

УДК 533.6.011.72:537.84

**ПОТЕРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ СЖАТИИ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ СКАЧКОМ ВТОРОГО РОДА**

**БАРМИН А. А., МЕЛЬНИК О. Э., ПРИЩЕПЕНКО А. Б.,
ФИЛИППОВА О. Л., ШАХБАЗОВ А. Ш., ЩЕЛКАЧЕВ М. В.**

Метод компрессии магнитного поля замкнутой конфигурацией сходящихся скачков 2-го рода, вызывающих переход вещества из непроводящего состояния в проводящее, рассматривался в [1–6]. При этом электропроводность за поверхностью разрыва создавалась различными механизмами: фазовым переходом полупроводник – металл [1] или изолятор – металл, термическим возбуждением полупроводника (порошок кремния [6]), механическим разрушением непроводящего слоя окислов на поверхности мелких металлических частиц (алюминиевая пудра [2, 5]) и т. д. В [5, 6] приведены экспериментальные данные получения магнитных полей мегагаусного уровня и рассчитаны модельные задачи осесимметричной компрессии магнитного поля. В модели, предложенной в [5], считается, что вещество за скачком любой интенсивности переходит в идеальный проводник и пакуется до одной и той же постоянной и неизменной в дальнейшем плотности ρ . Характер течения при этом зависит от отношения плотностей на поверхности разрыва: при $\rho/\rho_0 < 2$ скачок 2-го рода останавливается на некотором расстоянии от оси симметрии, поджимая поле до конечной величины, при $\rho/\rho_0 > 2$ скачок доходит до оси симметрии и поле неограниченно возрастает. В модели [6] учитывалась сжимаемость вещества (при расчетах бралась реальная адиабата Гюгонно и уравнение состояния проводящей фазы типа Грюнайзена), но электропроводность за фронтом скачка любой интенсивности считалась бесконечной.

В данной работе численно проведено исследование процесса сжатия магнитного поля в кристаллическом теле скачком 2-го рода, когда ударная адиабата и зависимость проводимости от температуры берутся из экспериментальных данных [7, 8]. На основе проведенных расчетов оценены потери электромагнитной энергии за счет излучения.

1. Рассматривается одномерная нестационарная задача о компрессии магнитного поля в образце сходящимся скачком в случае цилиндрической симметрии. Образец конечного радиуса, начальное магнитное поле $\mathbf{V} = V_e \mathbf{e}_z$ однородно. Считается, что в момент $t=0$ по границе образца ударяет цилиндрический поршень, движущийся затем с постоянной скоростью (фиг. 1). Скачок, созданный поршнем, переводит непроводящее вещество образца в жидкую фазу с электропроводностью, отличной от нуля. Теплопроводность жидкой фазы считается равной нулю.

Область перед скачком обозначим индексом 1, за скачком – индексом 2. В области 1 изменение электромагнитного поля описывается уравнениями Максвелла; течение в области 2 – системой уравнений магнитной гидродинамики с конечной проводимостью. В случае цилиндрической симметрии при $V_r = V_\varphi = 0$ в лагранжевых массовых координатах она имеет вид [9]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial r v}{\partial s}, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v$$

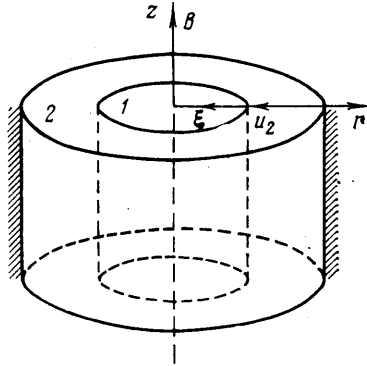
$$\frac{\partial v}{\partial t} = -r \frac{\partial}{\partial s} \left(p + \frac{B^2}{8\pi} \right), \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B}{\rho} \right) = -\frac{\partial r E_\varphi}{\partial s}$$

