

УДК 532.526.3.013.4

## О ЛАМИНАРИЗАЦИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПОДВОДЕ ЭНЕРГИИ В ПОТОК

КАЗАКОВ А. В., КУПАРЕВ В. А.

Наиболее известными способами затягивания ламинарно-турбулентного перехода с целью уменьшения сопротивления трения являются отсос газа из пограничного слоя и охлаждение поверхности обтекаемого тела до температуры меньшей, чем температура набегающего потока [1]. Однако, так как техническая реализация перечисленных выше способов наталкивается на значительные трудности, остается актуальным поиск альтернативных способов ламинаризации течения в пограничном слое. Недавно было, например, установлено, что нагрев части поверхности вблизи передней кромки обтекаемого тела позволяет значительно увеличить протяженность ламинарного участка при условии, что оставшаяся часть поверхности тела поддерживается при температуре, близкой к температуре набегающего потока [2].

В данной работе рассматривается обтекание теплоизолированной пластины дозвуковым потоком газа, имеющим повышенную температуру в тонком слое, прилегающем к поверхности. Такое распределение температуры в потоке может быть получено с помощью объемного подвода энергии в поток вблизи передней кромки пластины. Приведены результаты расчетов положения линии ламинарно-турбулентного перехода на основе линейной теории устойчивости и  $e^N$ -метода. Показано, что наличие нагретого слоя газа вблизи поверхности пластины приводит к увеличению устойчивости ламинарного течения и росту протяженности ламинарного участка пограничного слоя. Обнаружена немонотонная зависимость длины ламинарного участка пограничного слоя от толщины нагретого слоя газа.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается обтекание плоской теплоизолированной пластины длиной  $l$  при больших числах Рейнольдса  $Re_\infty = \rho_\infty u_\infty l / \mu_\infty$ . Здесь  $\rho_\infty$ ,  $u_\infty$ ,  $\mu_\infty$  — соответственно плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости набегающего потока. В дальнейшем используются только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесены к  $l$ ; плотность, компоненты вектора скорости, коэффициент динамической вязкости и температура отнесены к своим значениям в набегающем потоке, давление — к удвоенному скоростному напору. Начало декартовой системы координат совместим с передней кромкой пластины, ось  $X$  направим вдоль направления набегающего потока, а ось  $Y$  — перпендикулярно плоскости пластины.

Подвод энергии в поток или натекание ограниченной в пространстве струйки газа с температурой большей, чем температура окружающей среды, можно моделировать, задавая в некотором начальном сечении  $x = x_0 \ll 1$  распределение температуры в поперечном к плоскости пластины направлении в виде

$$T(y) = T_1, \quad y \leq \Delta; \quad T(y) = 1, \quad y < \Delta \sim Re_\infty^{-1/2} \quad (1.1)$$

Пусть течение вблизи поверхности пластины описывается при  $x \sim 1$  уравнениями пограничного слоя для сжимаемого теплопроводного газа. Предполагается, что вязкость газа зависит от температуры по закону Саттерленда. В качестве краевых условий на поверхности пластины будем использовать условия прилипания и непротекания, а также условие теплоизоляции поверхности. На внешней границе пограничного слоя

$y=y_e$  продольная составляющая вектора скорости совпадает со скоростью набегающего потока  $u(x, y_e)=1$ . Относительно значения температуры на внешней границе пограничного слоя при  $y=y_e \gg 1$  заметим следующее. Если толщина нагретого слоя газа у поверхности пластины  $\Delta$  достаточно велика, то на некотором расстоянии от передней кромки  $0 \leq x \leq x_1$  пограничный слой будет развиваться на дне нагретого слоя газа и температура на внешней границе должна совпадать с температурой  $T_1$ .

По мере смещения вниз по потоку наступит момент, когда температура на внешней границе пограничного слоя начнет уменьшаться. Затем, когда толщина пограничного слоя окажется больше толщины нагретого слоя газа  $\Delta$ , температура на внешней границе станет равной температуре невозмущенного набегающего потока. Пренебрегая размытием скачка температуры (1.1) за счет теплопроводности, можно для простоты задавать температуру на внешней границе пограничного слоя следующим образом:

$$T_e = T_1, 0 \leq x \leq x_1; T_e = 1, x > x_1 \quad (1.2)$$

Естественно, что значение координаты  $x_1$  зависит главным образом от толщины нагретого слоя газа  $\Delta$  и ряда других параметров (например, от числа Маха  $M$  набегающего потока, числа Прандтля  $\sigma$ ). Однако для проведения численных расчетов удобнее задавать именно величину  $x_1$ . В расчетах эта величина выбиралась настолько малой, что перестройка течения, связанная с разрывом температуры на внешней границе пограничного слоя, происходила до потери устойчивости ламинарного течения. В этом случае нарушение в точке  $x_1$  условий малости продольных градиентов по сравнению с поперечными не оказывает заметного влияния на расчет характеристик устойчивости ламинарного пограничного слоя.

