

УДК 532.529

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН И СКАЧКОВ КОНЦЕНТРАЦИИ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ ГАЗОМ СЛОЕ СЛАБОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

СЕРГЕЕВ Ю. А.

На основе модели псевдоожигенного слоя как среды, состоящей из двух взаимодействующих взаимопроникающих идеальных жидкостей, исследуется влияние эффективного давления псевдогаза дисперсной фазы, обусловленного хаотическим движением твердых частиц, на распространение одномерных волн и скачков концентрации фаз в псевдоожигенном слое. Система уравнений, описывающая движение фаз псевдоожигенного слоя [1-3], включает уравнение сохранения кинетической энергии мелкомасштабного движения дисперсной фазы и уравнение состояния псевдогаза твердых частиц, определяющее связь между эффективным давлением дисперсной фазы, кинетической энергией мелкомасштабного движения и концентрацией твердых частиц. В предположении малой скорости генерации и диссипации кинетической энергии хаотического движения исследованы распространение одномерных линейных волн и устойчивость псевдоожигенного слоя к малым возмущениям, показана гиперболичность системы уравнений, описывающей распространение нелинейных возмущений; показано также, что для указанной системы уравнений существует единственный инвариант Римана, соответствующий исследованным в [4-7] кинематическим волнам концентрации дисперсной фазы. При конечных величинах скорости генерации и диссипации кинетической энергии мелкомасштабного движения в одномерном приближении найдены условия на разрыве концентрации твердых частиц. Получен аналог ударной адиабаты для разрыва концентрации дисперсной фазы, вычислено предельное значение интенсивности скачка уплотнения концентрации и определена его скорость.

Предположение об отсутствии взаимодействия частиц дисперсной фазы приводит к выводу о неустойчивости состояния однородного псевдоожигения (см., например, [8, 9]). Стабилизирующее влияние обусловленного взаимодействием эффективного давления псевдогаза твердых частиц отмечалось в [5, 10, 11] и ряде других работ. Однако в [12] уже указывалось на неправомерность введения в [10] и использования в ряде последующих работ (в частности, в [5, 11]) эффективного давления, зависящего только от концентрации твердых частиц. Использование такой формы эффективного давления является чисто эмпирическим и в ряде случаев приводит к физически бессмысленным результатам.

Ниже распространение линейных возмущений и разрывов концентрации в псевдоожигенном слое исследовано на основе предложенной в [1-3] модели при малых и умеренных величинах скорости генерации и диссипации энергии хаотического движения. При больших скоростях генерации и диссипации кинетической энергии мелкомасштабного движения дисперсной фазы распространение линейных и нелинейных возмущений в слое было исследовано в [12].

1. Основные уравнения. Рассмотрим однородный псевдоожигенный газом слой твердых частиц. При $d_1 \ll d_2$, где d_1 и d_2 — соответственно плотности газа и материала твердых частиц, одномерные уравнения сохранения масс и импульсов дисперсной и дисперсионной фаз и сохранения энергии дисперсной фазы имеют вид [1-3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\varepsilon v)}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial x} &= 0 \\ \varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \rho u F(\rho, |u|) &= 0 \end{aligned}$$

$$d_2\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+w\frac{\partial w}{\partial x}\right)=-\frac{\partial p^*}{\partial x}-d_2\rho g+\rho uF(\rho,|u|)$$

$$d_2\rho\left(\frac{\partial k}{\partial t}+w\frac{\partial k}{\partial x}\right)=-p^*\frac{\partial w}{\partial x}+H(\rho,u,k)$$

