

УДК 532.517.4

**ЛОКАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СВОБОДНЫХ  
ТЕЧЕНИЯХ С СИЛЬНОЙ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬЮ**

**КУЗНЕЦОВ В. Р., ПРАСКОВСКИЙ А. А., САБЕЛЬНИКОВ В. А.**

Приведены результаты экспериментальной проверки теории локально-однородной турбулентности в слое смешения, пограничном слое, плоском и осесимметричном следе, а также в трехмерном следе за цилиндром конечной длины. Поскольку характерные размеры большинства исследованных течений были весьма велики (интегральные масштабы турбулентности доходили до 1 м), то при очень больших числах Рейнольдса была достигнута высокая разрешающая способность аппаратуры. Измерения показали, что величины  $C$  и  $\mu$ , характеризующие инерционный интервал спектра турбулентности, не являются универсальными постоянными, как это считалось ранее, и в рассматриваемых течениях независимо от их типа однозначно определяются коэффициентом перемежаемости.

1. Необходимость экспериментальной проверки гипотез [1–5] об универсальности мелкомасштабной структуры турбулентности возникла в связи с появлением теоретических и экспериментальных данных [6, 7], свидетельствующих о наличии заметных отклонений от универсальных зависимостей [1–5]. Это имеет принципиальное значение, так как мелкомасштабные флуктуации скорости определяют диссипацию энергии и тем самым существенно влияют на динамику турбулентного течения в целом.

Чтобы конкретизировать решаемые задачи, напомним, что теория [1–5] основана на предположении о каскадном характере передачи энергии от крупномасштабных флуктуаций к мелкомасштабным. При больших числах Рейнольдса  $Re$  отсюда вытекает, что мелкомасштабная структура турбулентности локально-однородна и изотропна. В частности, разность скоростей в двух точках  $\mathbf{v} = \mathbf{u}(\mathbf{x}^{(2)}) - \mathbf{u}(\mathbf{x}^{(1)})$  есть статистически изотропный вектор, компоненты которого — стационарные случайные функции переменной  $\mathbf{r} = \mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^{(1)}$ , где  $Re \gg 1$ ,  $r = |\mathbf{r}| \ll L$ ,  $L$  — интегральный масштаб турбулентности. Предполагается также, что статистические характеристики флуктуаций с масштабом  $r$  не зависят от кинематической вязкости  $\nu$ , если  $r \gg \eta$ , где  $\varepsilon$  — диссипация энергии,  $\eta = \nu^{3/4} \langle \varepsilon \rangle^{-1/4}$  — колмогоровский масштаб.

Первоначальный вариант теории исходил из гипотезы о том, что мелкомасштабная структура турбулентности определяется только одной характеристикой крупномасштабных флуктуаций, а именно средним потоком энергии от крупномасштабных флуктуаций к мелкомасштабным. В равновесных условиях этот поток равен средней диссипации энергии  $\langle \varepsilon \rangle$ . Поэтому в инерционном интервале, т. е. при  $L \gg r \gg \eta$  из соображений размерности вытекает, что

$$\langle v^n \rangle = \text{const} (\langle \varepsilon \rangle r)^{n/3} \quad (1.1)$$

Частным случаем соотношения (1.1) является хорошо известный закон «двух третей»

$$D_{LL} = \langle v_L^2 \rangle = C (\langle \varepsilon \rangle r)^{2/3}, \quad v_L = \mathbf{v} \mathbf{r} / r \quad (1.2)$$

где  $C$  — универсальная постоянная.

В последующее время был сформулирован ряд уточнений [3–5, 7, 8], в которых с целью учета флуктуаций диссипации энергии влияние круп-

номасштабных пульсаций на мелкомасштабные описывалось не одним параметром, а двумя, например  $\langle \varepsilon \rangle$  и  $L$ . В рамках этих уточнений получены следующие соотношения:

$$\langle v^n \rangle = \text{const} (\langle \varepsilon \rangle L)^{n/3} (r/L)^{q(n)} \quad (1.3)$$

$$R_{\varepsilon\varepsilon} = \langle \varepsilon(x) \varepsilon(x+r) \rangle = C_\varepsilon \langle \varepsilon \rangle^2 (r/L)^{-\mu}$$

где  $C_\varepsilon$ ,  $\mu$  — универсальные постоянные,  $q$  — универсальная функция  $n$ . Было также установлено, что поправка к формуле (1.2) не существенна, так как разность  $q(2) - 2/3$  мала.

