

УДК 532.526:529.5

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ С УЧЕТОМ ПОДЪЕМНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ДИСПЕРСНУЮ ПРИМЕСЬ

НАУМОВ В. А.

Конечно-разностным методом рассчитан газодисперсный ламинарный пограничный слой на плоской полубесконечной пластине. Показано, что влиянием подъемных сил, действующих на дисперсные частицы, можно пренебречь только при малых числах Рейнольдса ($Re_d \equiv U_\infty d/\nu \ll 1$), вычисленных по скорости набегающего плоскопараллельного потока и размеру частицы. В случае $Re_d \sim 1$ в пристенной зоне вблизи передней кромки поперечная скорость дисперсной примеси направлена к пластине, что приводит к осаждению примеси.

В [1] для расчета ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине использована система уравнений, полученная методом сращиваемых асимптотических разложений для неравновесной по скоростям фаз области течения. При этом из сил, действующих на дисперсные частицы, учитывалась только сила аэродинамического сопротивления. В настоящей работе показано, что при $Re_d \sim 1$ подъемные силы, действующие на дисперсные частицы, заметно влияют на структуру ламинарного пограничного слоя.

Известно (см., например, [2]), что на дисперсную частицу может действовать подъемная сила Сэффмана, обусловленная неоднородностью поля скорости газа, обтекающего частицу, и подъемная сила Магнуса, обусловленная вращением частицы. Для вязкой несжимаемой жидкости и относительно больших сдвигов указанные силы в пограничном слое определяются как

$$F_s = 1,61 \rho^\circ \nu^{1/2} d^2 (U - U_s) \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$F_m = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho^\circ c_m [V_r \times \Omega_s], \quad V_r = V - V_s \quad (2)$$

где d — диаметр частицы; ν , ρ° — кинематический коэффициент вязкости и плотность газа; U — продольная скорость; Y — расстояние до стенки; индекс s относится к параметрам дисперсной фазы, параметры несущей фазы — без индекса; Ω_s — угловая скорость вращения частицы.

Известно [2], что формула (1) для силы Сэффмана справедлива только при $Re_p \equiv |V_r| d/\nu \ll 1$, $Re_\omega \equiv |\Omega_s| d^2/\nu \ll 1$. Следует помнить, что при возрастании Re_d относительные числа Рейнольдса обтекания частицы (по крайней мере в части области течения) возрастают и формула (1) становится непригодной. При малых Re_p , Re_ω коэффициент $c_m = 3/4$ [2].

В настоящей работе рассматривается дисперсная примесь, осаждающаяся на пластине. В этом случае угловая скорость дисперсной частицы стремится к угловой скорости окружающего ее жидкого элемента $\Omega = -1/2 \partial U / \partial Y$. Тогда при $Re_d < 10$ сила Сэффмана много больше проекции силы Магнуса на поперечную ось: $F_s \gg F_{my}$.

Учет силы Сэффмана при использовании метода сращиваемых асимптотических разложений [1] для неравновесной по скоростям фаз области течения приводит к следующей безразмерной системе уравнений пограничного слоя (полагаем $Re_d \sim 1$, $\lambda = \rho^\circ / \rho_s^\circ \sim 10^{-3}$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \eta} &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial x}(\rho_s u_s) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho_s v_s) = 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} &= -f(u - u_s) \alpha \rho_s + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial \eta} &= f(u - u_s) \end{aligned} \quad (3)$$

$$u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial \eta} = f(v - v_s) + a(u - u_s) \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^{1/2}$$

$$\eta = \frac{Y \sqrt{\text{Re}_l}}{l}, \quad \text{Re}_l = \frac{U_\infty l}{\nu}, \quad l = \frac{d^2 U_\infty}{18 \nu \lambda}$$

$$v = \frac{V \sqrt{\text{Re}_l}}{U_\infty}, \quad a = \frac{0,171 \text{Re}_d^{3/2}}{(18\lambda)^{1/4}}, \quad \alpha = \frac{\rho_s \infty}{\rho^0}$$

