

УДК 532.529.5:532.517.4

ОСАЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ИЗ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

ДЕРЕВИЧ И. В., ЗАЙЧИК Л. И.

Изучению осаждения частиц на стенках труб и каналов из газодисперсных турбулентных потоков посвящено значительное количество экспериментальных и теоретических работ, обзор которых можно найти, например, в [1–3]. Для относительно небольших хорошо вовлекающихся в пульсационное движение несущего потока частиц основными вызывающими осаждение механизмами являются турбулентные диффузии и миграция частиц, обусловленные соответственно поперечными градиентами концентрации частиц и интенсивности пульсаций газа; при этом влияние таких факторов, как осредненное скольжение между фазами, сила тяжести и эффект Магнуса, носит второстепенный характер. Большинство расчетных схем для анализа осаждения частиц основано на обычном уравнении диффузии; в рамках такого подхода для эффективного описания турбулентной миграции частиц необходимо ввести понятие свободнойнерционного пробега частиц в пристеночной области (см., например, [4, 5]) или другие физически не очень обоснованные модели. Непосредственный учет миграционного механизма осаждения частиц из турбулентного потока содержится в [2, 6]. Сложная проблема возникает также с формулировкой граничного условия для уравнения диффузии на поглощаемой поверхности. В качестве граничного условия на полностью поглощающей стенке наиболее часто принимается равенство нулю концентрации частиц. Обсуждение граничного условия для уравнения диффузии содержится в [2, 7, 8]. Особенно интересным представляется метод расчета осаждения частиц, основанный на решении кинетического уравнения для плотности вероятности распределения частиц по координатам и скоростям [3]. Однако расчет, основанный на непосредственном решении кинетического уравнения в пространстве координат и скоростей, для реального турбулентного потока оказывается довольно трудоемким.

В настоящей работе на основе построенного кинетического уравнения для плотности вероятности распределения частиц в турбулентном потоке получены уравнения диффузии и граничное условие. Такой подход позволяет достаточно просто провести расчет осаждения без введения дополнительной эмпирической информации, связанной с частицами (эмпирические постоянные необходимы только для расчета характеристик несущего турбулентного потока).

1. Уравнение движения одиночной твердой сферической частицы записывается в виде

$$\frac{dv_{pi}}{dt} = \frac{u_i(\mathbf{R}_p(t), t) - v_{pi}(t)}{\tau} + F_i(\mathbf{R}_p(t), t) + f_i(\mathbf{R}_p(t), t) \quad (1.1)$$

$$\frac{dR_{pi}}{dt} = v_{pi}, \quad \tau = \frac{2\rho_2 a^2}{9\rho_1 \nu} \frac{1+2\alpha\lambda/a}{1+3\alpha\lambda/a}$$

где $\mathbf{R}_p(t)$ и $\mathbf{v}_p(t)$ — координата и скорость частицы, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ — скорость несущего турбулентного потока жидкой фазы, τ — время динамической релаксации стоксовой частицы с учетом скольжения молекул газа на поверхности, ρ_1 и ρ_2 — плотности жидкой и твердой фаз, ν — кинематическая вязкость жидкой фазы, λ — длина свободного пробега молекул в жидкости, a — радиус частиц, α — коэффициент скольжения (порядка единицы). Первый член в правой части (1.1) описывает силу вязкого взаимодействия между фазами в стоксовом приближении; второй член $F_i(\mathbf{x}, t)$ определяет внешнюю силу, действующую на частицу (например, силу тяжести); последний член $f_i(\mathbf{x}, t)$ обусловлен случайной силой, действующей на частицу в δ -коррелированном по времени случайном поле, и связан с явлением броуновского движения.

При записи уравнения (1.1) предполагается, что плотность жидкой фазы существенно меньше плотности материала частиц, поэтому силы, обусловленные градиентом давления в жидкости, присоединенной массой и нестационарностью обтекания (сила Бассэ), могут не учитываться. Выражение (1.1) представляет собой уравнение Ланжевена, зависящее от двух случайных некоррелированных между собой полей, описывающих скорость несущего турбулентного потока \mathbf{u} и броуновское движение \mathbf{f} . Средняя весовая (и тем более объемная) концентрация частиц считается небольшой, поэтому обратным влиянием частиц друг с другом в результате столкновений можно пренебречь.

