

УДК 532.5.013.12:537.84:536.252

ВЛИЯНИЕ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО ПОКРЫТИЯ НА ТЕПЛОТДАЧУ ПРИ ОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА

ПОЛЕВИКОВ В. К.

В [1] решалась задача об изотермическом обтекании цилиндрического проводника, покрытого тонким слоем магнитной жидкости. Рассмотрен диапазон чисел Рейнольдса $0,1 \leq Re \leq 100$ и показано, что нанесение магнитоожидкостного покрытия на твердую поверхность способно значительно уменьшить величину гидродинамического сопротивления цилиндра.

Другой важной характеристикой процесса обтекания твердого тела является интенсивность теплоотдачи. Представляется весьма заманчивым испытать магнитоожидкостное покрытие в качестве средства управления теплоотдачей. С этой целью рассмотрим задачу [1] в предположении, что цилиндр имеет более высокую температуру, чем набегающий поток.

1. Постановка задачи и математическая модель. Пусть бесконечный поток вязкой немагнитной жидкости движется в условиях невесомости прямолинейно с постоянной скоростью U , имеет постоянную температуру T_∞ и обтекает на своем пути длинный поперечный цилиндрический проводник радиуса R , который поддерживается при постоянной температуре $T_c > T_\infty$ и покрыт слоем магнитной жидкости, не смешивающейся с жидкостью потока. Сила тока I в проводнике предполагается достаточно большой, чтобы линию раздела магнитной и немагнитной жидкостей считать окружностью радиуса $a > R$ [1].

Несмотря на отсутствие силы тяжести, в неравномерно нагретой магнитной жидкости, находящейся в неоднородном магнитном поле, может возникнуть конвективное движение [2–4]. Такая конвекция (называемая термомагнитной) обусловлена зависимостью намагниченности жидкости от температуры. Чтобы упростить математическую модель, применим безындукционное приближение, позволяющее пренебречь влиянием неизотермичности магнитной жидкости на характеристики магнитного поля. При этом отпадает необходимость решать уравнения Максвелла, так как их решение для магнитного поля цилиндрического проводника известно. Пригодность безындукционного приближения для широкого класса задач термомагнитной конвекции показана в [3, 4].

Введем безразмерные переменные, выбрав в качестве единиц измерения расстояния, скорости и температуры соответственно радиус цилиндра R , скорость невозмущенного потока U и перепад температур $\Delta T = T_c - T_\infty$. Воспользуемся полярной системой координат r, θ с полюсом на оси цилиндра. В случае необходимости будем обозначать нижним индексом 1 величины, относящиеся к магнитной жидкости, а индексом 2 — величины, относящиеся к внешнему потоку.

При сделанных предположениях двумерная стационарная термомагнитная конвекция в слое $1 \leq r \leq \delta = a/R$ и движение немагнитной жидкости вне его ($r \geq \delta$) описываются безразмерными уравнениями [1–3]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\psi_1, T_1)}{\partial(\theta, r)} = \frac{\gamma}{\text{Re Pr } \sigma \lambda} \nabla^2 T_1$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\psi_1, \varphi_1)}{\partial(\theta, r)} = \frac{\mu}{\text{Re} \lambda} \nabla^2 \varphi_1 - \left(\frac{\mu}{\text{Re} \lambda} \right)^2 \text{Gr}_m \frac{1}{r^3} \frac{\partial T_1}{\partial \theta} \quad (1.1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\psi_2, T_2)}{\partial(\theta, r)} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla^2 T_2, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(\psi_2, \varphi_2)}{\partial(\theta, r)} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \varphi_2$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_2 + \varphi_2 &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} &= v_r, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\theta \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\text{Re} = \frac{UR\rho_2}{\eta_2}, \quad \text{Pr} = \frac{\eta_2 c_2}{k_2}, \quad \text{Gr}_m = \frac{\mu_0 K_1 I \Delta T R \rho_1}{2\pi \eta_1^2}$$

Здесь T , ψ и φ — безразмерные температура, функция тока и завихренность; $\gamma = k_1/k_2$, $\sigma = c_1/c_2$, $\lambda = \rho_1/\rho_2$, $\mu = \eta_1/\eta_2$ — отношения коэффициентов теплопроводности, удельной теплоемкости, плотности, динамической вязкости магнитной и немагнитной жидкостей; Re — число Рейнольдса, Pr — число Прандтля, Gr_m — магнитное число Грасгофа, где μ_0 — магнитная постоянная, K — пиромантический коэффициент.