(1.1)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p \frac{\partial v r}{\partial s} + \frac{\sigma E_{\varphi}^2}{\rho}, \quad \frac{\rho r}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial s} = \sigma E_{\varphi}$$

$$E_z = E_r = 0; \quad p = p(\rho, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \quad \sigma = \sigma(\rho, T)$$

Скачок будем считать поверхностью, на которой терпят разрыв газодинамические величины, а магнитное поле непрерывно. В отличие от жесткого проводника на ионизирующих поверхностях разрыва соотношение для магнитного поля может меняться от условия непрерывности ($B_1 = B_2$) до условия вмороженности ($B_1/\rho_1 = B_2/\rho_2$). В последнем случае все магнит-



Фиг. 1

ное поле вмораживается в среду и уносится ею. В случае условия непрерывности унос поля через поверхность разрыва минимальный.

Система соотношений на скачке $\xi = r(t)$ следующая:

$$\rho_2(u_2 - \dot{\xi}) = -\rho_1 \dot{\xi}, \quad p_2 + \rho_2(u_2 - \dot{\xi})^2 = \rho_1 \dot{\xi}^2 \quad (1.2)$$

$$p_2 = C_1(\rho_2 - \rho_1)^{3/2}, \quad T_2 = C_2 \rho_2 / \rho_1 + C_3 \quad (1.3)$$

$$B_1 = B_2, \quad \frac{\partial B_1}{\partial t} = \frac{2}{\xi} \left(u_2 B_2 + \frac{c^2}{4\pi\sigma_2} \frac{\partial B_2}{\partial r} \right) \quad (1.4)$$

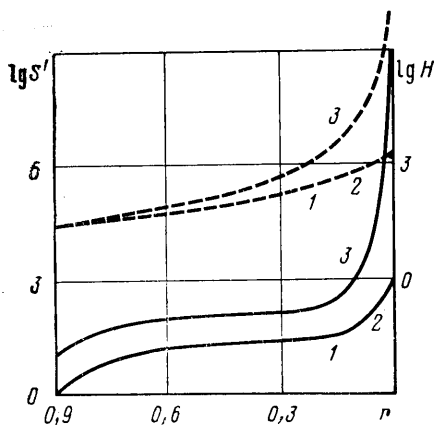
Здесь (1.2) — законы сохранения массы и импульса, (1.3) — аппроксимация адиабаты Гюгонио и температуры за скачком, полученными экспериментально [7], (1.4) — закон электромагнитной индукции с учетом $E_{r1} = E_{r2}$.

Граничные условия на поршне

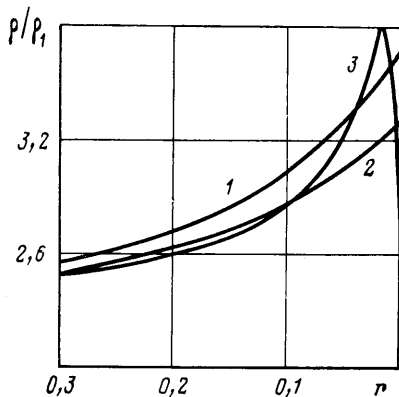
$$u_2 = u_p = \text{const}, \quad \frac{\partial B_2}{\partial s} = 0 \quad (1.5)$$

Начальные данные берутся в следующем диапазоне: плотность вещества при атмосферном давлении и $T = 298 \text{ К}$ $\rho_1 = 4,5 \text{ г/см}^3$, начальный радиус области, в которой приложено магнитное поле $X_0 = 5 \text{ мм}$, начальное магнитное поле и давление за скачком меняются от 0,4 до 5 Тл и от 0,3 до 1 Мбар соответственно. Интенсивность скачка будем задавать отношением ρ_2/ρ_1 , тогда данному начальному интервалу давлений соответствует $1,7 \leq \rho_2/\rho_1 \leq 2,2$, причем при $\rho_2/\rho_1 = 1,67$ прекращается плавление в скачке.