Введем функцию распределения частиц по координатам \mathbf{x} и скоростям \mathbf{v} в фазовом пространстве

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p(t)) \rangle \quad (1.2)$$

где осреднение производится по реализациям турбулентного потока и случайного поля \mathbf{f} .

Дифференцируем (1.2) по времени с учетом (1.1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) \frac{dR_{pk}}{dt} \right\rangle - \frac{\partial}{\partial v_k} \left\langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) \frac{dv_{pk}}{dt} \right\rangle = \\ &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) v_{pk} \rangle - \frac{\partial}{\partial v_k} \left\langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{u_k - v_{pk}}{\tau} + F_k + f_k \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p(t)) v_{pk}(t) \rangle = v_k p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (1.4)$$

Скорость несущей фазы представим в виде осредненного и пульсационного слагаемых

$$u_k(\mathbf{x}, t) = U_k(\mathbf{x}, t) + u_k'(\mathbf{x}, t), \quad U_k = \langle u_k \rangle, \quad \langle u_k' \rangle = 0 \quad (1.5)$$

Тогда из выражения (1.3) с учетом (1.4) и (1.5) получаем следующее уравнение для функции распределения:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v_k \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial v_k} \left(\frac{U_k - v_k}{\tau} + F_k \right) p + \frac{\partial}{\partial v_k} \left(\frac{\langle p u_k' \rangle}{\tau} + \langle p f_k \rangle \right) = 0 \quad (1.6)$$

$$\langle p u_k' \rangle = \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) u_k' \rangle, \quad \langle p f_k \rangle = \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) f_k \rangle$$

Чтобы получить замкнутое уравнение для p , необходимо найти выражения для корреляций $\langle p u_k' \rangle$ и $\langle p f_k \rangle$. Для вычисления этих корреляций воспользуемся формулой Фуруцу — Новикова [9], предполагая, что случайные поля u_k' и f_k гауссовы

$$\langle z(\mathbf{x}) R[z] \rangle = \int d\mathbf{x}_1 \langle z(\mathbf{x}) z(\mathbf{x}_1) \rangle \left\langle \frac{\delta R[z(\mathbf{x})]}{\delta z(\mathbf{x}_1)} \right\rangle \quad (1.7)$$

где $z(\mathbf{x})$ — случайный процесс в пространстве \mathbf{x} ; $R[z]$ — функционал, зависящий от случайного процесса; $\delta R/\delta z$ — функциональная (вариационная) производная.

Согласно (1.7) и (1.2), имеем

$$\langle p u_i' \rangle = \iint \langle u_i'(\mathbf{x}, t) u_k'(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle \frac{\delta p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\delta u_k'(\mathbf{x}_1, t_1)} d\mathbf{x}_1 dt_1 \quad (1.8)$$

$$\frac{\delta p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\delta u_k'(\mathbf{x}_1, t_1)} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p(t)) \frac{\delta R_{pj}(t)}{\delta u_k'(\mathbf{x}_1, t_1)} \right\rangle -$$

$$-\frac{\partial}{\partial v_j} \left\langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}_p(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p(t)) \frac{\delta v_{pi}(t)}{\delta u_k'(\mathbf{x}_1, t_1)} \right\rangle \quad (1.9)$$

Для нахождения функциональных производных в (1.9) запишем уравнения движения одиночной частицы (1.1) в интегральной форме

$$v_{pi}(t) = v_{pi}(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \int_0^t \left[\frac{u_i(\mathbf{R}_p(t_1), t_1)}{\tau} + F_i(\mathbf{R}_p(t_1), t_1) + f_i(\mathbf{R}_p(t_1), t_1) \right] \times \\ \times \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) dt_1, \quad R_{pi}(t) = R_{pi}(0) + \int_0^t v_{pi}(t_1) dt_1 \quad (1.10)$$

