

УДК 532.546 : 536.421

## АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПРОТАИВАНИИ МЕРЗЛОГО ГРУНТА

МАКСИМОВ А. М., ЦЫПКИН Г. Г.

Фазовые переходы в промерзающих-оттаивающих грунтах и породах сопровождаются перераспределением влаги и растворенной примеси. Традиционный подход к описанию таких процессов тепломассопереноса основан на введении фронта фазового перехода, на котором происходит скачкообразное изменение влажности. Однако натурные наблюдения и эксперименты [1] ясно показывают, что фазовый переход не локализован на некоторой поверхности, а происходит в протяженной области, которая характеризуется распределением влажности и температуры. В работе [2] была предложена полуэмпирическая модель фазового перехода, в которой предполагалось существование зоны фазовых переходов — зоны смеси льда и незамерзшей воды. Влажность изменяется во всей зоне фазовых переходов и считается однозначной функцией температуры, определяемой экспериментально.

Исследование процесса кристаллизации бинарного расплава выявило возможность переохлаждения расплава перед фронтом кристаллизации (температура расплава ниже температуры фазового перехода, восстановленной по концентрации примеси) [3]. Для устранения этого противоречия был предложен подход, основанный на введении двухфазной зоны [4], расположенной между твердой и жидкой фазами, в которой обе фазы сосуществуют в состоянии термодинамического равновесия. Поставленная таким образом задача позволяет однозначно определить положение двух подвижных границ и распределение фазового состава в двухфазной зоне.

В [5, 6] было показано, что процесс промерзания водонасыщенной пористой среды во фронтовом режиме может сопровождаться переохлаждением, если учесть зависимость температуры фазового перехода от давления в жидкости и концентрации растворенной примеси. Была развита модель двухфазной зоны, введение которой позволило построить непротиворечивое описание процесса промерзания на основе использования условия локального термодинамического равновесия для смеси вода — лед.

В настоящей работе предложена математическая модель фазовых переходов в мерзлых грунтах, содержащих незамерзшую воду. Показано, что фазовые переходы в мерзлых грунтах всегда происходят в протяженной области. Решена задача о взаимодействии мерзлых пород с раствором соли в предположении, что поверхность раздела раствора и мерзлых пород проницаема как для жидкости, так и для растворенной примеси. Такая задача возникает, например, при бурении скважин в мерзлоте, когда циркулирующий буровой раствор представляет собой водный раствор соли [7]. Существует целый ряд природных процессов, в основе которых лежит взаимодействие грунтовых вод, имеющих различные, возможно отрицательные, температуры и разные степени минерализации, с окружающими мерзлыми породами [8], а также протаивание мерзлоты дна северных морей, контактирующей с соленой морской водой [9].

**Постановка задачи.** Под мерзлыми породами (грунтом) будем понимать пористую среду, насыщенную льдом и незамерзшей (возможно минерализованной) водой. Предполагается, что газовая фаза отсутствует. Кроме того, лед не полагается частью минерального скелета, поскольку он обладает рядом свойств, отличающих его от скелета (плотность, сжимаемость, теплопроводность, теплоемкость). Тогда в пористой среде с пористостью  $m$  жидкая фаза (вода) занимает объем  $vm$ , а твердая фаза (лед) — объем  $(1-v)m$ . Предположим, что при образовании льда вся растворенная примесь отторгается в объем незамерзшей влаги. Роль связанной воды в процессах движения и фазового перехода не учитывается. Совместное существование льда и незамерзшей воды в мерзлых

породах осуществляется при условии термодинамического равновесия

$$T = F(P, c) \equiv T_w - \alpha c - \eta(P - P_a) \quad (1.1)$$

т. е. характерное время макропроцесса много больше характерного времени установления локального термодинамического равновесия. Здесь  $T$  — температура,  $F(P, c)$  — температура фазового перехода,  $T_w$  — температура фазового перехода чистой воды при атмосферном давлении,  $c$  — массовая концентрация соли в растворе,  $P$  — давление,  $P_a$  — атмосферное давление,  $\alpha$  и  $\eta$  — коэффициенты понижения температуры фазового перехода.