Эксперименты подтверждают справедливость второй формулы в (1.3) (см., например, обзор, приведенный в [7]). Вместе с тем при внимательном анализе литературы обнаруживаются заметные различия между результатами измерения постоянных  $C$  и  $\mu$ , полученными в отдельных работах ( $C=1,5 \div 2,7$ ;  $\mu=0,2 \div 0,5$ ), что видно из обзоров литературы [7, 9]. Заметим также, что до сих пор не получены достаточно удовлетворительные подтверждения гипотезы о локальной изотропии турбулентности, что видно, например, из недавно проведенных опытов [10, 11].

Таким образом, возникает вопрос о том, насколько универсальны постоянные, входящие в (1.2), (1.3). Постановка такого вопроса обусловлена также и теоретическими исследованиями [7], в которых из анализа уравнений движения установлено, что если  $q$  — линейная функция  $n$  и  $dq/dn < 1$ , то прямое взаимодействие между флуктуациями с сильно различными масштабами не существенно. Во всех остальных случаях, помимо каскадного переноса энергии по спектру, существует и прямое взаимодействие между флуктуациями с сильно различающимися масштабами, что может обуславливать неуниверсальность постоянных.

Анализируемый вопрос имеет важное значение, например, при разработке подсеточных моделей турбулентности, с которыми сейчас связаны наибольшие надежды на создание методов расчета развитых турбулентных течений. В таких моделях детерминированным образом рассматривается поле скорости  $u^\circ$ , осредненное по областям с малым характерным размером  $\Delta \ll L$ . Предполагается, что оно описывается уравнением, которое отличается от уравнения Навье — Стокса лишь тем, что  $\nu$  заменяется турбулентной вязкостью вихрей с характерным размером  $\Delta$ . Один из простейших вариантов такого подхода приводит к следующему выражению для турбулентной вязкости:  $\nu_i = A \Delta^2 \sqrt{(\partial u_i^{(0)}/\partial x_i)^2}$ , где  $A$  — универсальная постоянная. С другой стороны, можно дать оценку  $\nu_i \sim \sqrt{D_{LL}(\Delta)} \Delta$ , на основе которой естественно предположить, что  $A \sim \sqrt{C}$ . Поэтому неуниверсальность постоянной  $C$  требует пересмотра основ подсеточного моделирования. Основания для такого пересмотра действительно существуют в виду того, что, как установлено в [12], наилучшее согласие между расчетами и экспериментами достигается, если постоянная  $A$  варьируется в зависимости от течения.

Изложенные соображения определили цель данной работы, которая состояла в систематическом измерении постоянных  $C$ ,  $C_\varepsilon$ ,  $\mu$  в течениях разного типа. Особое внимание было уделено тем областям течений, где существенно перемежаемость. Такой подход основывался на результатах [7], где указывалось, что возможная неуниверсальность мелкомасштабной структуры турбулентности в первую очередь связана с внешней перемежаемостью, наблюдаемой на краях течений струйного или следового типа.

2. Универсальность мелкомасштабной структуры турбулентности может наблюдаться только при  $Re \gg 1$ . Так как в этом случае масштаб диссипирующих энергию движений мал, то необходимо удовлетворить двум противоречивым требованиям: обеспечить большие числа  $Re$  и добиться высокой локальности измерений. Поскольку  $\langle \varepsilon \rangle \sim u_0^3/L$ , то  $\eta \sim u_0^{-3/4} L^{1/4}$ .

Тогда из соотношений  $Re \sim u_0 L$ ,  $\eta \sim u_0^{-3/4} L^{1/4}$  вытекает, что оба условия выполняются, если характерная скорость  $u_0$  мала, а масштаб  $L$  велик.

На первый взгляд идеальным объектом исследования являются течения в атмосфере или океане. Однако в таких течениях невозможно контролировать внешние условия и, самое главное, нельзя менять коэффициент перемежаемости. Поэтому исследовались различные течения в аэродинамических трубах большого размера. Первая имела эллиптическое сопло  $24 \times 14$  м<sup>2</sup> и длину рабочей части 24 м. Интенсивность турбулентности набегающего потока равнялась 0,6–0,8%. Вторая имела закрытую рабочую часть квадратного сечения  $1 \times 1$  м<sup>2</sup>, а ее длина составляла 4 м. Интенсивность турбулентности набегающего потока составляла 0,02–0,04%.