Применим к (1.10) оператор функционального дифференцирования, принимая во внимание соотношение $\delta u_i(\mathbf{x}, t) / \delta u_j(\mathbf{x}_1, t_1) = \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) \delta(t - t_1)$, принцип причинности [9] и отсутствие зависимости начальных условий $v_{pi}(0)$ и $R_{pi}(0)$ от u_i' . С целью получения кинетического уравнения для частиц, в которое входят производные по координатам и скоростям не выше второго порядка, пренебрегаем пространственной неоднородностью поля скорости несущего потока при вычислении функциональных производных. В результате получаем

$$\frac{\delta v_{pi}(t)}{\delta u_j'(\mathbf{x}_1, t_1)} = \frac{1}{\tau} e^{-\beta} \delta_{ij} \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{R}_p(t_1)), \quad \beta = \frac{t-t_1}{\tau} \quad (1.11)$$

$$\frac{\delta R_{pi}(t)}{\delta u_j'(\mathbf{x}_1, t_1)} = \int_{t_1}^t \frac{\delta v_{pi}(t_2)}{\delta u_j'(\mathbf{x}_1, t_1)} dt_2 = (1 - e^{-\beta}) \delta_{ij} \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{R}_p(t_1))$$

С учетом (1.9) и (1.11) из (1.8) следует:

$$\langle p u_i' \rangle = \tau g \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial p}{\partial x_k} - f_i \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial p}{\partial v_k} \quad (1.12)$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\infty \langle u_i'(\mathbf{x}, t) u_j'(\mathbf{R}_p(t_1), t_1) \rangle (1 - e^{-\beta}) dt_1 = g \langle u_i' u_j' \rangle$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\infty \langle u_i'(\mathbf{x}, t) u_j'(\mathbf{R}_p(t_1), t_1) \rangle e^{-\beta} dt_1 = f_i \langle u_i' u_j' \rangle$$

где $\langle u_i' u_j' \rangle$ — вторые одноточечные одновременные моменты пульсаций скорости несущего потока.

Аппроксимируя двухвременные корреляционные моменты при $\mathbf{R}_p(t) = \mathbf{x}$ ступенчатой функцией [10]

$$\langle u_i'(\mathbf{x}, t) u_j'(\mathbf{R}_p(t_1), t_1) \rangle = \begin{cases} \langle u_i' u_j' \rangle, & |t_1 - t| \leq T \\ 0, & |t_1 - t| > T \end{cases}$$

где T — время взаимодействия частицы с турбулентным моле, получим следующие выражения для коэффициентов вовлечения частиц в пульсационное движение несущего потока:

$$f_i = 1 - \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right), \quad g = \frac{T}{\tau} - 1 + \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) \quad (1.13)$$

Случайное поле f_i считаем δ -коррелированным во времени, т. е. при $\mathbf{R}_p(t) = \mathbf{x}$

$$\langle f_i(\mathbf{x}, t) f_j(\mathbf{R}_p(t_1), t_1) \rangle = D \delta(t - t_1) \delta_{ij} / \tau$$

$$D = \frac{(1+3\alpha\lambda/a)k\theta}{6\pi\rho_1\nu a(1+2\alpha\lambda/a)}$$

где D — коэффициент броуновской диффузии; k — постоянная Больцмана; θ — температура.

Тогда

$$\langle pf_i \rangle = \iint \langle f_i(\mathbf{x}, t) f_k(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle \frac{\delta p(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\delta f_k(\mathbf{x}_1, t_1)} d\mathbf{x}_1 dt_1 = -\frac{D}{\tau^2} \delta_{ik} \frac{\partial p}{\partial v_k} \quad (1.14)$$

Подставляя (1.12) и (1.14) в (1.6), получаем замкнутое уравнение для функции плотности вероятности распределения частиц по координатам и скоростям в турбулентном потоке

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + v_k \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial v_k} \left(\frac{U_k - v_k}{\tau} + F_k \right) p = g \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial v_k} + \\ + \frac{f_i}{\tau} \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial^2 p}{\partial v_i \partial v_k} + \frac{D}{\tau^2} \frac{\partial^2 p}{\partial v_k \partial v_k} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Для ламинарного течения ($\langle u_i' u_k' \rangle = 0$) уравнение (1.15) переходит в уравнение Фоккера — Планка для функции распределения броуновских частиц [9, 11]. При $\tau \gg T$ ($D \approx 0$, $f_i \approx T/\tau$, $g \approx T^2/2\tau^2 \approx 0$) уравнение (1.15) согласуется с уравнением для плотности вероятности распределения крупных частиц в турбулентном потоке [2].