При рассмотрении движений жидкости в мерзлых породах будем использовать подход теории двухфазной фильтрации. При этом полагаем, что твердая фаза неподвижна, а движение жидкости подчиняется закону Дарси

$$v_w = - \frac{k f_w(v)}{\mu_w} \text{grad } P \quad (1.2)$$

Здесь  $f_w(v)$  — относительная фазовая проницаемость жидкой фазы в мерзлых породах, зависящая от их влажности  $v$ . Считаем также, что вода, скелет и лед слабосжимаемы.

Определенные таким образом мерзлые породы по существу отождествляются с моделью зоны двухфазного состояния, использованной в [5]. Двухфазная зона представляет собой смесь минерального скелета, льда и поровой влаги.

Основные уравнения, описывающие динамику двухфазной зоны (а следовательно, и мерзлых пород), можно вывести из законов сохранения с позиций механики гетерогенных сред [10]. Тогда в одномерном приближении, используя процедуру вывода уравнения пьезопроводности [11], получаем уравнение для давления

$$\frac{\partial P}{\partial t} + K_f(1 - \rho_i/\rho_w) \frac{\partial v}{\partial t} = \kappa_f \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{k K_f}{m \mu_w} \frac{d f_w}{d v} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.3)$$

$$\kappa_f(v) = \frac{k f_w(v) K_f(v)}{m \mu_w}$$

$$K_f(v) = [v(K_s^{-1} + K_w^{-1}) + (1-v)(K_s^{-1} + K_i^{-1})\rho_i/\rho_w]^{-1}$$

Здесь  $m$  — пористость,  $k$  — проницаемость,  $v$  — влажность (объемная доля влаги в единице порового объема),  $\rho$  — плотность,  $K$  — модуль сжимаемости,  $f_w = v^b$  — фазовая проницаемость,  $\mu$  — вязкость; индексы:  $w$  — вода,  $i$  — лед,  $s$  — скелет пористой среды,  $f$  — двухфазная (мерзлая) зона.

В частном случае отсутствия льда ( $v \equiv 1$ ), что соответствует зоне талых пород, уравнение (1.3) переходит в известное уравнение пьезопроводности.

Если проницаемость пород достаточно мала, то, как показывают оценки, конвективным переносом тепла и примеси можно пренебречь. Используя слабую сжимаемость компонент, малость кинетической энергии фильтрационного движения, в предположении равенства температур и давлений компонент [10] получаем уравнение энергии

$$(\rho C)_f \frac{\partial T}{\partial t} + m q \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_f \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$(\rho C)_f = (1-m)\rho_s C_s + m v \rho_w C_w + m(1-v)\rho_i C_i$$

$$\lambda_f = (1-m)\lambda_s + m v \lambda_w + m(1-v)\lambda_i, \quad q = \rho_i(h_w - h_i)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $h$  — энтальпия.

Закон сохранения массы растворенного вещества имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nu c) = \frac{\partial}{\partial x} D \nu \frac{\partial c}{\partial x} \quad (1.5)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии соли.

Уравнения (1.1), (1.3)–(1.5) составляют систему уравнений для определения неизвестных функций  $T$ ,  $P$ ,  $c$ ,  $\nu$  в зоне двухфазного состояния.

Постановка задачи с фазовыми переходами содержит движущиеся границы, на которых функция  $\nu$  претерпевает разрыв. Естественно рассматривать скачки влажности, на которых выполняются условия непрерывности температуры, давления и концентрации примеси. В общепринятых обозначениях имеем

$$[T]=0, \quad [P]=0, \quad [c]=0 \quad (1.6)$$

Используя универсальные соотношения на скачке [12], в одномерном приближении получаем для массы порового вещества, растворенной примеси и энергии

$$m[\nu](1-\rho_i/\rho_w)\dot{X} = [v_w] \quad (1.7)$$

$$m[\nu]c\dot{X} + m \left[ D \nu \frac{\partial c}{\partial x} \right] = 0 \quad (1.8)$$

$$m[\nu]q\dot{X} + \left[ \lambda_f \frac{\partial T}{\partial x} \right] = 0 \quad (1.9)$$

Здесь  $X$  — координата разрыва влажности.

Соотношения (1.6)–(1.9) совместно с условием термодинамического равновесия (1.1) составляют полный набор граничных условий на подвижной границе.