В первой трубе исследовались три течения. Течение 1 – осесимметричный след за цилиндром диаметром  $d=0,975$  м и длиной 10 м. Оси цилиндра и трубы совпадали. Скорость набегающего потока  $u_0=10,3$  м/с,  $Re = u_0 d / \nu = 6,7 \cdot 10^5$ . Измерения проводились на расстоянии  $x/d=16,8$  от торца цилиндра. Течение 2 получалось при обтекании того же цилиндра перпендикулярно его образующей. Цилиндр устанавливался симметрично вдоль большой оси сечения сопла. Измерения проводились поперек этой оси в сечении, находящемся на расстоянии  $x/d=19,7$  от цилиндра. След являлся трехмерным, так как между стенками трубы и торцами цилиндра существовали зазоры. Эффекты, обусловленные трехмерным характером течения, не контролировались. В этом случае  $u_0=9,89$  м/с,  $Re = 6,4 \cdot 10^5$ . Течение 3 – слой смещения струи, вытекавшей из сопла аэродинамической трубы со скоростью  $u_0=10,9$  м/с в неподвижный воздух. Здесь  $Re = u_0 x / \nu = 1,5 \cdot 10^7$ ,  $x=20$  м – расстояние от среза сопла до сечения, в котором проводились измерения.

Два других течения исследовались во второй аэродинамической трубе. Течение 4 – плоский след за круглым цилиндром диаметром  $d=5$  см, который обтекался со скоростью  $u_0=8,12$  м/с. Измерения проводились в сечении  $x/d=58,6$ , число Рейнольдса  $Re = u_0 d / \nu$  составляло  $2,7 \cdot 10^4$ . Течение 5 – пограничный слой на стенках рабочей части трубы. Измерения проводились на расстоянии 2,99 м от среза сопла при скорости  $u_0=8,13$  м/с. Число Рейнольдса  $Re = u_0 \delta / \nu$  составляло  $2,1 \cdot 10^4$ , где  $\delta=3,82$  см – толщина пограничного слоя.

Главная информация получена при исследовании течений 1–3, в которых числа  $Re$  велики, а интегральные масштабы турбулентности на порядок больше, чем в любом другом опыте, известном авторам. В течениях 4 и 5 числа  $Re$  меньше. Поэтому сопоставление результатов, полученных в обеих группах течений, позволяет контролировать влияние вязкости.

Течение	$L$ , м	$Re_d$	$\gamma$	$\frac{\sigma}{\langle u \rangle} \cdot 10^2$	$\frac{l}{\eta}$
1	0,44–0,49	380–1080	0,21–0,54	3,5–8,8	0,8–1,0
2	0,56–0,68	340–520	0,21–0,63	3,6–6,9	0,8–1,1
3	1,0–1,2	1040–1420	0,33–0,52	7,0–11,0	1,0–1,3
4	0,1–0,13	160–200	0,7–1,0	5,1–6,9	1,4–1,6
5	0,1–0,28	70–140	0,1–1,0	2,2–11,4	0,9–2,5

3. Использовался термоанемометр постоянной температуры 55A01 фирмы DISA. Чувствительным элементом служила нить из платинированного вольфрама диаметром 2,2 мкм, приваренная к датчику 55A22 той же фирмы. Основные измерения проводились с помощью нити длиной  $l=0,33$  мм при относительном перегреве 1,8. В методических целях использовались также нити длиной 1 и 3 мм.

Скорость измерялась одноточечным датчиком. Использовалась гипотеза Тэйлора, т. е. считалось, что зависимость регистрируемой в опытах продольной компоненты скорости  $u$  от времени  $t$  и продольной координаты  $x$  описывается формулой  $u = u(x - \langle u \rangle t)$ . Выбор такой методики обусловлен тем, что как видно из (1.2), решение поставленной задачи связано с измерением малой разности больших величин,

т. е.  $D_{LL} \ll \sigma^2 = \langle (u - \langle u \rangle)^2 \rangle$ . Поэтому есть два источника погрешностей. Первый возникает при регистрации сигнала от двух или более нитей, расположенных в разных точках. Он связан с неточностями измерений тарировочных кривых отдельных нитей. Так как этот источник неточностей трудно устранить, то использовался однопиточный датчик. Такая методика, вообще говоря, не позволяет ликвидировать второй источник погрешностей, обусловленный нелинейным характером тарировочной кривой. Коррекция нелинейностей не увеличивает точности, так как сигнал термоанемометра — функция величины  $\langle (u) + \delta u \rangle^2 + w^2$ , где  $\delta u = u - \langle u \rangle$ , а  $w$  — одна из поперечных компонент скорости. Поэтому коррекция нелинейности не исключает квадратичные по скорости слагаемые, а при высокой интенсивности турбулентности приходится измерять величину  $w$ , что связано с использованием многониточного датчика и снова приводит к необходимости измерения малой разности больших величин. Следовательно, единственный путь повышения точности связан с проведением опытов в потоках с низкой интенсивностью турбулентности. При этом одновременно ликвидируются и погрешности, обусловленные неточностью гипотезы Тэйлора, которые пропорциональны  $(\sigma/\langle u \rangle)^2$ .