Получим из (1.15) уравнения для моментов. Интегрируя уравнение (1.15) по всему объему в пространстве скоростей, получим уравнение баланса массы твердой фазы

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} C V_k = 0 \quad C = \int p dv, \quad V_k = \frac{1}{C} \int v_k p dv \quad (1.16)$$

Здесь C — концентрация частиц; V_k — средняя скорость твердой фазы. Умножая (1.15) на v_i и интегрируя по \mathbf{v} , получаем уравнение для осредненной скорости твердой фазы [12]

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial \langle v_i' v_k' \rangle}{\partial x_k} + \frac{U_i - V_i}{\tau} + F_i - \frac{D_{ik}}{\tau} \frac{\partial \ln C}{\partial x_k} \quad (1.17)$$

$$\langle v_i' v_k' \rangle = \frac{1}{C} \int v_i' v_k' p dv, \quad D_{ik} = \tau (\langle v_i' v_k' \rangle + g \langle u_i' u_k' \rangle), \quad v_i' = v_i - V_i$$

Здесь $\langle v_i' v_k' \rangle$ — тензор напряжений в твердой фазе; D_{ik} — тензор диффузии. Первый член в правой части (1.17) описывает появление напряжений в твердой фазе в результате вовлечения частиц в турбулентное движение несущего потока и броуновское движение, последний член определяет так называемую диффузионную силу. Умножая (1.16) на $v_i' v_j'$ и выполняя интегрирование по \mathbf{v} , получаем уравнение для вторых моментов пульсаций скорости твердой фазы

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle v_i' v_j' \rangle}{\partial t} + V_k \frac{\partial \langle v_i' v_j' \rangle}{\partial x_k} + (\langle v_i' v_k' \rangle + g \langle u_i' u_k' \rangle) \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + \\ + (\langle v_j' v_k' \rangle + g \langle u_j' u_k' \rangle) \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{1}{C} \frac{\partial}{\partial x_k} (C \langle v_i' v_j' v_k' \rangle) = \\ = \frac{2}{\tau} \left(f_i \langle u_i' u_j' \rangle + \frac{D}{\tau} \delta_{ij} - \langle v_i' v_j' \rangle \right) \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\langle v_i' v_j' v_k' \rangle = \frac{1}{C} \int v_i' v_j' v_k' p dv$$

Из уравнения (1.18) в приближении, не учитывающем нестационарность и неоднородность поля скорости твердой фазы (вернее, в локальном стационарном и однородном приближении), получается следующее выражение для напряжений:

$$\langle v_i' v_j' \rangle = f_i \langle u_i' u_j' \rangle + \frac{D}{\tau} \delta_{ij} \quad (1.19)$$

Из выражения (1.19) следует, что мелкие частицы полностью вовлекаются в турбулентное движение несущего потока (т. е. $f_i \rightarrow 1$ при $\tau/T \rightarrow 0$) и, наоборот, крупные частицы в пульсационное движение не вовлекаются (так как $f_i \rightarrow 0$ при $\tau/T \rightarrow \infty$).

Без учета конвективных членов из уравнения (1.17) получается следующее выражение для средней скорости твердой фазы:

$$V_i = U_i + \tau F_i - \tau \frac{\partial \langle v_i' v_k' \rangle}{\partial x_k} - D_{ik} \frac{\partial \ln C}{\partial x_k} \quad (1.20)$$

Уравнение баланса массы твердой фазы (1.16) с учетом (1.19) и (1.20) принимает вид уравнения диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(U_k + \tau F_k) C] = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[D_{ik} \frac{\partial C}{\partial x_i} + C \frac{\partial}{\partial x_i} (q d_{ik} + D \delta_{ik}) \right] \quad (1.21)$$

$$D_{ij} = d_{ij} + D \delta_{ij}, \quad d_{ij} = T \langle u_i' u_j' \rangle, \quad q = \tau f_i / T$$

Здесь d_{ij} — коэффициент турбулентной диффузии; q — коэффициент миграции. Уравнение (1.21) в отличие от обычного уравнения диффузии с правой частью $\partial(D_{ik} \partial C / \partial x_i) / \partial x_k$ наряду с диффузионным переносом описывает также миграционный перенос частиц, обусловленный главным образом неоднородностью поля турбулентных пульсаций несущего потока. С увеличением размера частиц коэффициент миграции q возрастает от нуля до единицы; поэтому если осаждение мелких частиц ($\tau/T \ll 1$) определяется в первую очередь процессом турбулентной и броуновской диффузии, то с ростом размера частиц роль миграционного механизма повышается и осаждение относительно крупных частиц ($\tau/T \sim 1$) определяется в существенной степени процессом турбулентной миграции.