Для описания процессов кристаллизации и плавления традиционным является подход, основанный на предположении о локализации фазового перехода в узкой зоне — фронте фазового перехода. Ниже показано, что введение фронта фазового перехода для описания протаивания мерзлых пород приводит к переопределенности сформулированной задачи. При этом кривая температуры в мерзлом грунте не совпадает с кривой локальной температуры фазового перехода, восстановленной по значениям давления и концентрации примеси, а расположена ниже (переохлаждение) или выше («перегрев») нее. Эта ситуация проиллюстрирована на автоматическом решении. Непротиворечивое теоретическое описание удастся построить, если предположить, что фазовый переход происходит в протяженной зоне, что составляет предмет третьего параграфа.

**2. Фронтальная модель. Явления переохлаждения и перегрева.** Рассмотрим процесс распространения плоского фронта протаивания мерзлых пород, заполняющих полупространство  $x \geq 0$  и контактирующих при  $x=0$  с водным раствором соли. Формулировка задачи с фронтом фазового перехода предполагает образование двух зон: талой ( $0 < x < X(t)$ ) и мерзлой ( $X(t) < x < \infty$ ). В мерзлой зоне может содержаться незамерзшая влага ( $\nu \equiv \nu_0 \geq 0$ ). Уравнения (1.3)–(1.5) в талой зоне ( $\nu \equiv 1$ ) и мерзлой зоне ( $\nu \equiv \nu_0$ ) имеют вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \kappa_f \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

При  $\nu_0 > 0$  в мерзлой зоне должно выполняться условие термодинамического равновесия (1.1). Граница раздела зон  $X(t)$  представляет собой фронт протаивания, на котором выполняются условия непрерывности температуры, концентрации соли и давления (1.6), условие термодинами-

ческого равновесия (1.1), а также условия для влажности  $x=X(t)$

$$v_- = 1, \quad v_+ = v_0 = v_* \quad (2.2)$$

Здесь индекс «звездочка» соответствует значениям на фронте.

Условия массового и теплового баланса следуют из (1.7)–(1.9) с учетом (1.2), (2.2).

Начальные условия имеют вид

$$t=0: \quad v=v_0, \quad X(0)=0, \quad T=T_0=F(P_0, c_0), \quad P=P_0, \quad c=c_0 \quad (2.3)$$

На неподвижной стенке происходит контакт породы с раствором

$$x=0: \quad T=T^0, \quad c=c^0, \quad P=P^0, \quad T^0 > F(P^0, c^0) \quad (2.4)$$

Заметим, что если в задачах, рассмотренных в [5, 6], для построения решения требовалось удовлетворить неравенству, отвечающему условию отсутствия противоречия (переохлаждения) – температура раствора должна быть не ниже температуры фазового перехода, то здесь это неравенство перешло в строгое равенство (1.1). Если  $v_0 = \text{const}$  и  $0 < v_0 < 1$ , то задача оказывается переопределенной. При этом равенство (1.1) может нарушаться как в одну, так и в другую сторону.

Проиллюстрируем сказанное на автомодельном решении вида

$$T=T(\xi), \quad P=P(\xi), \quad c=c(\xi), \quad X=\gamma t^{1/2}, \quad \xi=xt^{-1/2} \quad (2.5)$$

считая  $T_0, P_0, c_0, T^0, P^0, c^0$  постоянными.

Тогда граничные и начальные условия приводятся к виду

$$\xi=0: \quad T=T^0, \quad P=P^0, \quad c=c^0; \quad \xi=\gamma: \quad T_- = T_+ = T_* = F(P_*, c_*) \quad (2.6)$$

$$P_- = P_+ = P_*, \quad c_- = c_+ = c_*$$

$$1/2 m (1-v_*) (1-\rho_i/\rho_w) \gamma + \frac{k}{\mu_w} \{P_- - f_w(v_*) P_+\} = 0$$

$$1/2 c_* (1-v_*) \gamma + D [c_- - v_* c_+] = 0$$

$$1/2 m q (1-v_*) \gamma = \lambda_f (v_*) T_+ - \lambda_i T_- \quad (2.7)$$

$$\xi \rightarrow \infty: \quad T=T_0, \quad P=P_0, \quad c=c_0 \quad (2.8)$$

В рассматриваемой фронтовой модели  $v_* = v_0$ .

