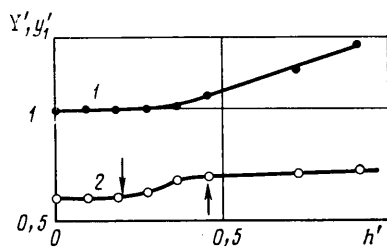


слой воздействует на внешнее течение так же, как утолщение тела — на величину толщины вытеснения пограничного слоя). Вплоть до $h' = 0,2$ на пластине при $x = 250$ мм сохраняется ламинарный пограничный слой, при $0,2 < h' < 0,5$ на модели — переходной пограничный слой (начало перехода обозначено стрелкой, направленной вниз, конец перехода — стрелкой, направленной вверх), а при $h' \geq 0,5$ (и по крайней мере до $h' = 0,91$) — турбулентный пограничный слой. Этот вывод полностью согласуется с пневмометрическими данными (фиг. 1, кривая 1). Отклонение кривой Y' от «ламинарного» уровня $Y' = 1$ несколько запаздывает (по сравнению с кривой 2) и начинается при $h' = 0,3$. А при $h' > 0,3$ положение перехода приближается к положению турбулизатора ($x = 60$ мм), и изменение состояния пограничного слоя на участке от начала перехода до $x = 250$ мм уже существенно влияет на величину Y в сечении $x = 250$ мм. В целом результаты пневмометрических и оптических измерений хорошо коррелируют между собой.



Фиг. 5

Таким образом, в азотной трубе при больших сверхзвуковых скоростях потока проведено экспериментальное исследование по турбулизации пограничного слоя выступом. Получено, что даже высокоскоростной (очень устойчивый) пограничный слой на плоской пластине можно турбулизировать с помощью выступа. При увеличении его высоты положение перехода пограничного слоя приближается к положению турбулизатора. При дальнейшем увеличении высоты выступа (его относительная высота $h' \sim 1$ и более) происходят невязкий отрыв пограничного слоя и заметная перестройка течения.

Авторы благодарны Сафронову Ю. А. за помощь в проведении визуализации течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лысенко В. И., Маслов А. А. Переход ламинарного сверхзвукового пограничного слоя в турбулентный при охлаждении поверхности // ПМТФ. 1981. № 3. С. 30–36.
2. Fischer M. C., Wagner R. D. Transition and hot-wire measurement in hypersonic helium flow // AIAA J., 1972. V. 10. № 10. P. 1326–1332.
3. Воронцов С. С., Друкер И. Г., Жак В. Д. и др. Визуализация обтекания моделей при гиперзвуковых скоростях потока // Методы и техника аэрофизических исследований. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978. С. 74–84.

Новосибирск

Поступила в редакцию
28.IX.1987

УДК 532.528

ТОНКИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КАВЕРНЫ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

ВАСИН А. Д.

Тонкие осесимметричные каверны в дозвуковом потоке сжимаемой жидкости исследованы в [1–4]. В [5] методом конечных разностей вычислен коэффициент лобового сопротивления кругового конуса и определена форма каверны вблизи него для до-, транс- и сверхзвукового потоков воды, однако вся форма каверны в сверхзвуковом случае обтекания не определена. В данной работе на основании теории тонкого тела получено интегродифференциальное уравнение для профиля каверны в сверхзвуковом потоке. Найдена зависимость удлинения каверны от числа кавитации и числа Маха.

Рассмотрим обтекание тонкого осесимметричного тела со свободной границей сверхзвуковым потоком, когда применимо линеаризованное уравнение течения в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - (M^2 - 1) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad \varphi = \frac{\Phi^*}{V_\infty L}, \quad M = \frac{V_\infty}{a_\infty} > 1 \quad (1)$$

где Φ^* — потенциал возмущенных скоростей, V_∞ — скорость набегающего потока, L — полная длина системы тело — каверна, a_∞ — скорость звука в невозмущенной

жидкости, x и r — безразмерные координаты, отнесенные к длине L , начало системы координат находится в носике тела.