$$p^*=\Lambda d_2\rho W(\rho)k; \quad \rho+\varepsilon=1, \quad u=v-w$$

$$W(\rho)=\left[1-\left(\frac{\rho}{\rho^0}\right)^{1/2}\right]^{-1}$$

Здесь t — время, x — вертикальная координата, ε и ρ — пористость слоя и объемная концентрация твердых частиц соответственно, v и w — средняя скорость газа в промежутках между частицами и средняя скорость частиц дисперсной фазы соответственно, p — давление газа, $F(\rho, |u|)$ — функция, определяемая характером взаимодействия частиц и газа, p^* — эффективное давление псевдогаза твердых частиц, g — ускорение силы тяжести, k — кинетическая энергия мелкомасштабного хаотического движения твердых частиц (в расчете на единицу массы дисперсной фазы), $H(\rho, u, k)$ — скорость генерации и диссипации кинетической энергии хаотического движения частиц. Последнее соотношение в (1.1) представляет собой уравнение состояния псевдогаза частиц. Вид функции $W(\rho)$ (1.2) при достаточно общих предположениях определен для сферических частиц в [1, 2]; $\rho^0 \approx 0,63$ — объемная концентрация частиц в неподвижном зернистом слое. Величина введенного в [3] параметра $0 < \Lambda \leq O(1)$ может быть непосредственно установлена по экспериментальным данным [13, 14].

Ограничиваясь в дальнейшем для простоты рассмотрением систем не слишком крупных частиц, для которых силу межфазного взаимодействия можно считать линейной по относительной скорости фаз, запишем функцию F в виде (см., например, [3])

$$F=18d_1va^{-2}\varepsilon^{-n}$$

где d_1 и v — соответственно плотность и кинематическая вязкость газа, a — диаметр частицы дисперсной фазы; в соответствии с результатами [15] $n=11/4$.

Хотя ниже для исследования распространения линейных волн при малой величине скорости генерации и диссипации энергии хаотического движения частиц и определения условий на разрыве концентрации при умеренных величинах скорости генерации и диссипации энергии нет необходимости конкретизировать вид функции $H(\rho, u, k)$, последний может оказаться полезным для оценки величин ряда параметров. Приведенное в [1–3] модельное выражение для функции $H(\rho, u, k)$ имеет вид

$$H=\lambda^*[\rho uk-\lambda_2\rho K(\rho)k^{1/2}], \quad K=\rho^{1/2}[1-(\rho/\rho^0)^{1/2}]^{-1}$$

Здесь λ^* и λ_2 также следует рассматривать как эмпирические константы, определяемые характером межчастичного взаимодействия; для сталкивающихся «шероховатых» частиц $\lambda^* \sim d_1/a$ [3].

Рассмотрим слой бесконечной высоты. Перейдем к безразмерным переменным согласно соотношениям

$$x=Lx', \quad t=\frac{L}{U}t', \quad v=Uv', \quad w=Uw' \quad (u=Uu')$$

$$p=d_1U^2p', \quad p^*=d_2U^2p'^*, \quad k=U^2e, \quad H=\frac{d_2U^3}{L}H'$$

где L — характерный линейный масштаб возмущения, U — скорость газа в невозмущенном однородном слое.

Будем исследовать описываемое системой (1.1) распространение воз-

мущений гидродинамических параметров фаз в предположении невозмущенности слоя при $x \rightarrow \infty$, где среднюю скорость частиц дисперсной фазы будем полагать равной нулю. Аналогично [12] из уравнений неразрывности в (1.1) найдем соотношение между скоростью относительного движения фаз и скоростью твердых частиц в виде $u = \varepsilon^{-1}(1-w)$. С учетом сделанных допущений система уравнений (1.1) сводится к уравнениям сохранения массы, импульса, кинетической энергии мелкомасштабного движения и состояния дисперсной фазы вида

$$\begin{aligned} \rho_t + (\rho w)_x &= 0 \\ w_t + w w_x + \rho^{-1} p_x^* &= \beta^{-1} [-1 + \kappa \varphi(\rho)(1-w)] \\ e_t + w e_x + \rho^{-1} p^* w_x &= \lambda h(\rho, w, e) \\ p^* &= \Lambda \rho W(\rho) e \\ \beta &= U^2 / (Lg), \quad \kappa = 18 d_1 U \nu / (g a^2 d_2), \quad \varphi(\rho) = \varepsilon^{-n-2} \\ \lambda h(\rho, w, e) &= L H / (d^2 U^3) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь $\beta = \text{Fr}^{-1}$, где Fr — число Фруда; правая часть третьего уравнения в (1.6), описывающая скорость генерации и диссипации кинетической энергии мелкомасштабного движения дисперсной фазы, определена так, что $h = O(1)$, λ — безразмерный параметр.