Выбранный метод исследования требует, чтобы область определения задачи была конечной, поэтому на достаточно большом расстоянии от цилиндра $r \geq r_\infty \gg \delta$ станем считать поток невозмущенным. Кроме того, примем допущение о симметрии решения, ограничившись интервалом изменения угловой координаты $0 \leq \theta \leq \pi$. Тогда правомерны граничные условия

$$\begin{aligned} r=1: \quad T &= 1, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \\ r=r_\infty: \quad T &= 0, \quad \psi = r_\infty \sin \theta, \quad \varphi = 0 \\ \theta=0; \pi: \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} &= 0, \quad \psi = 0, \quad \varphi = 0 \\ r=\delta: \quad T_1 &= T_2, \quad \gamma \frac{\partial T_1}{\partial r} = \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad \psi = 0 \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial r} &= \frac{\partial \psi_2}{\partial r}, \quad \mu \left(\varphi_1 + \frac{2}{\delta} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right) = \varphi_2 + \frac{2}{\delta} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \end{aligned} \quad (1.3)$$

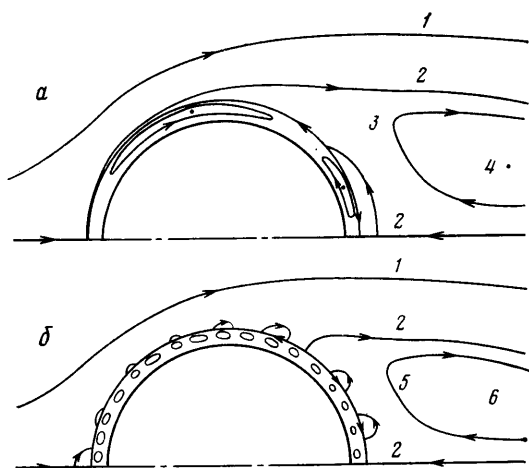
причем для функции тока и завихренности они остаются такими же, как и в изотермическом случае [1].

Решение задачи (1.1)–(1.3) полностью определяется критериальными комплексами Re , Pr , Gr_m и безразмерными отношениями δ , γ , σ , λ , μ . Характеристикой теплоотдачи цилиндра служит среднее число Нуссельта

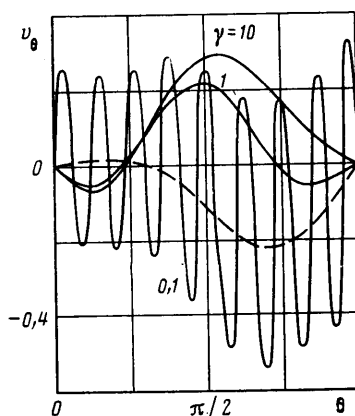
$$\text{Nu} = -\frac{\gamma}{\pi} \int_0^\pi \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} d\theta$$

Для нахождения решения применялся по существу тот же вычислительный алгоритм, что и в [1]. Производные от температуры на границах аппроксимировались со вторым порядком на минимальном шаблоне, а уравнения переноса тепла — по аналогии с уравнениями завихренности. Как и в [1], радиус «бесконечности» задавался равным 20 радиусам цилиндра, т. е. расчеты выполнялись при $r_\infty = 20$.

2. Результаты. Вычислительный эксперимент проводился при $\delta = 1,1$, $\text{Re} = 50$, $\text{Pr} = 1$, $\lambda = 1$, $\sigma = 1$. Параметр относительной теплопроводности варьировался на интервале $0,1 \leq \gamma \leq 10$, а для относительной вязкости рассматривались три значения: $\mu = 0,01$; 1; 10. Параметром термомантической кон-



Фиг. 1



Фиг. 2

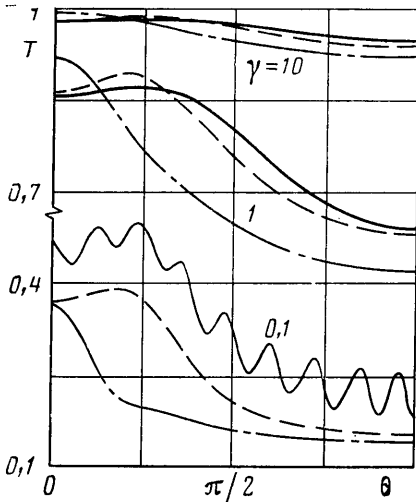
векции выбиралось магнитное число Релея $Ra_m = Gr_m Pr \mu \sigma / \gamma$, которому присваивались преимущественно два значения: 0 (конвекция отсутствует) и 10^7 .

На фиг. 1, а, б изображены картины течения при $Ra_m = 10^7$, $\mu = 1$, $\gamma = 10$ и 0,1 соответственно. Цифрами 1–6 отмечены линии тока, соответствующие значениям $\psi = 0,25$; 0; $-0,0335$; $-0,067$; $-0,0243$; $-0,0486$. Показанные картины весьма сильно отличаются от структуры движения, присутствующей при $Ra_m = 0$ [1]. Видно, что механизм термомагнитной конвекции может возбуждать в слое покрытия два типа движений. При $\gamma = 0,1$ устанавливается многоячейковая периодическая структура, напоминающая бенаровскую в подогреваемом снизу горизонтальном слое жидкости в поле силы тяжести [5]. Направление циркуляции в этих ячейках чередуется, порождая систему изолированных локальных вихрей на внешней стороне поверхности раздела. При $\gamma = 10$ в рассматриваемом полукольцевом слое термоконвективная структура состоит из двух серповидных ячеек, более крупная из которых циркулирует на границе раздела в направлении, противоположном набегающему потоку, способствуя натеканию отрывного вихря на магнитожидкостное покрытие. Отметим, что при $\gamma = 10$ отрывной угол достиг предельного значения π и область отрывного вихря сомкнулась вокруг покрытия.