При обтекании тонких осесимметричных тел потенциал возмущенных скоростей находится методом источников и стоков, распределенных на оси симметрии. Для сверхзвукового обтекания возмущенный потенциал, удовлетворяющий (1), можно записать в виде интеграла [6]

$$\varphi = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{x-\sqrt{M^2-1}r} \frac{q(x_1) dx_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 - (M^2-1)r^2}} \quad (2)$$

где $q(x_1)$ — интенсивность источников и стоков на оси симметрии. Вблизи поверхности тела и каверны потенциал (2), удовлетворяющий кинематическому граничному условию, имеет следующее асимптотическое представление [7]:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} S'(x) \ln \frac{(M^2-1)r^2}{4x^2} - \frac{1}{2\pi} \int_0^x \frac{S'(x_1) - S'(x)}{x-x_1} dx_1 \quad (3)$$

где $S'(x)$ — производная по x от безразмерной площади поперечного сечения.

На поверхности каверны потенциал должен удовлетворять динамическому граничному условию постоянства давления

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 \right] + \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \int_{p_\infty}^{p_k} \frac{dp}{\rho} = 0$$

$$p = \frac{p^*}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad p_\infty = \frac{p_\infty^*}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad p_k = \frac{p_k^*}{\rho_\infty V_\infty^2}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty}$$

где p^* , ρ^* — давление и плотность на линии тока, p_∞^* , ρ_∞ — давление и плотность в невозмущенном потоке, p_k^* — давление на границе каверны. При давлениях, не превышающих величины $\sim 3 \cdot 10^9$ Па, статическая и динамическая адиабаты воды практически совпадают и выражаются уравнением Тэта [8]

$$p = p_\infty + \frac{1}{7,15M^2} (\rho^{7,15} - 1)$$

Динамическое граничное условие с точностью до $\epsilon^4 \ln^2 \epsilon$ (где ϵ — малая величина, равная отношению максимального радиуса каверны к полной длине) может быть записано как [4]

$$2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 = \sigma, \quad \sigma = \frac{2(p_\infty^* - p_k^*)}{\rho_\infty V_\infty^2} \quad (4)$$

Поместим начало цилиндрической системы координат на оси каверны в середине ее длины, геометрические размеры отнесем к полудлине каверны L_k . При малых числах кавитации пренебрежем размерами кавитатора по сравнению с размерами каверны. Подставляя выражение для потенциала (3) в динамическое граничное условие (4), получим интегродифференциальное уравнение для профиля каверны в сверхзвуковом потоке

$$\frac{(u')^2}{2u} + u'' \ln \frac{(M^2-1)u}{4(x+1)^2} - 2 \int_{-1}^x \frac{u''(x_1) - u''(x)}{x-x_1} dx_1 - \frac{2u'(-1)}{x+1} = 2\sigma, \quad u=R^2 \quad (5)$$

где R — безразмерный радиус каверны. Уравнение (5) при пренебрежении размерами кавитатора должно удовлетворять граничному условию $R(\pm 1) = 0$. Для несжимаемой жидкости аналогичное уравнение получено в [9]. Решение (5) ищем в виде разложения в асимптотические ряды по функциям от малого параметра ϵ_1 ($\epsilon_1 = R_k/L_k = 1/\lambda$, где R_k — радиус каверны в середине ее длины). Для квадрата радиуса каверны и числа кавитации ряды имеют вид

$$R^2(x) = \epsilon_1^2 \left[R_0^2(x) + R_{-1}^2(x) \left(\ln \frac{1}{\epsilon_1^2} \right)^{-1} + R_{-2}^2(x) \left(\ln \frac{1}{\epsilon_1^2} \right)^{-2} + \dots \right]$$

$$\sigma = \epsilon_1^2 \left[\sigma_1 \left(\ln \frac{1}{\epsilon_1^2} \right) + \sigma_0 + \sigma_{-1} \left(\ln \frac{1}{\epsilon_1^2} \right)^{-1} + \dots \right] \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5) и сохраняя два члена, получим выражение для профиля каверны и зависимость σ от λ и M

$$R^2 = \varepsilon_1^2 \left\{ (1-x^2) + \frac{x^2 \ln 4 + \ln [(1+x)^{(x^2-x-2)}(1-x)^{(x-x^2)}]}{2 \ln \lambda} \right\} \quad (7)$$

$$\sigma = \frac{2}{\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\sqrt{e} \sqrt{M^2 - 1}}$$