При использовании модели (1.4) для λh имеем ($\lambda_2 = O(1)$)

$$\lambda = \frac{L}{d_2} \lambda^* \sim \frac{L}{a} \frac{d_1}{d_2}, \quad h = \frac{e(1-w)}{\varepsilon} - \lambda_2 K(\rho) e^{1/2} \quad (1.7)$$

В приближении очень длинных волн, соответствующем значению $\beta = 0$, система (1.6) допускает решения в виде исследованных в [4–7] кинематических волн.

2. Характеристические скорости. Гиперболичность системы (1.6). Инварианты Римана. Характеристические скорости $c_{1,2,3}$ системы (1.6) определяются в виде

$$\begin{aligned} c_1 &= w, \quad c_{2,3} = w \pm \sqrt{\Lambda e \Gamma(\rho; \Lambda)} \\ \Gamma(\rho; \Lambda) &= (\rho W)' + \Lambda W^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по ρ . Поскольку $W(\rho)$ является возрастающей функцией ρ , система (1.6) всегда гиперболична.

Последний вывод несправедлив при большой величине скорости генерации и диссипации энергии хаотического движения частиц, т. е. при $\lambda \rightarrow \infty$. В этом случае существует предельное значение $\rho = \rho^*$, зависящее от входящих в (1.6) параметров, такое, что при $\rho > \rho^*$ система становится параболической [12].

Из (1.6) для инвариантов Римана I_i ($i=1, 2, 3$) получим уравнение

$$\frac{(\rho W)'}{\rho W} e d\rho + \frac{c_1 - w}{\Lambda W} dw + de = \eta_i dI_i \quad (2.2)$$

где η_i — интегрирующие множители (в (2.2) суммирование по индексу i не производится). Для c_1 с учетом (2.1) находим инвариант Римана I_1 в виде $I_1 = p^*$.

Для определения условий существования инвариантов $I_{2,3}$ запишем условие разрешимости уравнения (2.2) в виде

$$\mathbf{a} \times \text{rot}_{\rho w e} \mathbf{a} = 0 \quad \mathbf{a} = \left\{ \frac{(\rho W)'}{\rho W} e, \frac{c_1 - w}{\Lambda W}, 1 \right\}^T \quad (2.3)$$

где оператор $\text{rot}_{\rho w e}$ определен в пространстве переменных ρ, w, e . Из (2.3)

и (2.1) следует, что для $I_{2,3}$ уравнению (2.2) можно удовлетворить лишь при $\rho = \text{const}$, следовательно, не существует инвариантов Римана, соответствующих характеристическим скоростям $c_{2,3}$.

Для системы (1.6) существует единственный класс течений, соответствующий постоянству инварианта Римана во всей области движения в течение всего времени; указанный класс течений определяется условием $p^* = \text{const}$. В этом случае первые два уравнения системы (1.6) образуют замкнутую параболическую систему, описывающую распространение волн в псевдооживленном слое невзаимодействующих частиц, простыми волнами для которой могут быть лишь исследованные в [4–7] кинематические волны концентрации дисперсной фазы, соответствующие длинноволновому приближению ($\beta \rightarrow 0$).

3. Линейные волны при малой скорости генерации и диссипации. Устойчивость однородного состояния. Исследуем устойчивость однородного стационарного состояния слоя $w=0$, $\rho=\rho_0$ (стационарные состояния слоя, соответствующие нулевой средней скорости частиц, рассматриваются лишь для определенности; однородные состояния с $w=\text{const} \neq 0$, соответствующие не только псевдооживленному слою, а, вообще говоря, широкому классу концентрированных дисперсных систем газ – твердые частицы, получаются из рассмотренных ниже переходом в соответствующую движущуюся систему координат).