Здесь U_∞ — скорость газа набегающего потока, l — длина релаксации. Остальные обозначения общепринятые; f — функция, описывающая отличие силы аэродинамического сопротивления от стоксовой. В широком диапазоне Re_p для сферической частицы может быть использована аппроксимация [3]

$$f(\text{Re}_p) = 1 + 0,179 \sqrt{\text{Re}_p} + 0,013 \text{Re}_p \quad (4)$$

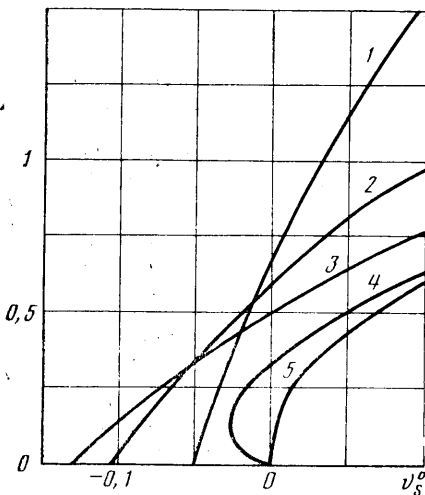
Граничные условия для системы уравнений (3) имеют вид

$$\eta = 0: u = v = 0$$

$$\eta \rightarrow \infty: u = u_s = \rho_s = 1 \quad (5)$$

В качестве начальных профилей, как и в [1], для u использовался профиль Блазиуса; для дисперсной примеси полагалось $u_s = \rho_s = 1, v_s = 0$.

Система уравнений (3) с граничными условиями (5) решалась численно конечно-разностным методом, аналогичным [1], с заменой переменных $\xi = \eta / \sqrt{x}, v^0 = v \sqrt{x}, v_s^0 = v \sqrt{x}$. На фиг. 1–3 представлены некоторые результаты расчета ламинарного пограничного слоя с дисперсной примесью при $\alpha = 3, \lambda = 10^{-3}$.



Фиг. 1

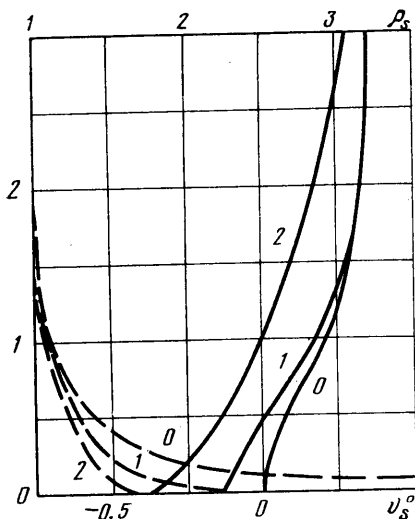
На фиг. 1 показана эволюция профиля поперечной скорости дисперсной фазы в пристенной зоне при $\text{Re}_d = 1$: 1 — $x = 0,2$; 2 — $0,4$; 3 — 1 ; 4 — 2 ; 5 — 3 . Видно, что вблизи передней кромки пластины непосредственно у стенки скорость дисперсной примеси отрицательная. Это вызвано тем, что здесь продольная скорость частиц больше продольной скорости несущей фазы и велики градиенты скорости газа, поэтому сила Сэфмэна значительна по величине и направлена к стенке. Отрицательные значения поперечных скоростей означают, что при обтекании пластины плоскопараллельным потоком газовзвеси имеет место осаждение примеси.

На фиг. 2 представлены профили поперечной скорости дисперсной примеси (сплошные кривые) и ее концентрации (штриховые) при $x = 1$ и различных числах Рейнольдса (на фиг. 2, 3 номер кривой соответствует значению Re_d , при котором проведен расчет). Профили при $\text{Re}_d = 0$ в точности соответствуют полученным в [1]: на стенке $v_{sw} = 0, \rho_{sw} \rightarrow \infty$. Чем больше величина Re_d , тем больше поперечные скорости v_s , направленные к стенке. Поток дисперсной примеси, осаждающейся на стенке, снижает ее концентрацию в пристенной зоне, что видно по изменению профилей ρ_s .