2. С целью получения граничного условия для уравнения (1.21) на полностью или частично поглощающей частицы стенке построим решение уравнения (1.15) в тонком кинетическом слое вблизи поверхности. В уравнении (1.15) применительно к этому слою могут быть оставлены только члены, относящиеся к проекции на нормальное к стенке направление y

$$\frac{(qD_T + D)}{\tau} \frac{\partial^2 p}{\partial v_y^2} + \frac{\partial v_y p}{\partial v_y} = \tau v_y \frac{\partial p}{\partial y} + (U_y + \tau F_y) \frac{\partial p}{\partial v_y} - (1-q) D_T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial v_y} \right) \quad (2.1)$$

где $D_T = T \langle u_y'^2 \rangle$. Уравнение (2.1) решаем методом возмущений, рассматривая правую часть как возмущающий фактор, т. е. представляя решение в виде ряда $p = p_1 + p_2$, где первый (равновесный) член имеет вид

$$p_1 = C \left[\frac{\tau}{2\pi(qD_T + D)} \right]^{1/2} \exp \left[- \frac{\tau v_y^2}{2(qD_T + D)} \right]$$

Функция p_2 определяется из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{(qD_T + D)}{\tau} \frac{\partial^2 p_2}{\partial v_y^2} + \frac{\partial v_y p_2}{\partial v_y} &= \tau v_y \frac{\partial p_1}{\partial y} + (V_y + \tau F_y) \frac{\partial p_1}{\partial v_y} - (1-q) D_T \frac{\partial^2 p_1}{\partial y \partial v_y} = \\ &= \left[\frac{\tau^3}{2\pi(qD_T + D)} \right]^{1/2} \exp \left[- \frac{\tau v_y^2}{2(qD_T + D)} \right] \frac{v_y}{(qD_T + D)} \left\{ (D_T + D) \frac{dC}{dy} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{C}{2} \left[\frac{\tau(D_T+D)v_y^2}{qD_T+D} - 3D_T+2qD_T-D \right] \frac{d \ln(qD_T+D)}{dy} - (U_y+\tau F_y)C \} \quad (2.2)$$

Решением уравнения (2.2) будет

$$p_2 = - \left[\frac{\tau^3}{2\pi(qD_T+D)} \right]^{1/2} \exp \left[- \frac{\tau v_y^2}{2(qD_T+D)} \right] \frac{v_y}{(qD_T+D)} \left\{ (D_T+D) \frac{dC}{dy} + \right. \\ \left. + \frac{C}{2} \left[(2q-1)D_T+D + \frac{(D_T+D)\tau v_y^2}{3(qD_T+D)} \right] \frac{d \ln(qD_T+D)}{dy} - (V_y+\tau F_y)C \right\}$$

Итак, решение уравнения (2.1) во втором приближении имеет вид

$$p = C \left[\frac{\tau}{2\pi(qD_T+D)} \right]^{1/2} \exp \left[- \frac{\tau v_y^2}{2\pi(qD_T+D)} \right] \left\{ 1 - \frac{\tau v_y}{qD_T+D} \left[(D_T+D) \frac{d \ln C}{dy} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} (2qD_T-D_T+D) + \frac{(D_T+D)\tau v_y^2}{3(qD_T+D)} \right] \frac{d \ln(qD_T+D)}{dy} - (U_y+\tau F_y) \right\} \quad (2.3)$$

На основе решения (2.3) определим падающий на стенку J_f и отраженный от стенки J_r потоки частиц

$$J_f = - \int_{-\infty}^0 v_y p dv_y = \left(\frac{qD_T+D}{2\pi\tau} \right)^{1/2} C - (U_y+\tau F_y) \frac{C}{2} + \frac{(D_T+D)}{2} \times \\ \times \frac{dC}{dy} + \frac{C}{2} \frac{d(qD_T+D)}{dy} \quad (2.4)$$

$$J_r = \int_0^{\infty} v_y p dv_y = \left(\frac{qD_T+D}{2\pi\tau} \right)^{1/2} C + (U_y+\tau F_y) \frac{C}{2} - \frac{(D_T+D)}{2} \frac{dC}{dy} - \frac{C}{2} \frac{d(qD_T+D)}{dy}$$