Определим параметры стационарного состояния. Из второго уравнения (1.6) следует $\kappa f(\rho_0) = 1$, что позволяет определить значение пористости стационарного состояния и дает оценку параметра $\kappa = O(1)$. Для энергии хаотического движения e_0 в стационарном состоянии из третьего уравнения (1.6) имеем $h(\rho_0, 0, e_0) = 0$. Использование модели [1, 2] для скорости генерации и диссипации энергии мелкомасштабного движения приводит, согласно (1.7), к двум возможным значениям e_0 , равным соответственно

$$e_0^1 = 0, \quad e_0^2 = [\lambda_2 \epsilon_0 K(\rho_0)]^{-2} \quad (3.1)$$

Ниже будем считать, что уравнение $h=0$ имеет нетривиальное решение $e_0 = e_0(\rho_0) \neq 0$, и исследовать устойчивость однородного псевдооживленного слоя в окрестности стационарного состояния $\rho = \rho_0$, $w = 0$, $e = e_0$, $p^* = p_0^* = \Delta \rho_0 W(\rho_0) e_0$.

Будем предполагать, что параметр λ , характеризующий скорость генерации и диссипации энергии мелкомасштабного движения, мал, т. е. $\lambda \ll 1$. Последнее справедливо для достаточно крупных частиц или относительно небольших пространственных масштабов возмущения [3]. Сделанное предположение позволяет рассматривать систему (1.6), правая часть третьего уравнения которой равна нулю. Хотя в такой системе уравнение сохранения энергии мелкомасштабного движения записано теперь в пренебрежении скоростью генерации и диссипации энергии, последняя определяет значение энергии однородного стационарного состояния e_0 при сколь угодно малых значениях параметра λ .

Отметим, что при $\lambda = 0$ исследование устойчивости стационарного состояния $\rho = \rho_0$, $w = e = p^* = 0$ сводится к исследованию устойчивости псевдооживленного слоя невзаимодействующих частиц. Это стационарное состояние описывается параболической системой, образованной первыми двумя уравнениями (1.6) при $p^* = 0$, и неустойчиво к малым возмущениям.

Второй предельный случай, соответствующий большим скоростям генерации и диссипации энергии хаотического движения частиц ($\lambda \rightarrow \infty$) и реализующийся, по-видимому, при малых размерах частиц и относительно больших масштабах возмущения, исследован в [12].

Линеаризуя систему (1.6) при $\lambda = 0$ в окрестности стационарного состояния $\rho = \rho_0$, $w = 0$, $e = e_0$, $p^* = p_0^*$, получим уравнение

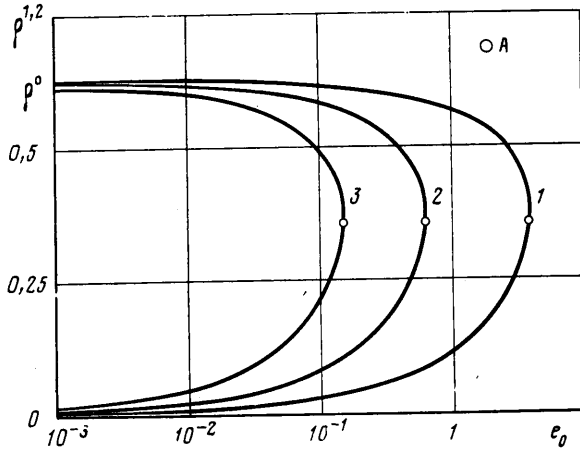
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c_{20} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_{30} \frac{\partial}{\partial x} \right) \eta_i + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \eta_i = 0 \quad (3.2)$$

$$c_0 = \rho_0 \phi_0' / \phi_0 = \rho_0 \kappa \phi_0'$$

Здесь переменная η определена соотношением $\rho = \rho_0 + \eta$; $c_{20,30}$ — характеристические скорости (2.1) в стационарном состоянии слоя, c_0 — скорость распространения кинематической волны при концентрации $\rho = \rho_0$ [6]. Для функции межфазного взаимодействия вида (1.3) имеем ($\epsilon_0 = 1 - \rho_0$)

$$c_0 = (n+2) \rho_0 \epsilon_0^{-1} \quad (3.3)$$

Как следует из (3.2), в однородном слое можно выделить линейные волны высшего порядка, распространяющиеся по характеристикам со скоростями c_{20} , c_{30} , и волны низшего порядка, распространяющиеся со