Решения систем уравнений в обеих зонах имеют вид

$$0 < \xi < \gamma: \quad \varphi - \varphi^0 = (\varphi_* - \varphi^0) \frac{\text{erf}(\xi/2\omega^{1/2})}{\text{erf}(\gamma/2\omega^{1/2})} \quad (2.9)$$

$$\gamma < \xi < \infty: \quad \varphi - \varphi_0 = (\varphi_* - \varphi_0) \frac{\text{erfc}(\xi/2\omega^{1/2})}{\text{erfc}(\gamma/2\omega^{1/2})} \quad (2.10)$$

где  $\varphi$  принимает значения  $T, c$  и  $P$ , а  $\omega$  – соответственно значения  $a_i, D, \kappa_i$  в (2.9) и  $a_f, D, \kappa_f$  в (2.10). Индекс «l» – талая зона.

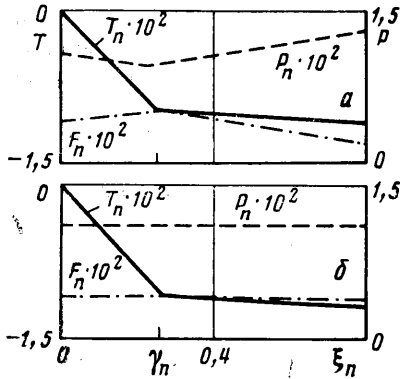
Подстановка решений (2.9)–(2.10) в условия на подвижной границе (2.7) приводит к трансцендентному уравнению для определения  $\gamma$ , которое решалось численно при следующих значениях параметров:  $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_i = 910 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_s = 2000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda_w = 0,58 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $\lambda_i = 2,23 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $\lambda_s = 2,09 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $C_w = 4,19 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$ ,  $C_i = 2,09 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$ ,  $C_s = 0,92 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$ ,  $K_w = 2000 \text{ МПа}$ ,  $K_i = 5000 \text{ МПа}$ ,  $K_s = 1000 \text{ МПа}$ ,  $m = 0,35$ ,  $q = 3,3 \cdot 10^5 \text{ кДж/м}^3$ ,  $\mu_w = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $T_w = 273,15 \text{ К}$ ,  $P_a = 0,1 \text{ МПа}$ ,  $\alpha = 66,7 \text{ К}$ ,  $\eta = 0,0765 \text{ К/МПа}$ ,  $D = 1,45 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $b = 2/3$ .

Безразмерные переменные имеют вид

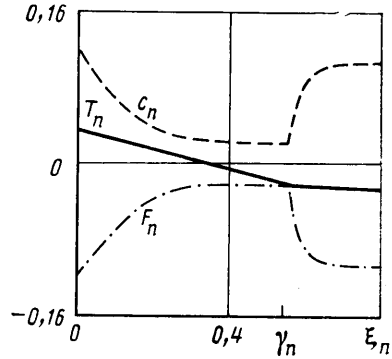
$$T_n = \frac{T - T_w}{\tau}, \quad c_n = \frac{\alpha c}{\tau}, \quad P_n = \eta \frac{P - P_n}{\tau}, \quad F_n = -c_n - P_n$$

$$\tau = m \frac{q}{\rho_w C_w}, \quad \xi_n = \frac{\xi}{a_w^{1/2}}, \quad a_w = \frac{\lambda_w}{\rho_w C_w}$$

На фиг. 1 и 2 приведены результаты расчетов процесса протаивания мерзлых пород, содержащих незамерзшую воду ( $v_0 > 0$ ). Их объединяет эффект нарушения термодинамического равновесия в мерзлой зоне. Примеры расчетов, представленные на фиг. 1, отвечают случаю «пресной» мерзлой зоны ( $c_0 = 0$ ), контактирующей с пресной водой ( $c^\circ = 0$ ). Здесь  $T_0 = 272,65$  К,  $P_0 = 6,6$  МПа,  $v_0 = 0,2$ ,  $T^\circ = 273,15$  К,  $P^\circ = 4$  МПа; а)  $k = 0,2 \cdot 10^{-6}$  мкм<sup>2</sup>, б)  $k = 10^{-5}$  мкм<sup>2</sup>. Как видно из распределений давления, протаивание сопровождается понижением давления в окрестности фронта. Это связано с уменьшением объема при таянии льда. Падение давления приводит к фильтрационному подтоку влаги и перераспределению давле-