Все величины в формулах (2.4) соответствуют своим значениям на стенке. Физические свойства поверхности с точки зрения отражения или поглощения частиц будем характеризовать коэффициентом отражения χ , равным вероятности отрыва от стенки достигшей ее частицы (возвращения в поток столкнувшейся со стенкой частицы), или коэффициентом поглощения $1-\chi$, равным вероятности закрепления частицы на стенке. Таким образом, коэффициент отражения равен отношению отраженного и падающего потоков частиц

$$\chi = J_r/J_f \quad (2.5)$$

Подставляя выражения (2.4) в (2.5), получаем следующее граничное условие для уравнения диффузии частиц (1.21):

$$C_w = \frac{1+\chi}{1-\chi} \left(\frac{\pi\tau}{2(qD_T+D)} \right)^{1/2} \left[(D_T+D) \frac{dC}{dy} + C \frac{d(qD_T+D)}{dy} - (U_y+\tau F_y)C \right] = \\ = \frac{1+\chi}{1-\chi} \left(\frac{\pi\tau}{2(qD_T+D)} \right)^{1/2} J_w \quad (2.6)$$

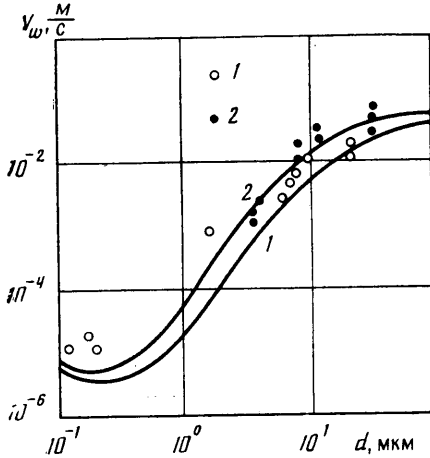
где $J_w = J_f - J_r$. Граничное условие связывает концентрацию частиц на стенке C_w и поток частиц через стенку J_w . Слагаемые в квадратных скобках в (2.6) определяют соответственно диффузионный, миграционный и конвективный потоки частиц на стенку. Из (2.6) следует, что вопреки широко распространенному в литературе мнению концентрация частиц даже на полностью поглощающей поверхности ($\chi=0$) не равна нулю. Для полно-

стью отражающей поверхности ($\chi=1$) из (2.6), естественно, получается $J_w=0$.

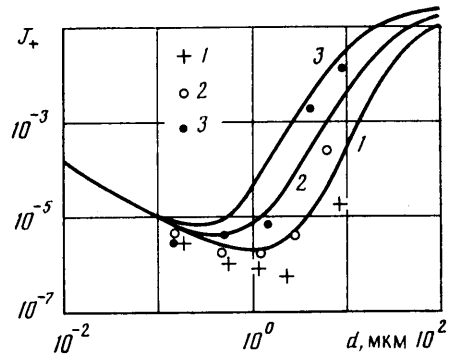
3. Рассмотрим процесс осаждения частиц из стационарного гидродинамически развитого турбулентного потока в плоскопараллельном или цилиндрическом канале. Уравнение диффузии (1.21) в приближении пограничного слоя без учета действия массовых сил имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x}(r^\alpha U_x C) = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^\alpha \left[(D_T + D) \frac{\partial C}{\partial r} + C \frac{\partial}{\partial r} (q D_T + D) \right] \right\} \quad (3.1)$$

где x и $r=1-y$ — координаты в продольном и поперечном направлениях, $\alpha=0$ и 1



Фиг. 1



Фиг. 2

соответственно для плоскопараллельного и цилиндрического каналов. Интегрируя (3.1) по сечению канала, получаем

$$\frac{dU_m C_m}{dx} = - \frac{2^\alpha}{r_w} J_w \quad (3.2)$$

$$U_m = 2^\alpha \int_0^{r_w} r^\alpha U_x dr / r_w^{1+\alpha}, \quad C_m = 2^\alpha \int_0^{r_w} r^\alpha C U_x dr / r_w^{1+\alpha} U_m$$

где U_m и C_m — среднемассовые скорость потока и концентрация частиц, r_w — радиус канала. Для области гидродинамически стабилизированного течения в уравнении (3.1) полагаем $\partial U_x C / \partial x = dU_m C_m / dx$. Тогда, принимая во внимание (3.2), получаем следующее уравнение для расчета распределения частиц по сечению канала:

$$(D_T + D) \frac{\partial C}{\partial r} + C \frac{\partial}{\partial r} (q D_T + D) = - \frac{r}{r_w} J_w \quad (3.3)$$