Фиг. 1

скоростью c_0 . Критерий линейной устойчивости однородного состояния в соответствии с [11, 16] следует из (3.2) в виде

$$(n+2)^2 (\Lambda \epsilon_0)^{-1} < \epsilon_0^2 \rho_0^{-2} \Gamma(\rho_0; \Lambda) \quad (3.4)$$

Из (3.4), (2.1) и (1.2) найдем, что однородное состояние слоя линейно устойчиво при

$$0 \leq \rho_0 < \rho^1(\epsilon_0; \Lambda) \text{ и } \rho^0 > \rho_0 > \rho^2(\epsilon_0; \Lambda) \quad (3.5)$$

где ρ^1 и ρ^2 соответствуют нейтральной устойчивости и являются решениями алгебраического уравнения, получаемого заменой знака неравенства в (3.4) на знак равенства. Зависимости ρ^1 и ρ^2 от энергии мелкомасштабного движения частиц ϵ_0 в однородном состоянии слоя представлены на фиг. 1 кривыми 1–3, соответствующими значениям $\Lambda = 0,1, 0,4, 1$. Нижние ветви кривых соответствуют значению ρ^1 , верхние — ρ^2 .

Из вида функций $\rho^1(\epsilon_0)$ и $\rho^2(\epsilon_0)$ следует, что при данном Λ существует значение $\epsilon_0 = e_*(\Lambda)$, такое, что для $\epsilon_0 > e_*$ однородное состояние слоя устойчиво при всех значениях концентрации дисперсной фазы ρ . Указанное значение ϵ_0 соответствует точке ветвления решений соответствующего (3.4) алгебраического уравнения (точки A на фиг. 1). Для $\Lambda = 1$ $e_* \approx 0,14$, при $\Lambda = 0,4$ $e_* \approx 0,62$.

Таким образом, даже слабое взаимодействие частиц, когда скорость генерации и диссипации обусловленной этим взаимодействием энергии мелкомасштабного движения дисперсной фазы ответственна лишь за установление определенного ненулевого значения ϵ_0 в однородном состоянии слоя и может не учитываться в уравнении сохранения энергии дисперсной фазы, приводит к устойчивости состояния однородного псевдооживления при некоторых значениях концентрации твердых частиц (а в определенной области значений параметров — при всех значениях концентрации ρ). Полученный результат соответствует экспериментальным данным, согласно

которым состояние однородного псевдооживления устойчиво в определенном диапазоне скоростей газа, а следовательно, концентраций дисперсной фазы. Устойчивое стационарное состояние слоя оказывается возможным в рассмотренном выше случае $\lambda \ll 1$, в котором в отличие от [5, 10, 11 и др.] вообще не существует алгебраической связи между эффективным давлением p^* и другими гидродинамическими параметрами фаз слоя.

4. Условия на разрыве концентрации дисперсной фазы. В одномерном приближении рассмотрим разрыв объемной концентрации фазы твердых частиц. Ниже предполагается, что значение параметра λ не слишком велико. Будем считать, что в размерных переменных $\lambda^* \ll d_2/l$, где l — толщина переходного слоя; естественно полагать $l \sim O(a)$, тогда последнее неравенство, согласно (1.9), сводится к условию $d_1 \ll d_2$, которое всегда справедливо для систем газ — твердые частицы. Обозначая параметры фаз перед разрывом нижним индексом 1, а за разрывом — соответствующими символами без индекса, запишем следующие из интегральных уравнений сохранения, соответствующих уравнениям (1.8), условия на разрыве в системе координат, связанной с движущимся разрывом [17]:

$$\begin{aligned} \rho_1 w_1 &= \rho w & \rho_1 w_1^2 + p_1^* &= \rho w^2 + p^* \\ e_1 + w_1^2/2 + p_1^*/\rho_1 &= e + w^2/2 + p^*/\rho & p^* &= \Lambda \rho W(\rho) e \end{aligned} \quad (4.1)$$

Отметим, что для систем газ — твердые частицы при исследовании распространения разрыва концентрации нет необходимости конкретизировать вид функции $H(\rho, u, k)$ в (1.4), определяющей скорость генерации и диссипации энергии хаотического движения частиц дисперсной фазы.