Для удобства представления результатов можно ввести некоторое эффективное значение толщины прогретого слоя газа, вычисляемое по формуле

$$\delta_T = \frac{T_1}{T_1 - 1} \int_0^{y_e} \frac{T(y) - 1}{T(y)} u(y) dy \quad (1.3)$$

Величина  $\delta_T$  — толщина нагретого газа (имеющего скорость, равную скорости набегающего потока  $u=1$ , и температуру, равную  $T_1$ ), к единице объема которого была подведена та же избыточная по отношению к набегающему потоку энергия, что и в заданном сечении пограничного слоя  $x = \text{const}$ . Регулирование значения  $\delta_T$  проводилось в расчетах изменением величин  $x_1$  и  $y_e$ . Оказалось, что профили скорости и температуры поперек пограничного слоя в точке потери устойчивости и положение линии ламинарно-турбулентного перехода не зависят от значений  $x_1$  и  $y_e$  при фиксированном значении  $\delta_T$ , вычисленном по формуле (1.3). Это подтверждает эквивалентность задач с краевыми условиями типа (1.1) и (1.2).

Решение уравнений пограничного слоя находилось численно с помощью метода конечных разностей [3]. В расчетах пограничного слоя использовалась мелкая сетка, имевшая соответственно 500 и 300 точек в продольном и поперечном направлениях. Полученные профили скорости и температуры в пограничном слое использовались затем при расчете характеристик устойчивости течения на основе линейной теории устойчивости плоскопараллельных течений во временной постановке. Малые возмущения основного течения в этом случае представляются в виде бегущих волн, причем все функции течения записываются в следующем виде:

$$g(t, x, y) = g_0(x, y) + g_1(y) \exp[i(\alpha x - \omega t)] \quad (1.4)$$

Здесь  $g_0$  — значение соответствующей функции в невозмущенном пограничном слое,  $g_1$  — комплексная амплитуда возмущения,  $\alpha$  — действительное волновое число,  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  — комплексная частота возмущения.

Подстановка (1.4) в линеаризованную систему уравнений Навье — Стокса приводит к задаче на собственные значения для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В конечно-разностном представлении эта задача сводится к задаче отыскания собственных значений комплексной матрицы, которая решалась методом обратных итераций с использованием матричной прогонки [4].

По найденным собственным значениям  $\omega$  определялись групповая скорость  $c = d\omega_r/d\alpha$ , коэффициенты пространственного нарастания возмущений  $\alpha_i = -\omega_i/c$  и коэффициенты усиления  $A$  для ряда фиксированных значений частотного параметра  $F = 2\pi f \mu_\infty / \rho_\infty u_\infty^2$ . Здесь  $f$  — частота возмущения в герцах,  $A$  — отношение амплитуды возмущения с частотой  $f$  в точке  $x$  к начальной амплитуде возмущения в точке  $x_0$ , соответствующей первой ветви кривой нейтральной устойчивости. Начальная амплитуда возмущений предполагалась не зависящей от значений  $F$  и  $x_0$ . Положение точки перехода определялось минимальным значением координаты  $x$ , для которой выполнялось условие  $\ln A = 8$  [5].

**2. Результаты расчетов.** Были проведены расчеты устойчивости и положения ламинарно-турбулентного перехода на плоской теплоизолированной пластине для различных значений толщины нагретого слоя газа  $\delta_T$  при  $T_1 = 1,6$  и значениях числа Маха набегающего потока  $M_\infty = 0,1$  и  $0,8$ . На фиг. 1 приведены зависимости числа Рейнольдса перехода  $Re = \rho_\infty u_\infty x_t / \mu_\infty$ , вычисленные по значению координаты точки перехода  $x_t$ , от отношения толщины нагретого слоя газа к толщине вытеснения пограничного слоя в точке перехода  $\delta_T / \delta_0$ . Здесь  $\delta_0$  — толщина вытеснения в точке перехода пограничного слоя на пластине при соответствующем значении числа  $M_\infty$  без дополнительного подвода энергии в поток. Кривые 1 и 2 на фиг. 1 соответствуют  $M_\infty = 0,1$  и  $0,8$ . Зависимость числа Рейнольдса перехода  $Re$  от толщины нагретого слоя при фиксированном значении параметра  $N$  оказывается немонотонной, и при некотором значении  $\delta_T$  достигается максимально возможное смещение точки перехода вниз по течению.