Ввиду сказанного измерения проводились при  $|u_0 - \langle u \rangle|/u_0 < 0,13$ ,  $\sigma(u)^{-1} < 0,11$ . Эти условия выполнялись во всех точках течений 1, 2, 4. Чтобы удовлетворить этим условиям в остальных случаях, в течении 3 (слой смешения) исключена область, примыкающая к неподвижной среде, а в течении 5 (пограничный слой) исключена пристеночная область.

Выходной сигнал термоанемометра записывался на измерительный магнитограф МР5322 в режиме частотной модуляции при скорости ленты 38,1 см/с, что обеспечивало частотный диапазон до 12 кГц. Записанные реализации процесса пропускались через фильтр низких частот ВВФ17J с верхней граничной частотой 6,4 кГц и круговой характеристикой 48 дБ/октаву и через аналого-цифровой преобразователь СТ-135 (12 разрядов + знак) вводились в ЭВМ с частотой опроса 32 кГц. Такая процедура использовалась для уменьшения шума сигнала. Отношение среднеквадратичного уровня сигнала к уровню шума на входе в аналого-цифровой преобразователь составляло 80–250, соответствующее отношение для производных — 5–15. Статистические характеристики вычислялись с помощью ЭВМ по выборке, состоящей из  $1,7 \cdot 10^6$  отсчетов, которые соответствовали реализации продолжительностью 53,25 с.

4. В соответствии с гипотезой Тэйлора предполагалось, что

$$r = x^{(2)} - x^{(1)} = \langle u \rangle (t^{(2)} - t^{(1)}), \quad \partial u / \partial x = -\langle u \rangle^{-1} \partial u / \partial t$$

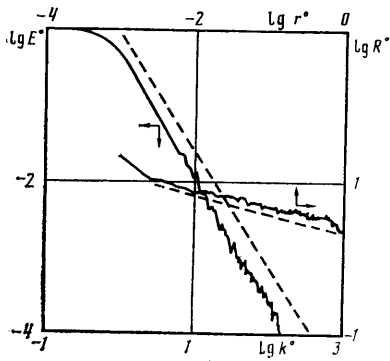
Диссипация рассчитывалась в предположении о локальной изотропии турбулентности, т. е. использовалась известная формула  $\langle \epsilon \rangle = 15\nu \langle (\partial u / \partial x)^2 \rangle$ . При отыскании  $C_\epsilon$  считалось, что эта же формула справедлива и для неосредненных значений  $\epsilon$  и  $\partial u / \partial x$ . Такое предположение не меняло характер зависимости  $C_\epsilon$  от различных параметров. Как показывают измерения [11], а также приведенный там обзор других экспериментальных данных, предположение о локальной изотропии не выполняется в свободных сдвиговых течениях. При этом количественное отличие от локальной изотропии не зависит от числа Re. В [11] установлено, что в центральной части следа, где перемежаемость незначительна, использование предположения о локальной изотропии занижает диссипацию на 45%, а на краю следа, где перемежаемость существенна — на 80%. Поэтому, если для оценки  $\langle \epsilon \rangle$  использовать результаты [11], т. е. учесть отклонения от изотропии, то как видно из (1.2), изменчивость значений  $C$  при вариации коэффициента перемежаемости только увеличится. Поэтому сделанный вывод о неуниверсальности постоянной  $C$  станет еще более убедительным.

Интегральный масштаб турбулентности находился по формуле

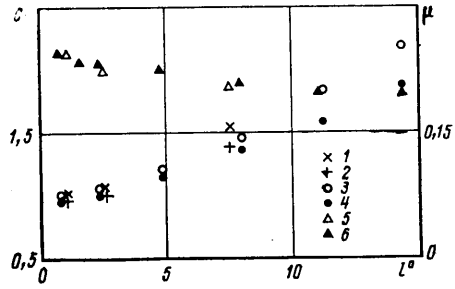
$$L = \langle u \rangle \sigma^{-2} \int_0^\infty \langle [u(t+\tau) - \langle u \rangle][u(t) - \langle u \rangle] \rangle d\tau$$

а тэйлоровский микромасштаб — из соотношения  $\lambda^2 = \sigma^2 / \langle (\partial u / \partial x)^2 \rangle$ . Последний масштаб входит в число  $Re_\lambda = \sigma \lambda / \nu$ , традиционно используемое в исследованиях мелкомасштабной структуры турбулентности.

Постоянная  $C$  определялась по результатам измерений как структурной функции  $D_{LL}$ , так и продольных спектров  $E_1(k)$ , где  $k$  — волновое число. Оба способа измерений давали практически одинаковые результаты.