Фиг. 1



Фиг. 2

ния как в мерзлой, так и в талой зонах. Перераспределение давления в свою очередь приводит к изменению локальной температуры фазового перехода и к нарушению условия термодинамического равновесия незамерзшей воды и льда в мерзлой зоне. Это нарушение может выражаться в известном эффекте переохлаждения (при  $a_f < \kappa_f$ ). Так, из фиг. 1, б видно, что температура в мерзлой зоне оказывается ниже температуры фазового перехода в случае достаточно высокой проницаемости. В случае низкой проницаемости мерзлой зоны ( $a_f > \kappa_f$ ) нарушение термодинамического равновесия чаще выражается в эффекте перегрева (фиг. 1, а), когда температура в мерзлой зоне оказывается выше температуры фазового перехода.

Результаты расчетов, приведенные на фиг. 2, отвечают случаю наличия в незамерзшей влаге мерзлых пород растворенной поваренной соли. Здесь  $T_0 = 270,15$  К;  $c_0 = 0,042$ ;  $P = P_a$ ;  $v_0 = 0,2$ ;  $T^\circ = 274,15$  К;  $c^\circ = 0,05$ , ( $\kappa_f > a_f$ ).

Представленное распределение концентрации соли говорит о разбавлении раствора вблизи фронта протаивания в связи с образованием дополнительного объема воды при таянии льда. Уменьшение концентрации соли вблизи фронта приводит к диффузионному ее перераспределению в обеих зонах. Поскольку скорость диффузионного переноса примеси всегда меньше скорости кондуктивного переноса тепла ( $D \ll a_f$ ), то возникающее отклонение от термодинамического равновесия в мерзлой зоне является перегревом как в случае высокой проницаемости, так и в случае низкой проницаемости пористой среды.

Таким образом, в случаях, когда  $0 < v_0 < 1$  и скорости процессов переноса не совпадают, полученные результаты свидетельствуют о противоречивости фронтальной модели протаивания мерзлых пород, контактирующих с водным раствором соли.

**3. Модель частичных фазовых переходов.** Для построения непротиворечивого решения воспользуемся моделью двухфазной зоны, в которой фазовый переход происходит в спектре температур. Математическая формулировка задачи в такой постановке предполагает, так же как и фронтальная модель, образование двух зон: такой ( $0 < x < X(t)$ ) и мерзлой ( $X(t) < x < \infty$ ). Принципиальное различие заключается в том, что содержание незамерзшей влаги в мерзлой зоне не является постоянным и известным, а является искомой функцией. В талой зоне ( $v=1$ ) выполняются уравнения теплопроводности, диффузии соли и пьезопроводности (2.1). В мерзлой зоне выполняются законы сохранения (или их следствия) (1.3)–(1.5), а также условие локального термодинамического равновесия (1.1). На границе раздела талой и мерзлой зон  $X(t)$  влажность  $v$  меняется скачкообразно от искомой величины  $v_+ = v_*$  до  $v_- = 1$ . На этой границе справедливы условия (1.6)–(1.9). Начальные условия и условия на неподвижной границе имеют вид (2.3)–(2.4).

Если в начальных и граничных условиях  $T_0, P_0, c_0, T^0, P^0, c^0$  — постоянные, то задача имеет автомодельное решение вида (2.5). При этом крайние условия принимают вид (2.6)–(2.8).

Решение сформулированной задачи в зоне талых пород имеет вид (2.9). В мерзлой зоне основная система уравнений имеет вид

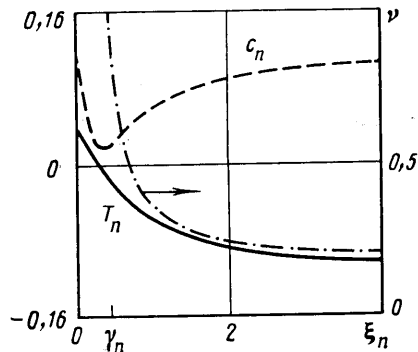
$$\begin{aligned} \lambda_f T'' + T' [m(\lambda_w - \lambda_i) v' + \frac{1}{2}(\rho C)_f \xi] + \frac{1}{2} m q v' \xi &= 0 \\ D_{vc} v'' + D v' c' + \frac{1}{2} v c' \xi + \frac{1}{2} c v' \xi &= 0, \quad T = F(P, c) \\ \kappa_f P'' + \frac{k K_f}{m \mu_w} \frac{d f_w}{d v} v' P' + \frac{1}{2} P' \xi + \frac{1}{2} K_f \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right) v' \xi &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Система уравнений (3.1) решалась численно. Результаты расчетов в случае «пресных» мерзлых пород, контактирующих с пресной водой, свидетельствуют о том, что в практически реализуемом диапазоне параметров (давлений, проницаемостей) как перегрев, так и переохлаждение снимаются фазовым переходом весьма малого количества воды (льда). Такое поведение решения объясняется значительными изменениями давления, вызванными изменением объема при фазовом переходе, вследствие слабой сжимаемости всех компонентов смеси — скелета, льда и воды. При этом результаты расчета мало отличаются от фронтального решения, что свидетельствует о практической применимости фронтальной схемы в случае отсутствия растворенной примеси.

