестве аргумента функции G взято число Рэлея, зачерненного – число Грасгофа (для т. 4 – число Рэлея).

Штриховыми линиями выделена переходная область, в которой не удается однозначно указать параметр, определяющий динамику подъема: при $Pr < 1$ таковым является число Ra , при $Pr > 1$ – число Gr . Разброс результатов в переходной области не превышает 5–6%.

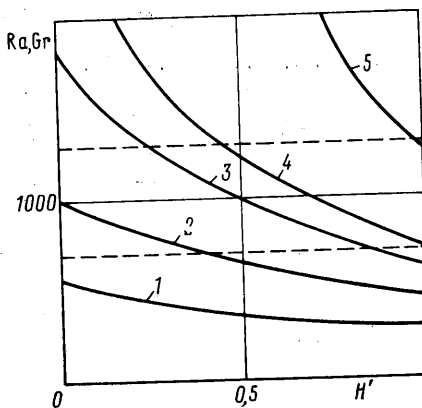
Функции F и G аппроксимируются следующими зависимостями ($0,4 \leq P_H \leq 1,0$, $240 \leq Gr \leq 2000$): $F = P_H^{-1/2}$, $G = 4,92 \cdot (1 - 252 / (Gr + 346))$.

Таким образом, показано, что построенная в разд. 3 для случая $Pr=1$ единая зависимость $G(Gr)$ описывает подъем термика и при $0,5 \leq Pr \leq 2,0$, если в выделенных выше подобластях (см. фиг. 4) в качестве аргумента использовать число Рэлея или число Грасгофа. Определены функции F и G (см. (4.1)), позволяющие построить единую двумерную поверхность, описывающую зависимость автомодельной координаты ξ_k от параметров задачи.

5. Результаты разд. 3, 4 могут быть использованы для определения значений коэффициентов переноса следующим образом. Поскольку эксперимент дает значение автомодельной координаты $\xi_k \approx 4,35$ [3, 4], то при известной высоте взрыва H определяется величина $G = 4,35 / F(H)$. Отложив это значение G на оси ординат фиг. 4, можно найти величину числа Рэлея или числа Грасгофа, обеспечивающих необходимый закон подъема. При этом имеется неопределенность в выборе значения числа Прандтля, поскольку число Рэлея дает только связь между неизвестными величинами Re и Pr , а число Грасгофа от числа Pr вообще не зависит. Аналогичная ситуация имела место в работе [3], где указывалось, что для более точного определения значений эффективных коэффициентов переноса необходимы дополнительные данные по внутренней структуре плавучего облака. Можно ожидать, однако, что турбулентное число Прандтля должно быть близко к единице. Поэтому при проведении сквозного расчета подъема термика в двухслойной неоднородной сжимаемой атмосфере в [9] было использовано значение $Pr=1$.

Следует отметить, что экспериментальное значение автомодельной координаты $\xi_k = 4,35$ было получено в [3, 4] при обработке данных по

нескольким приповерхностным взрывам и представляет собой некоторую среднюю величину. Для более точного описания подъема облаков с разных начальных высот необходимы дополнительные экспериментальные данные по зависимости $\xi_k(H)$. Тогда описанный выше метод определения расчетных коэффициентов переноса сведется к отысканию значения функции $G = \xi_k(H)/F(H)$. На фиг. 5 представлены изолинии полученной в разд. 3, 4 единой поверхности, соответствующие $\xi_k = 3,5; 4,0; 4,35; 4,5; 5,0$ (кривые 1-5), которые могут быть использованы для выбора коэффициентов переноса при известных экспериментальных значениях $\xi_k(H)$. Так, зная закон подъема и высоту взрыва при одном значении мощности, можно определить коэффициенты переноса для численного моделирования подъема облаков, образующихся при взрывах различной мощности на той же высоте.



Фиг. 5

6. Представляет интерес сопоставление результатов, получаемых в рамках моделей, основанных на полных уравнениях сжимаемого газа и на уравнениях в приближении Буссинеска. Следует ожидать, что при подъеме небольших термиков (на высоты 10–100 м) влияние весовой сжимаемости не существенно и должны получаться близкие результаты.

Соответствующий расчет был проведен для следующих исходных параметров: $L=2,5$ м, $T_0=273$ К, $P_0=1$ атм, $H=6,5$, $1/\gamma M^2=3200$, $k=10^{-4}$, $\theta_0=0,1$, $R=2,0$. При указанном выборе параметров атмосфера является практически изотермической, а давление и плотность на высоте $z=30$ отличаются от своих значений на нулевом уровне менее чем на 2%.

Расчет проводился в области 15×30 на сетке 40×50 . Число Rg полагалось равным единице, а значение числа Re выбиралось из условия $Ra=520$. При таких параметрах расчеты, проведенные в [3] по уравнениям в приближении Буссинеска, дали величину $\xi_k=4,35$. Расчеты, выполненные в данной работе для модели сжимаемой среды, показали, что на автомоделном участке движения координата верхней кромки имеет близкое значение $\xi_k=4,10$ (разница составляет $\sim 6\%$), т. е. для условий, обеспечивающих малое влияние сжимаемости, полученные результаты согласуются с результатами работы [3].

Авторы благодарны Ю. А. Гостинцеву и Х. С. Кестенбойму за ценные обсуждения ряда вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lilly D. K. On the numerical simulation of buoyant convection // *Tellus*. 1962. V. 14. № 2. P. 148–172.
2. Капланский Ф. Б. Численное решение задачи о конвективных и динамических кольцах и парах // *Процессы рассеивания вредных примесей в приземном слое атмосферы*. Таллин, 1976. С. 124–140.
3. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В., Шацких Ю. В. Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере: Препринт. Черноголовка: ИХФ АН СССР, 1987. 46 с.
4. Гостинцев Ю. А., Матвеев Ю. С., Небогатов В. Е., Солодовник А. Ф. К вопросу о физическом моделировании турбулентных термиков // *ПМТФ*. 1986. № 6. С. 141–153.
5. Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С., Чудов Л. А. Движение газа, вызванное точечным взрывом в неоднородной атмосфере // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1981. № 6. С. 144–151.

6. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный расчет газодинамических процессов, сопровождающих горение конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16. № 4. С. 30–37.
7. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. Движение облака нагретых частиц над горизонтальной поверхностью в поле внешней силы // ПИМТФ. 1983. № 5. С. 115–121.
8. Гостинцев Ю. А., Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. Вынос аэрозольных частиц в стратосферу горячим термиком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 6. С. 146–152.
9. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Якуш С. Е. Турбулентный осесимметричный термик в неоднородной сжимаемой атмосфере. Численное исследование: Препринт № 303. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1987. 67 с.
10. Коган Е. Л., Мазин И. Б., Сергеев Б. Н., Хворостьянов В. И. Численное моделирование облаков. М.: Гидрометеиздат, 1984. 185 с.
11. Гостинцев Ю. А., Лазарев В. В., Солодовник А. Ф., Шацких Ю. В. Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 141–153.

Москва

Поступила в редакцию
30.XI.1987