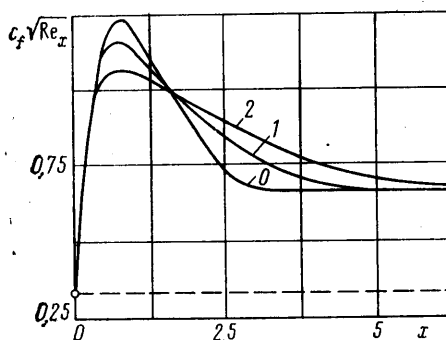
Отметим, что в [4] была предпринята попытка провести расчет ламинарного пограничного слоя с учетом силы Магнуса, действующей на дисперсную примесь. Однако при этом допущена ошибка в знаке силы Магнуса, вследствие чего не получено отрицательных значений поперечной скорости дисперсной фазы вблизи стенки, а значит, ее осаждения. Уравнения двухфазного пограничного слоя с учетом силы Сэфмэна (3) были получены в [5], где найдено их решение, но лишь для случая отсутствия обратного влияния частиц примеси на газ ($\alpha \rightarrow 0$).

Учет подъемных сил, действующих на дисперсные частицы, при применении метода срабатываемых асимптотических разложений для равновесной по скоростям фаз области течения приводит к результатам, не отличающимся от [1], что следует из равенства нулю подъемных сил при $u_s \rightarrow u$. Однако расчеты показывают, что при $\text{Re}_d > 0$ равновесная по скоростям область сдвигается вниз по течению по сравнению со случаем $\text{Re}_d = 0$.

На фиг. 3 показано изменение локального коэффициента трения $c_f \sqrt{\text{Re}_x} = \tau_w \sqrt{\text{Re}_x} / (\rho^0 U_\infty^2)$ вдоль пластины, где τ_w — местное касательное напряжение на стенке. Штриховая линия соответствует решению Блазиуса для однофазного ламинарного



Фиг. 2



Фиг. 3

пограничного слоя. При $Re_d=0$ локальный коэффициент трения мало отличается от полученного в [1]. При увеличении Re_d снижается концентрация примеси в пристенной зоне, что приводит к уменьшению межфазной силы, действующей на газ; вследствие этого величина максимума $c_f \sqrt{Re_x}$ уменьшается. На этот эффект накладывается другой, вызванный тем, что из-за отрицательной поперечной скорости, частицы со значительно большей, чем у несущей фазы, продольной скоростью оказываются вблизи пластины. В результате u_{av} остается отличной от нуля в большей области, чем при $Re_d=0$; как видно из фиг. 3, величина c_f при $x>1,6$ тем больше, чем больше Re_d .

Таким образом, расчет ламинарного газодисперсного пограничного слоя при $Re_d \sim 1$ необходимо проводить с учетом подъемной силы Сэфмэна, действующей на дисперсные частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Осипцов А. Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 4. С. 48–54.
2. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
3. Кравцов М. В. Сопротивление свободному установившемуся движению сферы в вязкой среде // Инж.-физ. журн. 1968. Т. 15. № 3. С. 464–470.
4. Селезнев Л. И., Игнатьевская Л. А. Особенности структуры двухфазного ламинарного пограничного слоя // Тр. Моск. энерг. ин-та. 1976. Вып. 306. С. 20–24.
5. Осипцов А. Н. Движение запыленного газа в начальном участке канала // Отчет Ин-та механики МГУ. 1985. № 3141. 27 с.

Калининград

Поступила в редакцию
30.III.1987

УДК 532.529.6

ДВИЖЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ ЖИДКОСТИ

ДОМБРОВСКИЙ С. Э., ДОРФМАН А. А.

Динамика цилиндрической полости в жидкости без учета вертикального перемещения рассматривалась в [1–3]. В настоящей работе исследуется пульсационное движение цилиндрической полости вблизи свободной границы жидкости с учетом перемещения оси полости в вертикальном направлении.

Рассмотрим динамику цилиндрической полости, совершающей поступательно-пульсационное движение вблизи свободной границы жидкости. Пусть в начальный момент времени в полубезграничной несжимаемой жидкости плотностью ρ распо-