Для описания движения среды за скачком в качестве уравнения состояния использовались аппроксимации данных для давления и внутренней энергии как функций температуры и удельного объема, полученные в [10] на основе теории свободного объема в интерпретации Ленарда — Джонса и удовлетворительно согласующихся с экспериментальными дан-



Фиг. 2



Фиг. 3

ными. При этом энергия, идущая на плавление кристалла и не рассматриваемая в рамках указанной модели, учитывалась качественно на основе экспериментального соотношения (1.3).

Кроме того, в ряде расчетов использовалось модельное уравнение состояния $p=R\rho T$, $R=p_2/(\rho_2 T_2)$, где p_2 и T_2 — параметры непосредственно за скачком, вычисляемые по (1.3), $R=\text{const}$ в частице.

Важным для изучаемого процесса является величина электропроводности среды за скачком. Однако экспериментальные данные ограничиваются значением $T \approx 10\,000$ К. В работе приводятся расчеты при различных экстраполяциях этих данных на высокие температуры:

$$\lg(\sigma/\sigma_0) = -0,9T_0/T, \quad \sigma_0 = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}, \quad T_0 = 10\,000 \text{ К} \quad (1.6)$$

$$\lg \frac{\sigma}{\sigma_0} = a \sqrt{\frac{T}{T_0}} - b \quad (1.7)$$

$$\sigma_0 = 5,3 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1}, \quad a = 4,7; \quad b = 6,64$$

Зависимость (1.6) более слабая, чем (1.7), и значение на 2 порядка меньше проводимости жидкого натрия.

Для решения использовалась полностью консервативная схема нестационарных одномерных уравнений МГД с конечной проводимостью со вторым порядком аппроксимации по времени и пространству. В области $x \in [x_p, \xi]$ применялся метод раздельных прогонок [11], при этом система разбивалась на три блока: динамический, магнитный и тепловой.

Результаты расчетов иллюстрируются фиг. 2, 3, где представлены зависимости значений магнитного поля в непроводящей области ($H=B/B_0$) и плотности за волной ($\rho=\rho_2/\rho_1$) от положения ударной волны $\xi=r(t)/r_0$ для $B_0=4$ Тл, $\rho_2/\rho_1(0)=2,15$ ($p_2(0)=1$ Мбар) $r_0=0,5$ см. Кривые 1, 2 соответствуют электропроводности (1.6) для случаев модельного уравнения состояния и уравнения, полученного в [10] (без учета потерь на плавление), кривая 3 — для случая проводимости (1.7) и уравнения состояния [10].

Из проведенных расчетов следует, что определяющее значение для характера сжатия поля имеет зависимость проводимости от температуры. Так, для обоих случаев изменение магнитного поля практически одинаково, хотя характер сжатия вещества несколько отличается. При этом на начальной стадии (до $r=0,5$) вследствие малой проводимости профиль магнитного поля между волной и поршнем близок к однородному ($B(\xi)/B(r_p) \approx 1,1$). В этих случаях кумуляции поля не происходит.

В случае электропроводности (1.7) роль диффузии поля от волны к поршню мала, что приводит к резкому росту поля, фактически к его ку-

муляции (при $r \approx 0,015$ мм, $H = B/B_0 \approx 1950$). При этом ударная волна начинает тормозиться за счет магнитного давления и тем самым ее интенсивность падает.

В результате изменения магнитного поля по времени происходит выделение электромагнитной энергии в окружающее пространство. Оценим величину энергии, уносимой полем. Будем моделировать рассматриваемую систему магнитным диполем и считать процессы квазистационарными. Это означает, что вычисленное таким образом поле надо рассматривать на расстояниях $R \gg l$, где l — размер системы ($l \sim 1$ см) и характерное время процесса $T \gg l/c \sim 10^{-10}$ с. Для отличных от нуля компонент электромагнитного поля и вектора Умова — Пойнтинга в сферической системе координат (R, φ, θ), связанной с диполем, получим [12]

$$B_R = \frac{2 \cos \theta}{R} \left(\frac{M}{R^2} + \frac{1}{Rc} \frac{\partial M}{\partial t} \right), \quad B_\theta = \frac{\sin \theta}{R} \left(\frac{M}{R^2} + \frac{1}{Rc} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right)$$