Из (4.1) обычным образом [17] получим уравнение ударной адиабаты, связывающей заданные параметры p_1^* , ρ_1 перед скачком с параметрами p^* , ρ дисперсной фазы за ним, в виде

$$p^* = p_1^* \frac{W(\rho)}{W(\rho_1)} \frac{[2\rho + \Lambda W(\rho_1)(\rho - \rho_1)]}{[2\rho_1 - \Lambda W(\rho)(\rho - \rho_1)]} \quad (4.2)$$

Кривая (4.2) в плоскости (p^*, ρ) определена при $0 \leq \rho < \rho^0$.

Ударная адиабата дисперсной фазы обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \rho \rightarrow 0, \quad p^* &= -p_1^* \frac{\Lambda}{\Lambda + 2} = -P_1 \\ \rho = \rho^0, \quad p^* &= -p_1^* \left[1 + \frac{2\rho^0}{\Lambda W(\rho)(\rho^0 - \rho_1)} \right] < 0 \\ p^* = 0, \quad \rho &= \rho_- = \rho_1 \frac{\Lambda W(\rho_1)}{2 + \Lambda W(\rho_1)} \\ p^* \rightarrow +\infty, \quad \rho &\rightarrow \rho_+ - 0; \quad p^* \rightarrow -\infty, \quad \rho \rightarrow \rho_+ + 0 \end{aligned}$$

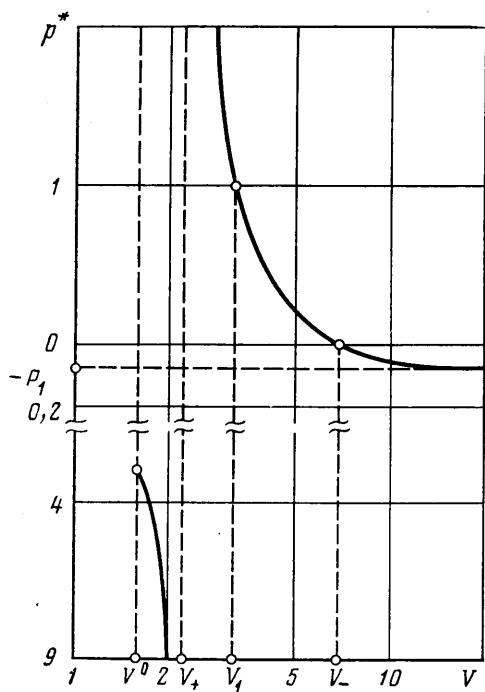
Здесь значение ρ_+ определяется из уравнения

$$W(\rho_+)(\rho_+ - \rho_1) = 2\Lambda^{-1}\rho_1 \quad (4.3)$$

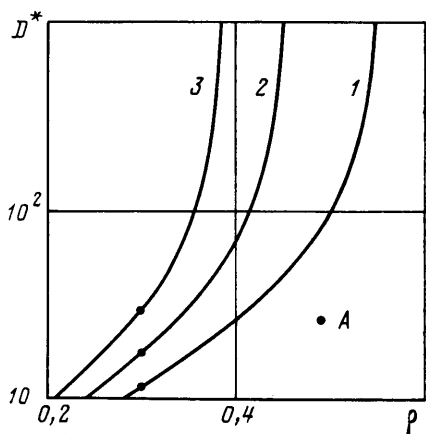
Отметим, что указанные свойства справедливы для любой монотонно возрастающей при $0 \leq \rho < \rho^0$ функции, для которой $W(0) = 1$, $W(\rho) \rightarrow +\infty$ при $\rho \rightarrow \rho^0$. Напомним, что функция $W(\rho)$ вида (1.2) получена в [1, 2] из геометрических соображений.