Случаю перегрева во фронтальном решении вследствие влияния растворенной соли (фиг. 2) отвечает непротиворечивое решение с протяженной областью протаивания мерзлого грунта (фиг. 3). Здесь перегрев снимается дополнительным протаиванием весьма значительного количества льда в мерзлой зоне.

Как свидетельствуют примеры расчета характерных решений, направление фазового перехода в мерзлой зоне (частичное промерзание или протаивание) соответствует обнаруженному во фронтальном решении противоречию (переохлаждению или перегреву).

Построенная в настоящей работе модель процесса протаивания мерзлых пород позволяет объяснить некоторые эффекты, возникающие при бурении скважин в мерзлых породах с промывкой жидкостью на водной основе, когда протаивание и вынос породы оказывается существенно большим, чем предполагалось на основе фронтальной модели. Действитель-



Фиг. 3

но, если мерзлые породы содержат незамерзшую воду, в которой растворено даже незначительное количество примеси, то процесс протаивания будет происходить в режиме, качественный вид которого изображен на фиг. 3, т. е. будет происходить не только образование полностью талой зоны (как и во фронтальной модели), но и значительное частичное протаивание. Поскольку прочность мерзлых пород во многом определяется величиной их влажности (лед цементирует породу), то достижение величины критической влажности при частичном протаивании приведет к обрушению и выносу из скважины таких неполностью протаявших пород.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Цытович Н. А.* Механика мерзлых грунтов. Общая и прикладная. М.: Высш. шк., 1973. 446 с.
2. *Колесников А. Г.* К изменению математической формулировки задачи о промерзании грунта // Докл. АН СССР. 1952. Т. 82. № 6. С. 889—892.
3. *Иванцов Г. П.* «Диффузионное» переохлаждение при кристаллизации бинарного сплава // Докл. АН СССР. 1951. Т. 81. № 2. С. 179—181.
4. *Борисов В. Т.* Кристаллизация бинарного сплава при сохранении устойчивости // Докл. АН СССР. 1961. Т. 136. № 3. С. 583—586.
5. *Енгов В. М., Максимов А. М., Цыпкин Г. Г.* Об образовании двухфазной зоны при кристаллизации смеси в пористой среде // Докл. АН СССР. 1986. Т. 288. № 3. С. 621—624.
6. *Максимов А. М., Цыпкин Г. Г.* Математическая модель промерзания водонасыщенной пористой среды // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26. № 11. С. 1743—1747.
7. *Кудряшов Б. Б., Яковлев А. М.* Бурение скважин в мерзлых породах.— М.: Недра, 1983. 286 с.
8. *Анисимова Н. П.* Криогидрогеохимические особенности мерзлой зоны. Новосибирск: Наука, 1981. 152 с.
9. *Hutter K., Alts T.* Ice and snow mechanics. A challenge to theoretical and applied mechanics // Niordson and Olhoff (eds). Theoretical and Applied Mechanics. XVI Int. Congr. Proc. Lyngby, 19—25 Aug., 1984. North Holland. Amsterdam e. a. 1985. P. 163—217.
10. *Низматуллин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
11. *Коллинз Р.* Течение жидкостей через пористые материалы: Пер. с англ. М.: Мир, 1964. 352 с.
12. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука. 1970. 492 с.
13. Теплофизические исследования криолитозоны Сибири/Под ред. Павлова А. В. Новосибирск: Наука. Сиб. отд. 1983. 213 с.

Москва

Поступила в редакцию  
28.1.1987