Фиг. 1



Фиг. 2

При ожидаемых значениях  $\mu$  (0,2–0,5) поправки к закону «двух третей» ничтожно малы. Поэтому в инерционном интервале использовалась формула [5]

$$E_1 = \frac{C}{4,02} \langle \varepsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3}$$

Установлено, что она справедлива при изменении  $k$  на два порядка в течениях 1–3 и на порядок в течениях 4 и 5. В качестве иллюстрации на фиг. 1 приведен спектр в одной из точек течения 3 (слоя смешения). По осям координат отложены величины  $E^\circ = E_1(k)/E_1(0)$  и  $k^\circ = kL$ . В этой точке  $\eta = 0,25$  мм,  $L = 1,15$  м,  $y/x = -0,05$ ,  $\sigma/\langle u \rangle = 0,11$ ,  $Re_\lambda = 1420$ , коэффициент перемежаемости  $\gamma = 0,52$ . Поперечная координата, отсчитываемая от продолжения кромки сопла, составляет  $y = 1$  м. Сплошная линия – результаты измерений, штриховая соответствует зависимости  $E_1 \sim k^{-5/3}$ .

Постоянные  $C_\varepsilon$  и  $\mu$  определялись по результатам измерений величины  $R_{\varepsilon\varepsilon}$ . Обнаружено, что формула  $R_{\varepsilon\varepsilon} \sim r^{-\mu}$  справедлива при изменении  $r$  на два порядка в течениях 1–3 и на порядок в течениях 4 и 5. В качестве иллюстрации на фиг. 1 приведена функция  $R_{\varepsilon\varepsilon}$  в одной из точек течения 1 (осесимметричного следа). По осям координат отложены величины  $R^\circ = R_{\varepsilon\varepsilon}(r)/R_{\varepsilon\varepsilon}(0)$  и  $r^\circ = r/L$ . В этой точке  $\eta = 0,41$  мм,  $L = 45$  см,  $\sigma/\langle u \rangle = 0,035$ ,  $Re_\lambda = 376$ ,  $\gamma = 0,21$ ,  $y/d = 1,03$ . Сплошная линия – результаты измерений, штриховая соответствует зависимости  $R_{\varepsilon\varepsilon} \sim r^{-0,22}$ . В процессе измерений обнаружено, что инерционный интервал для величин  $D_{LL}$  и  $R_{\varepsilon\varepsilon}$  вырабатывается при одних и тех же значениях  $r$ .

Результаты измерений аппроксимировались формулами

$$\ln D_{LL} = a + \frac{2}{3} \ln r, \quad \ln R_{\varepsilon\varepsilon} = b - \mu \ln r$$

Постоянные  $a$ ,  $b$ ,  $\mu$  находились методом наименьших квадратов, что позволяло вычислить  $C$ ,  $C_\varepsilon$ ,  $\mu$ .

Таблица дает представление о локальности измерений в различных течениях. Видно, что  $l/\eta = 0,8–1,6$  в течениях 1–4 и  $0,9–2,5$  в течении 5, т. е.  $l/\eta$  находится либо на уровне наиболее точных из известных опытов, либо несколько превышает этот уровень (наименьшее значение  $l/\eta = 1$ , по-видимому, достигнуто в [13]). Так как  $l \sim \eta$ , то может показаться, что точность измерений недостаточно высока. Это однако не так, поскольку экспериментальные данные, обобщенные в [5], и данные, полученные авторами, показывают, что максимальное значение спектра диссипации  $k^2 E_1(k)$  достигается при  $k\eta \sim 0,1$ , т. е. максимальный вклад в диссипацию энергии дают флуктуации, масштаб которых на порядок превышает длину нити.

Влияние локальности измерений проверялось во всех течениях. В каждом течении контроль проводился в нескольких точках, в том числе и в точках с наименьшим и наибольшим значением коэффициента перемежаемости. Для этого использовались датчики с различной длиной нити  $l=0,33; 1; 3$  мм. Типичный пример проиллюстрирован на фиг. 2, где приведены результаты методических исследований в течении 1. Условия опытов указаны выше, в комментариях к фиг. 1. По оси абсцисс отложена величина  $l^0=l/\eta$ . Точки 1–4 соответствуют измерениям постоянной  $C$ , а 5, 6 – постоянной  $\mu$ . Точки 1, 2, 5 получены в опытах с переменной длиной нити термоанемометра путем измерения спектров, а точки 3, 4, 6 – путем измерения структурных функций. Кроме того, в рассматриваемом случае после ввода сигнала в ЭВМ проводилось его осреднение по варьируемому промежутку  $\tau$  и предполагалось, что  $l=\langle u \rangle \tau$ . Точки 4 и 6 получены при таком методе измерения.

Из фиг. 2 можно заключить, что, во-первых, естественное осреднение, получающееся при увеличении длины нити, в первом приближении эквивалентно искусственному осреднению с помощью ЭВМ и, во-вторых, использование нитей длиной меньше  $2,5\eta$  дает достаточную точность измерений постоянных  $C$  и  $\mu$ . Аналогичные данные получены при контроле точности измерений постоянной  $C_e$ .