Вид ударной адиабаты дисперсной фазы в плоскости p^* , $V = 1/\rho$ приведен на фиг. 2 для функции $W(\rho)$, определяемой соотношением (1.2), при значениях $p_1^* = 1$, $\rho_1 = 0,3$, $\Lambda = 0,4$. Обе ветви адиабаты являются монотонно убывающими функциями V .

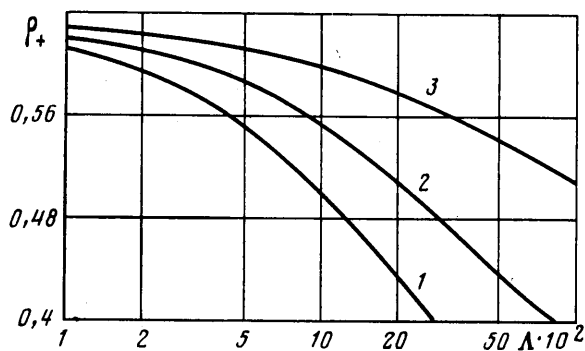
Определим теперь скорость распространения разрыва. Общее выра-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

жение для скорости разрыва D имеет вид [17]

$$D^2 = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{p^* - p_1^*}{\rho - \rho_1}$$

Отсюда при помощи (4.2) для скорости распространения разрыва имеем

$$D^2 = \Lambda e_1 \frac{\rho}{\rho_1^{-1/2} \Lambda W(\rho) (\rho - \rho_1)} \left[\frac{\rho W(\rho) - \rho_1 W(\rho_1)}{\rho - \rho_1} + \Lambda W(\rho) W(\rho_1) \right] \quad (4.4)$$

Из (4.4) и (2.1) следует естественный вывод, что скорость распространения скачка уплотнения по частицам дисперсной фазы превышает характеристическую скорость («скорость звука» в дисперсной среде), а скорость распространения скачка разрежения меньше характеристической скорости.

Зависимость величины $D^* = D^2 / (\Lambda e_1)$ от ρ при $\rho_1 = 0,3$, $\Lambda = 0,1, 0,4, 1$

приведена на фиг. 3 кривыми 1–3 соответственно; точки А соответствуют значению $\rho = \rho_1$. Скорость скачка является возрастающей функцией ρ , при этом $D \rightarrow \infty$ при $\rho \rightarrow \rho_+$.

При малых значениях Λ скорость скачка определяется приближенным выражением

$$D^2 = \Lambda e_1 \frac{\rho}{\rho_1} \frac{\rho W(\rho) - \rho_1 W(\rho_1)}{\rho - \rho_1}$$

т. е. при $\Lambda \ll 1$ скорость скачка $D \sim \Lambda^{1/2}$; это соответствует результатам [12], согласно которым в системе невзаимодействующих частиц (при $\Lambda = 0$) разрыв концентрации может образоваться лишь на границе двухфазной смеси и дисперсионной среды (газа), при этом скорость D такого разрыва равна нулю.

Из (4.4) и (2.1) следует, что скачки разрежения концентрации дисперсной фазы являются неэволюционными (см., например, [18]), поэтому ограничимся в дальнейшем рассмотрением скачков уплотнения.

Перечисленные выше свойства и приведенный на фиг. 2 вид адиабаты показывают, что максимальное значение концентрации дисперсной фазы за фронтом скачка уплотнения равно $\rho_+(\rho_1, \Lambda)$, где ρ_+ является решением уравнения (4.3). Зависимость ρ_+ от Λ приведена на фиг. 4 кривыми 1–3 для $\rho_1 = 0,2; 0,3$ и $0,45$ соответственно.