Коэффициент турбулентной диффузии частиц в (3.3) считаем равным коэффициенту турбулентной вязкости несущего потока $D_T = \nu_T$. Коэффициент турбулентной вязкости рассчитывается по формуле

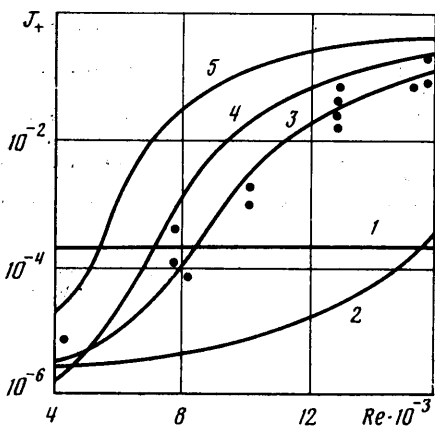
$$\frac{\nu_T}{\nu} = \frac{\kappa}{3} y_+ (2 - y_+) \left[\frac{1}{2} + (1 - y_+)^2 \right] \left[1 - \exp \left(- \frac{\kappa y_+^3}{A^2} \right) \right]$$

переходящей вдали от стенки в формулу Рейхардта, а при $y \rightarrow 0$ — в соотношение Ван-Дрифта — Дайслера [13] ($y_0 = y/r_w$, $y_+ = y u_* / \nu$, $\kappa = 0,4$, $A = 26$). Величина T полагается равной интегральному временному масштабу турбулентности и в соответствии с экспериментальными данными, приведенными в обзоре [14], принимается $T_* = T u_*^2 / \nu = 200$. При решении уравнения (3.3) граничное условие (2.6), связывающее концентрацию частиц на стенке с потоком частиц через стенку канала, записывается на расстоянии от стенки, равном радиусу частицы a .

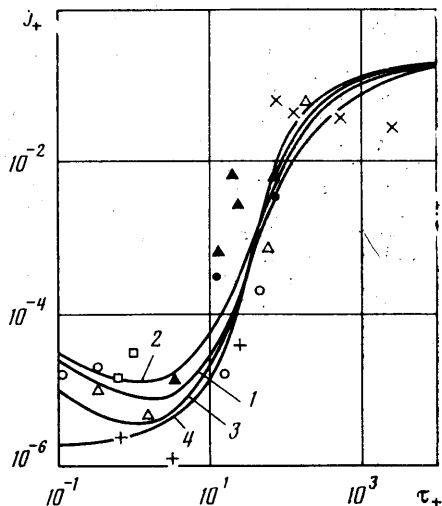
На фиг. 1 и 2 показано сравнение результатов расчета скорости осаждения частиц

$V_w = J_w/C_m$ или $J_+ = V_w/u_*$ (u_* — динамическая скорость) с экспериментальными данными. Кривые 1 и 2 на фиг. 1 соответствуют экспериментальным данным [15] для чисел Рейнольдса $Re = 2r_w U_m/\nu = 2,8 \cdot 10^5$ и $5 \cdot 10^5$; кривые 1–3 на фиг. 2 соответствуют экспериментальным данным [4] для скоростей потока $U_m = 7,6; 17,6; 26,6$ м/с. Обращает внимание наличие минимума в зависимости скорости осаждения от диаметра частиц d . Первоначальное падение скорости осаждения объясняется уменьшением коэффициента броуновской диффузии с ростом размера частиц. В этой области (для частиц меньших микрона) основным механизмом осаждения является диффузия. С ростом диаметра частиц увеличивается скорость турбулентной миграции, обусловленной неоднородностью распределения интенсивности турбулентных пульсаций по сечению канала, что и приводит к возрастанию скорости осаждения. Для частиц порядка 100 мкм безразмерная скорость осаждения достигает максимального значения $J_+ \approx 0,2$.