Из таблицы видно также, что интенсивность турбулентности варьировалась в диапазоне 3,5–11,5%, т. е. была существенно меньше, чем в опытах [13] ( $\sigma/\langle u \rangle = 26\%$ ), в которых было достигнуто наименьшее значение  $l/\eta$ . Поэтому можно предположить, что в настоящее время точность приводимых ниже данных является наилучшей.

Специально проведенные расчеты, в которых искусственно уменьшалась длина реализации, показали, что результаты осреднения статистически устойчивы.

Наконец, остановимся на измерениях коэффициента перемежаемости. Использовалась формула  $\gamma = \langle I \rangle$ , где  $I=1$  в турбулентной жидкости,  $I=0$  в нетурбулентной. Предполагалось, что значения функции  $I$  определяются величиной  $|\partial u/\partial t|$ . Сигнал, пропорциональный  $|\partial u/\partial t|$ , сглаживался, что, как показано в [7], необходимо для корректного выделения перемежаемости. Для этого использовался фильтр, отрезающий частоты выше величины  $\langle u \rangle/16\eta$ , которая соответствовала максимальному значению спектра диссипации  $k^2 E_1(k)$ . Сходная процедура используется в ряде работ, например в [14], посвященных рассматриваемому вопросу.

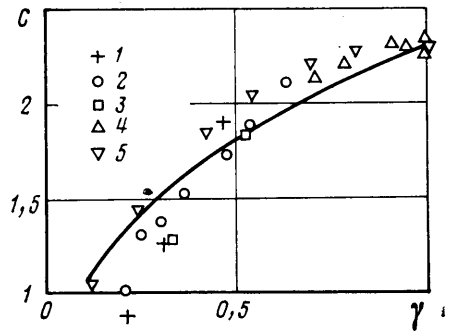
Считалось, что  $I = \theta(j - j_{cr})$ , где  $\theta=1$  при  $j > j_{cr}$ ,  $\theta=0$  при  $j < j_{cr}$ ;  $j$  – функция, которая получалась при сглаживании  $|\partial u/\partial t|$ . Выбор порогового значения  $j_{cr}$  принципиально не менял результаты из-за сильного различия градиента скорости в турбулентной и нетурбулентной жидкостях. В связи с этим предполагалось, что  $j_{cr} = \varphi \sqrt{\langle j^2 \rangle_n}$ , где индекс  $n$  соответствует осреднению по нетурбулентной жидкости. Так как  $\langle j^2 \rangle_n$  заранее неизвестно, то используемая методика является итерационной. Предполагалось, что коэффициент  $\varphi$  зависит от  $\gamma$ . Он подобран в [6] при сравнении результатов измерений данным методом с результатами двух других методов. Этот коэффициент описывался формулой вида  $\varphi = 1,2\sqrt{1-\gamma^4}$ .

Определенный таким образом коэффициент перемежаемости далее рассматривается только как параметр, упорядочивающий результаты измерений величин  $C$ ,  $C_e$  и  $\mu$ . Поэтому недостатки такого определения и погрешности измерения величины  $\gamma$  не меняют основного вывода работы о неуниверсальности этих постоянных.

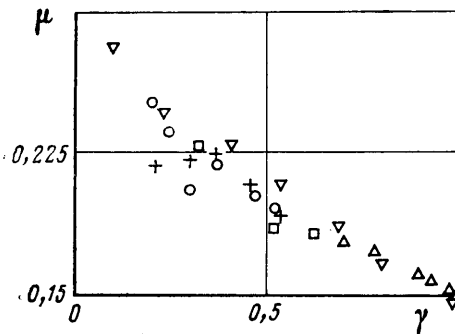
5. Основные характеристики течений приведены в таблице. В связи с тем, что в течениях 1 и 2 исследовались области, находящиеся на малом расстоянии от цилиндра, коэффициент перемежаемости в них везде меньше единицы.

Способ представления экспериментальных данных основан на теоретических соображениях [7], из которых следует, что неуниверсальность

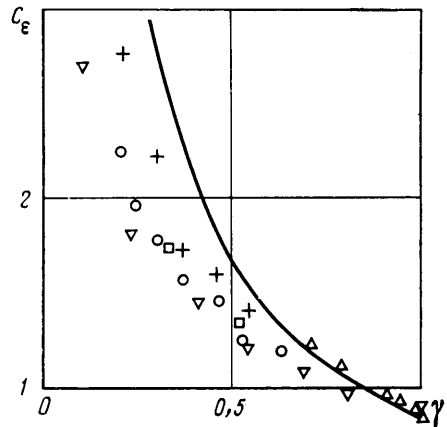
мелкомасштабной структуры обусловлена перемежаемостью. Поэтому результаты измерений связывались не с положением точки, а с коэффициентом перемежаемости. Эти результаты приведены на фиг. 3–5, где точки 1–5 соответствуют номерам течений. Видно, что величины  $C$ ,  $C_\varepsilon$  и  $\mu$  меняются примерно в 2 раза, т. е. не являются универсальными постоянными. Влияние числа  $Re_\lambda$ , которое менялось более чем на порядок, не обнаруживается, так как все данные обобщаются путем введения лишь одного параметра  $\gamma$ . Результаты измерений  $C$  и  $\mu$  находятся в