Сравнение (7) с аналогичными зависимостями, полученными в [4], показывает, что первым приближением для формы каверны (как и в несжимаемой жидкости) является эллипсоид вращения. Числитель второго члена асимптотического ряда в (7) можно записать в виде суммы функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$

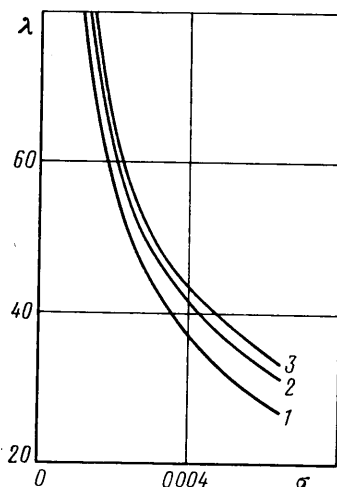
$$f_1(x) = x^2 \ln 4 - \ln [(1+x)^{(1+x)}(1-x)^{(1-x)}],$$

$$f_2(x) = \ln [(1+x)^{(x^2-1)}(1-x)^{(1-x^2)}]$$

Функции $f_1(x)$ соответствует второе приближение для формы каверны в дозвуковом потоке [4]. В случае сверхзвукового обтекания к четной функции $f_1(x)$ добавляется нечетная функция $f_2(x)$ и каверна становится несимметричной относительно середины ее длины. Несимметрия каверны объясняется тем, что при сверхзвуковом обтекании влияние источников и стоков распространяется только вниз по потоку. Выражение для $f_2(x)$ показывает, что при $x < 0$ $f_2(x) > 0$, при $x > 0$ $f_2(x) < 0$, т. е. каверна в передней части имеет более утолщенную форму и миделево сечение смещено вперед.

Влияние числа Маха на миделево сечение каверны при до- и сверхзвуковом обтекании проявляется через коэффициент кавитационного сопротивления кавитатора. Для определения радиуса миделя каверны R_m можно пользоваться выражением [3, 10] $R_m = R^* \sqrt{C_x/\sigma}$, где C_x — коэффициент сопротивления кавитатора, зависящий от числа Маха, R^* — радиус кавитатора.

Удлинение каверны зависит в общем случае от числа кавитации и числа Маха. На фигуре показана зависимость $\lambda(\sigma)$ при $M=2$ — линия 1, там же нанесены зависимости из [4]: $M=0$ — линия 2, $M=0,6$ — линия 3. По мере уменьшения числа кавитации влияние сжимаемости на удлинение каверны становится незначительным.



ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Полутело конечного сопротивления в дозвуковом потоке // Тр. ЦАГИ, 1947. Вып. 653. 12 с.
2. Якимов Ю. Л. Асимптотические законы вырождения формы тонких каверн. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 3. С. 3–10.
3. Якимов Ю. Л. Тонкая кавитационная каверна в сжимаемой жидкости // Проблемы современной механики. М.: Изд-во МГУ, 1983. Ч. 1. С. 66–73.
4. Васин А. Д. Тонкие осесимметричные каверны в дозвуковом потоке сжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 5. С. 174–177.
5. Альев Г. А. Отрывное обтекание кругового конуса трансзвуковым потоком воды // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 152–154.
6. Липман Г. В., Рошко А. Элементы газовой динамики. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 518 с.
7. Эшли Х., Лэндал М. Аэродинамика крыльев и корпусов летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1969. 318 с.
8. Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967. 387 с.
9. Логвинович Г. В., Серебряков В. В. О методах расчета формы тонких осесимметричных каверн // Гидромеханика. Киев: Наук. думка, 1975. Вып. 32. С. 47–54.
10. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 215 с.

Москва

Поступила в редакцию
5.VI.1987