$$E_\varphi = -\frac{\sin \theta}{Rc} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right)$$

$$S_R = \frac{\sin^2 \theta}{4\pi R^2} \left(\frac{M}{R^2} + \frac{1}{Rc} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right) \left(\frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right)$$

$$S_\theta = -\frac{\cos^2 \theta}{4\pi R^3} \left(\frac{M}{R} + \frac{1}{c} \frac{\partial M}{\partial t} \right) \left(\frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right)$$

$$\mathbf{M} = M \mathbf{e}_z, \quad M = \frac{l}{4} \int_{r_p}^{\xi} r^2 \frac{\partial B}{\partial r} dr$$

Проинтегрировав выражение для S_R по поверхности сферы радиуса R , получаем выражение для суммарного потока энергии электромагнитного поля

$$S = \frac{2}{3} \left(\frac{M}{R^2} + \frac{1}{Rc} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right) \left(\frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right) \quad (2.1)$$

В волновой зоне, т. е. в области, где $R \gg \lambda/2\pi$, выражение для суммарного потока энергии через поверхность сферы упрощается.

$$S = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial t^2} \right)^2$$

Результаты расчетов суммарного потока энергии по формуле (2.1) для указанных выше случаев представлены на фиг. 3 (штриховые линии, $S' = S/S_0$, $S_0 \approx 1000$ Вт). В случае большой электропроводности величина излучения так же, как и магнитное поле, неограниченно растет, причем резкий рост происходит на заключительной стадии ($r \leq 0,1 r_0$). Ниже приведены значения поля и суммарное значение излучения для трех описанных случаев при $r = 0,0036 \cdot r_0 \approx 0,02$ мм:

B , Тл	27,4	30,6	7022
B/B_0	6,85	7,65	1755,5
S , Вт	0,72	0,74	$2,9 \cdot 10^7$

Поток излучения S в третьем случае составит $\sim 10\%$ от средней мощности, подводимой к веществу за счет движения поршня. Отметим, что учет энергии, идущей на плавление, не влияет существенно на степень сжатия магнитного поля и поток излучения, а меняет лишь процесс на начальной стадии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биченков Е. И., Гилев С. Д. МК-генераторы с использованием перехода полупроводникового материала в проводящее состояние // ПМТФ. 1980. № 5. С. 125–129.
2. Гилев С. Д., Трубачев А. М. Получение сильных магнитных полей ударными волнами в веществе // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. Вып. 15. С. 914–916.
3. Nagayama K. New method of magnetic flux compression by means of the propagation of shock induced metallic transition in semiconductor // Appl. Phys. Lett. 1981. V. 38.
4. Nagayama K., Oka T., Mashimo T. Experimental study of new mechanism of magnetic flux cumulation by the propagation of shock compressed conductive region in silicon // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. P. 3029–3037.
5. Биченков Е. И., Гилев С. Д., Трубачев А. М. Ударно-волновые МК-генераторы // Сверхсильные магнитные поля. Новосибирск: Наука, 1984. С. 88–93.
6. Nagayama K., Mashimo T. Magnetohydrodynamic study of flux cumulation by the propagation of shock compressed conductive region in semiconductors // Сверхсильные магнитные поля. Новосибирск: Наука, 1984. С. 270–277.
7. Radousky H. B., Ross M., Mitchell A. C., Nellis W. J. Shock temperature and melting in CsI // Phys. Rev. B. 1985. V. 31. № 3. P. 1457–1462.
8. Гагилов Л. А., Кулешов Л. В. Электропроводность иодистого цезия за фронтом ударной волны при давлениях до 100 ГПа // ФТТ. 1981. Т. 23. Вып. 9. С. 2848–2851.
9. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962. 246 с.
10. Павловский М. Н., Ващенко В. Я., Симаков Г. В. Уравнение состояния йодистого цезия // ФТТ. 1965. Т. 7. Вып. 4. С. 1212–1215.
11. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980.
12. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Гостехиздат, 1957. 620 с.

Москва

Поступила в редакцию
14.VI.1988