С ростом скорости потока U_m скорость осаждения V_w также возрастает, что связано с увеличением интенсивности процесса осаждения частиц под действием как



Фиг. 3



Фиг. 4

турбулентной диффузии, так и турбулентной миграции. На фиг. 3 представлены результаты расчета зависимости безразмерной скорости осаждения J_+ от числа Рейнольдса для трубы радиуса 2,5 мм (кривые 1–5 соответствуют диаметрам частиц 0,01; 0,27; 0,81; 2; 8 мкм; экспериментальные точки [16] для $d = 0,81$ мкм). Из фиг. 2 и 3 видно, что для субмикронных частиц ($d < 0,1$ мкм) величина J_+ практически не зависит от числа Рейнольдса, так как скорость осаждения частиц V_w в результате диффузии пропорциональна динамической скорости u_* .

На фиг. 4 показано сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными, представленными в широко распространенной в литературе форме в виде зависимости J_+ от безразмерного времени релаксации частиц $\tau_+ = \tau u_*^2/\nu$ (кривые 1, 2 соответствуют радиусу трубы 0,015 м и скоростям потока 10; 30 м/с; кривая 3 — $r_w = 0,3$ м, $U_m = 30$ м/с; кривая 4 — $r_w = 0,025$ м, $U_m = 30$ м/с; экспериментальные данные взяты из [2]).

Видно, что относительно хорошая корреляция результатов расчета в этих переменных имеет место только для инерционных частиц ($\tau_+ > 10$), а для мелких частиц существенным параметром является также их размер. Это связано с тем, что интенсивность осаждения инерционных частиц определяется процессами турбулентной природы — турбулентной диффузией и турбулентной миграцией. Для мелких частиц ($\tau_+ < 1$) скорость осаждения определяется не только интенсивностью турбулентного переноса, но и броуновской диффузией и, следовательно, существенным образом зависит от абсолютного размера частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Роухайнен, Сташевич. Об осаждении частиц небольших размеров из турбулентных потоков // Теплопередача. 1970. Т. 92. № 1. С. 118–127.
2. Медников Е. П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. М.: Наука, 1981. 176 с.
3. Крошилин А. Е., Кузаренко В. Н., Нигматулин Б. И. Осаждение частиц на стенку канала в градиентном турбулентном дисперсном потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 57–63.

4. *Friedlander S. K., Johnstone H. F.* Deposition of suspended particles from turbulent gas stream // *Ind. and Eng. Chem.* 1957. V. 49. № 7. P. 1151–1156.
5. *Менгютюрк, Свердруп.* Теория осаждения мелких частиц в двумерных пограничных слоях и ее применение к газовым турбинам // *Энерг. машины и установки.* 1982. Т. 104. № 1. С. 47–56.
6. *Caporali M., Tampieri F., Trombetti F., Vittori O.* Transfer of particles in non-isotropic air turbulence // *J. Atmos. Sci.* 1975. V. 32. № 3. P. 565–568.
7. *Монин А. С.* О граничном условии на поверхности Земли для диффундирующей примеси // *Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха.* М.: Изд-во иностр. лит., 1962. С. 477–478.
8. *Спокойный Ф. Е., Горбис З. Г.* Исследование полей концентрации мелких частиц в осесимметричном турбулентном газовом потоке // *Энергетика и транспорт.* 1977. № 4. С. 121–130.
9. *Кляцкин В. И.* Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1980. 336 с.
10. *Деревич И. В., Ерошенко В. М., Зайчик Л. И.* Влияние частиц на интенсивность турбулентного переноса запыленного газа // *Инж.-физ. журн.* 1983. Т. 45. № 4. С. 554–560.
11. *Волощук В. М., Седунов Ю. С.* Процессы коагуляции в дисперсных системах. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 320 с.
12. *Деревич И. В., Ерошенко В. М., Зайчик Л. И.* Влияние частиц на турбулентное течение в каналах // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1985. № 1. С. 40–48.
13. *Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А.* Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Энергоатомиздат, 1986. 472 с.
14. *Кириллов П. Л.* О влиянии теплофизических свойств поверхности на теплоотдачу при турбулентном течении // *Инж.-физ. журн.* 1986. Т. 50. № 3. С. 501–512.
15. *Sehmel G. A.* Particle eddy diffusivities and deposition velocities for isothermal flow and smooth surfaces // *J. Aerosol. Sci.* 1973. V. 4. № 2. P. 125–138.
16. *Sehmel G. A.* Particle deposition from turbulent air flow // *J. Geophys. Res.* 1970. V. 75. № 9. P. 1766–1781.

Москва

Поступила в редакцию
22.VI.1987