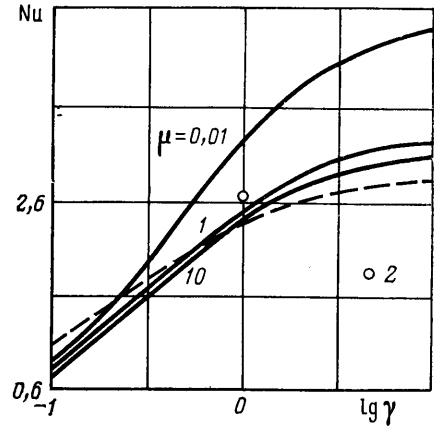
При $\mu = 0,01$ расчеты не выявили заметного вклада конвекции как в структуру и интенсивность течения, так и в распределение температуры в расчетной области: решения, найденные при $Ra_m = 0$ и 10^7 , почти совпали.

На фиг. 2, 3 приведены профили скорости и температуры на границе раздела жидкостей, полученные при $\gamma = 0,1$; 1 и 10; штриховые линии соответствуют $\mu = 1$, $Ra_m = 0$, сплошные — $\mu = 1$, $Ra_m = 10^7$, штрихпунктирные — $\mu = 0,01$, $Ra_m = 0$; 10^7 . Осциллирующее поведение графиков при $\gamma = 0,1$, $Ra_m = 10^7$ объясняется периодическим характером конвективных движений магнитной жидкости. Наблюдается существенное охлаждение поверхности раздела при уменьшении γ . Влияние конвективного параметра Ra_m на температурный профиль становится ощутимым лишь в условиях многоячейковой конвекции, которая улучшает отвод тепла от цилиндра и несколько повышает температуру на границе раздела.

Выяснилось, что изменения, происходящие в структуре течения из-за возникновения термомагнитной конвекции, отражаются на гидродинамическом сопротивлении цилиндра с покрытием лишь при разбухании зоны отрывного вихря. В самом неблагоприятном случае $\gamma = 10$, $Ra_m = 10^7$ вели-



Фиг. 3



Фиг. 4

чина гидродинамического сопротивления оказалась на 13% выше, чем при $Ra_m=0$.

Изучим возможность управления интенсивностью теплоотдачи цилиндра путем изменения теплофизических свойств магнитной жидкости. На фиг. 4 представлены графики зависимости числа Нуссельта от параметра γ при различных μ ; сплошные линии соответствуют $Ra_m=0$, штриховая — $Ra_m=10^7$, $\mu=1$. Точкой 2 отмечено значение, вычисленное с помощью интерполяционной формулы [6]

$$Nu=0,662 Pr^{0,33}(Re/\pi)^{0,5}$$

описывающей теплоотдачу цилиндра без покрытия на основании экспериментальных данных. Ясно, что значение Nu , найденное по этой формуле, наиболее отвечает в расчетах случаю $\gamma=1$, $\mu=1$, $Ra_m=0$. То, что оно лежит несколько выше расчетного, связано с циркуляционным характером движения в слое покрытия. За счет снижения вязкости и повышения теплопроводности магнитожидкостного покрытия интенсивность теплоотдачи можно увеличить вдвое. Покрытие с низким коэффициентом теплопроводности создает вокруг цилиндрического проводника слой жидкой теплоизоляции. При $\mu=0,01$ механизм термомагнитной конвекции практически не влияет на теплоотдачу. В остальных случаях закономерность такова: при малых γ возникновение конвекции улучшает теплоотвод, а при $\gamma \geq 1$ — ухудшает. Это объясняется особенностями конвективной структуры, о которых говорилось выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полевиков В. К. Численное исследование гидродинамического сопротивления кругового цилиндра, покрытого тонким слоем магнитной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 11–16.
2. Полевиков В. К., Фертман В. Е. Исследование теплообмена через горизонтальный кольцевой слой магнитной жидкости при охлаждении цилиндрических проводников с током // Магнитная гидродинамика. 1977. № 1. С. 15–21.
3. Фертман В. Е. Магнитные жидкости — естественная конвекция и теплообмен. Минск: Наука и техника, 1978. 206 с.
4. Башговой В. Г., Берковский Б. М., Вислович А. Н. Введение в термомеханику магнитных жидкостей. М.: ИВТАН СССР, 1985. 188 с.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
6. Льюк А. В. Теплообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. 479 с.

Минск

Поступила в редакцию
5.XI.1987