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

том же диапазоне значений, что и данные проведенных до сих пор единичных измерений. Результаты измерений величины  $C_\varepsilon$  авторам не известны.

Поскольку результаты измерений в разных течениях одинаково зависят от  $\gamma$ , то разброс полученных ранее данных, который отмечался в разд. 1, не связан с экспериментальными погрешностями, а носит объективный характер.

Заметим, что неуниверсальность постоянных  $C$ ,  $C_\varepsilon$  и  $\mu$  связана с тем, что теория [1–5] неприменима вне турбулентной жидкости. Поэтому полезно проанализировать результаты измерений, предполагая, что структура мелкомасштабных пульсаций внутри турбулентной жидкости универсальна. Тогда в (1.2), (1.3) символ безусловного осреднения  $\langle \rangle$  следует заменить символом условного осреднения по турбулентной жидкости  $\langle \rangle_t$ . Например

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle_t = C^\circ \langle \varepsilon \rangle_t r^{2/3}, \quad \langle \varepsilon(x+r) \varepsilon(x) \rangle_t = C_\varepsilon^\circ \langle \varepsilon \rangle_t^2 (r/L)^{-h} \quad (5.1)$$

где  $C^\circ$ ,  $C_\varepsilon^\circ$ ,  $h$  — универсальные постоянные. Учитывая, что при  $r/L \ll 1$

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle = \gamma \langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle_t$$

а также, что  $\varepsilon=0$  в нетурбулентной жидкости и  $\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon \rangle_t \gamma$ , получим  $C \sim \gamma^{2/3}$ ,  $C_\varepsilon \sim 1/\gamma$ ,  $h = \mu$ .

Кривые  $C \sim \gamma^h$ ,  $C_e \sim 1/\gamma$  изображены на фиг. 3 и 5 сплошными линиями. Из фиг. 3 видно, что постоянная  $C^\circ$  в первом приближении универсальна, так как отклонения точек от сплошной кривой малы. Структура поля диссипации в турбулентной жидкости не универсальна, поскольку  $\mu$  зависит от  $\gamma$  и наблюдаются заметные отклонения точек от сплошной кривой, т. е.  $C_e^\circ \neq \text{const}$ .

Так как  $C$ ,  $C_e$ ,  $\mu$  одинаково зависят от  $\gamma$  в разных течениях, то может показаться, что получено законченное обобщение теории [1–5] на случай течений с сильной перемежаемостью. По двум причинам такое заключение может оказаться преждевременным. Во-первых, на результатах измерений могут сказываться дефекты определения коэффициента перемежаемости. Трудности измерения этой величины носят принципиальный характер и, как показано в [7], обусловлены необходимостью разделения внутренней и внешней перемежаемости. Эти трудности до конца не преодолены, и поэтому полученные результаты носят предварительный характер. Во-вторых, возможное объяснение полученной в опытах корреляции между  $\gamma$  и постоянными  $C$ ,  $C_e$ ,  $\mu$  может заключаться в том, что в исследованных течениях имеется определенная универсальность в структуре крупномасштабных движений, которая не имеет отношения к универсальности мелкомасштабных флуктуаций.

Для пояснения рассмотрим мысленный эксперимент в следе за плоским цилиндром, который перемещается нормально его плоскости симметрии. Пусть смещение цилиндра  $y_0(t)$  — стационарная случайная функция времени, интегральный масштаб времени этой функции  $T_0$  много больше интегрального масштаба времени в следе за неподвижным цилиндром  $T$  и  $y_0$  — ограниченная функция. Эти условия подобраны так, чтобы перемещения цилиндра не влияли на динамику течения в следе, а крупномасштабная часть спектра пульсаций имела существенно неравновесный характер.