Асимптотические выражения для ρ_+ и максимальной интенсивности скачка $\delta_+ = \rho_+ - \rho_1$ в случае $\Lambda \ll 1$ (напомним, что в соответствии с [3] $0 < \Lambda \ll O(1)$) имеют вид

$$\rho_+ = \rho^\circ \left(1 - \frac{3}{2} \Lambda \frac{\rho^\circ - \rho_1}{\rho_1} \right) + O(\Lambda^2)$$

$$\delta_+ = (\rho^\circ - \rho_1) \left(1 - \frac{3}{2} \Lambda \frac{\rho^\circ}{\rho_1} \right) + O(\Lambda^2)$$

Таким образом, взаимодействие между частицами приводит к ограничению максимальной интенсивности скачка концентрации дисперсной фазы.

Полученные результаты позволяют качественно проанализировать структуру границ поршня в рассматриваемом случае малых скоростей генерации и диссипации энергии мелкомасштабного движения дисперсной фазы. Так, невозможность существования скачка разрежения означает, что, по-видимому, передняя граница поршня будет размытой, а задняя – четкой, если интенсивность скачка не превосходит максимальной величины δ_+ , или состоять из скачка и участка непрерывного изменения концентрации в противном случае. Полученный вывод подтверждается и результатами исследования дисперсионных явлений как в случае невзаимодействующих частиц [9], так и при их сильном взаимодействии [12].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштик М. А. Элементарная теория кипящего слоя // ПМТФ. 1972. № 6. С. 106–112.
2. Гольдштик М. А., Козлов Б. Н. Элементарная теория концентрированных дисперсных систем // ПМТФ. 1973. № 4. С. 67–77.
3. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
4. Голо В. Л. Параметр взаимодействия в кипящем слое // Успехи мат. наук. 1975. Т. 30. № 1. С. 233–234.
5. Needham D. J., Merkin J. H. The propagation of a voidage disturbance in a uniformly fluidized bed // J. Fluid Mech. 1983. V. 131. P. 427–454.
6. Сергеев Ю. А. Распространение нелинейных волн в бидисперсном псевдооживленном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 49–58.
7. Сергеев Ю. А. О влиянии размера частиц на распространение нелинейной волны в псевдооживленном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 3. С. 96–100.
8. Jackson R. The mechanics of Fluidized beds: Part I. The stability of the state of uniform fluidization // Trans. Inst. Chem. Engrs. 1963. V. 41. No. 1. P. 13–21.
9. Голо В. Л., Мясников В. П. Дисперсионные явления в кипящем слое // ПММ. 1975. Т. 39. Вып. 4. С. 747–751.

10. *Carg S. K., Pritchett J. W.* Dynamics of gas-fluidized beds. J. Appl. Phys. 1975. V. 46. No. 10. P. 4493–4500.
11. *Liu J. T. C.* Note on a wave-hierarchy interpretation of fluidized bed instabilities // Proc. Roy. Soc. London. 1982. V. 380. № 1778. P. 229–239.
12. *Курдюмов В. Н., Сергеев Ю. А.* О распространении нелинейных волн в псевдоожигенном слое при взаимодействии частиц дисперсной фазы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 2. С. 81–89.
13. *Bordet J., Borlai O., Vergnes F., Le Goff P.* Direct measurement of the kinetic energy of particles and their frequency of collision against a wall in a liquid – solids fluidized bed // Fluidization. Proc. Symp. Tripartite Chem. Engng Conf. Montreal, Canada, 22–25 Sept. 1968. Inst. Chem. Engrs, London. Symp. Series, 1968. No. 30. P. 165–173.
14. *Borlai O., Hodany L., Blickle T.* Investigation of mixing in fluidized beds // Proc. Int. Symp. on Fluidization. Amsterdam: Netherlands Univ. Press, 1967. P. 443–441.
15. *Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М.* Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения // Изв. вузов. Нефть и газ. 1958. № 1. С. 125–131.
16. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны: Пер. с англ. М.: Мир, 1977. 622 с.
17. *Седов Л. И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1980. 448 с.
18. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретич. физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

Москва

Поступила в редакцию
30.VII.1987