Осреднение проведем в два этапа. На первом — все результаты осредним по времени  $t$  такому, что  $T_0 \gg t \gg T$ . Тогда получим те же зависимости, что и в следе за неподвижным цилиндром. Например, зависимость  $\mu(\gamma)$  будет даваться графиком на фиг. 4, а  $\gamma$  будет иметь вид  $\gamma = \gamma_0(y + y_0)$  ( $\gamma_0$  — распределение коэффициента перемежаемости в следе за неподвижным цилиндром). На втором этапе осредним по времени, намного большему  $T_0$ , что эквивалентно осреднению по плотности вероятностей перемещения цилиндра  $P(y_0)$ . Например

$$R_{ee} \sim \int r^{-\mu} P(y_0) dy_0, \quad \gamma = \int_0^\infty \gamma(y + y_0) P(y_0) dy_0 \quad (5.2)$$

Так как  $y_0$  ограничено, то  $\gamma_m > 0$ , где  $\gamma_m$  — минимально возможное значение функции  $\gamma_0$  при  $y = \text{const}$ . Поскольку  $\mu$  — убывающая функция  $\gamma$ , то при  $r \rightarrow 0$  основной вклад в первый интеграл в (5.2) дают такие перемещения цилиндра, которые соответствуют минимально возможным  $\gamma_0$ . Поэтому при  $r \rightarrow 0$  из (5.2) получим  $R_{ee} \sim r^{-a}$ ,  $a = \mu(\gamma_m)$ . При этом связь между  $\gamma_m$  и средним значением  $\gamma$ , определяемым второй формулой (5.2), может быть произвольной. Следовательно, приведенные на фиг. 3–5 данные могут свидетельствовать о некоторой универсальности крупномасштабной структуры турбулентности в исследованных течениях. В других течениях и при других условиях такая универсальность может отсутствовать.

В заключение напомним, что теория [1–5] является асимптотической ( $Re \rightarrow \infty$ ,  $r/L \rightarrow 0$ ), а статистика мелкомасштабных пульсаций определяется не только структурной функцией  $D_{LL}$ , но и всей совокупностью величин вида  $\langle v^n \rangle$ ,  $\langle \varepsilon(x) \varepsilon(x+r) \rangle, \dots$ . Поэтому неуниверсальность постоянной  $\mu$  означает, что либо теория [1–5] не дает асимптотически точные формулы и является лишь удачной аппроксимацией, либо число Рейнольдса в проведенных опытах было недостаточно велико. Как уже указывалось, опыты



проводились при весьма высоких числах Рейнольдса ( $Re_\lambda \sim 10^3$ ) и вариация  $Re_\lambda$  на порядок с точностью до ошибок измерений не повлияла на результаты. Поэтому представляется, что теория [1–5] не является асимптотически точной, хотя и, разумеется, нельзя полностью исключить возможность того, что ее выводы окажутся справедливыми при числах Рейнольдса намного больше, чем те, при которых проводились измерения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30. № 4. С. 299–303.
2. Обухов А. М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока // Докл. АН СССР. 1941. Т. 32. № 1. С. 22–24.
3. Kolmogorov A. N. A refinement of previous hypothesis concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number // J. Fluid Mech. 1962. V. 13. No. 1. P. 82–85.
4. Obukhov A. M. Some specific features of atmospheric turbulence // J. Fluid Mech. 1962. V. 13. No. 1. P. 77–81.
5. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967. Ч. 2. 720 с.
6. Кузнецов В. Р., Прасковский А. А., Сабельников В. А. Экспериментальное исследование перемежаемости и локальной структуры турбулентного потока с поперечным сдвигом // Тр. Всесоюз. сем. по структуре газофазных пламен. Новосибирск: ИТПМ АН СССР, 1984. Ч. 2. С. 21–37.
7. Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение. М.: Наука, 1986. 286 с.
8. Новиков Е. А. Перемежаемость и масштабное подобие в структуре турбулентного потока // ПММ. 1971. Т. 35. № 2. С. 266–277.
9. Яглом А. М. Закономерности мелкомасштабной турбулентности в атмосфере и океане (к 40-летию теории локально-изотропной турбулентности) // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1981. Т. 17. № 12. С. 1235–1257.
10. Antonia R. A., Anselmetti F., Chambers A. J. Assessment of local isotropy using measurements in a turbulent plane jet // J. Fluid Mech., 1986. V. 163. P. 365–391.
11. Browne L. W. B., Antonia R. A., Shah D. A. Turbulent energy dissipation in a wake // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 307–326.
12. Ferziger J. H. Large eddy simulation: its role in turbulent research. Theor. approaches turbul. N. Y., e. a., 1985.
13. Antonia R. A., Satyaprakash B. R., Hussain A. K. M. F. Statistics of fine-scale velocity in turbulent plane and circular jets. // J. Fluid Mech. 1982. V. 119. P. 55–89.
14. Hedley I. B., Keffer J. F. Turbulent/non-turbulent decisions in an intermittent flow // J. Fluid Mech. 1974. V. 64. № 4. P. 625–644.

Москва

Поступила в редакцию  
29.IV.1987