Для того чтобы пояснить полученный результат, обратимся к фиг. 2. На ней изображены зависимости огибающих коэффициентов усиления возмущений  $N = \ln A$  от текущего значения числа Рейнольдса  $R = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty$  для различных значений параметра  $\delta_T$  при  $M_\infty = 0,8$ . Кривые 1 и 2 соответствуют случаям  $\delta_T = 0$  и  $\delta_T \rightarrow \infty$ . Штриховой линией показана зависимость  $N$  для некоторого промежуточного значения  $\delta_T$ , когда  $0 < \delta_T < \infty$ . Кривая 4 представляет собой огибающую справа для кривых, аналогичных кривой 3 при фиксированных значениях  $\delta_T$ , и показывает максимально возможное смещение точки перехода для заданного значения  $N$  в точке перехода.

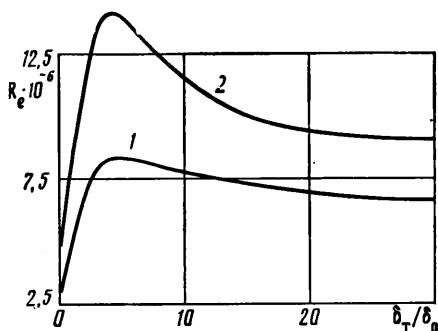
Проследим поведение кривой 3, отражающей рост возмущений в пограничном слое при некотором фиксированном значении  $\delta_T$ , начиная с точки потери устойчивости. Вначале температурный слой значительно толще скоростного и вплоть до точки  $a$  (см. фиг. 2) рассматриваемый случай практически не отличается от случая  $\delta_T \rightarrow \infty$ , а кривая 3 совпадает с кривой 2. Ниже по течению пограничный слой начинает охлаждаться за счет внешнего потока. Под влиянием вязкости и теплопроводности профили скорости и температуры в пограничном слое деформируются так, что устойчивость течения повышается. Уменьшаются скорости нарастания возмущений и их максимальная амплитуда по сравнению со случаем  $\delta_T \rightarrow \infty$ . Это уменьшение скоростей нарастания приводит к уменьшению углов наклона штриховой линии (кривая 3) между точками  $a$  и  $b$ .

Однако при смещении вниз по потоку уменьшение температуры на границе скоростного пограничного слоя приводит к росту эффективного числа Рейнольдса, посчитанного по параметрам на внешней границе скоростного слоя. Одновременно с этим уменьшаются максимальные значения температуры внутри пограничного слоя и постепенно начинают увеличиваться скорости нарастания возмущений. В некоторой точке  $x$  инкременты на-

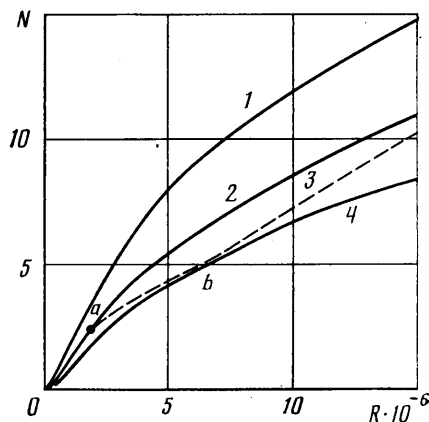
растания возмущений становятся выше, чем в случае  $\delta_T \rightarrow \infty$  при том же значении координаты  $x$ . Углы наклона кривой 3 к оси абсцисс увеличиваются и становятся больше, чем при тех же значениях  $R$  у кривой 2.

Кривая 3, пройдя точку максимальной ламинаризации  $b$ , отклоняется вверх и при больших значениях  $R$  пересекает кривую 2, приближаясь при  $x \rightarrow \infty$  ( $R \rightarrow \infty$ ) к кривой 1, полученной для случая  $\delta_T = 0$ .

Таким образом, наличие максимума протяженности ламинарного участка пограничного слоя при некотором значении  $\delta_T$  обусловлено одновре-



Фиг. 1



Фиг. 2

менным воздействием на устойчивость течения двух факторов, связанных с охлаждением прогретого слоя. Один из этих факторов приводит к повышению устойчивости течения за счет значительного повышения температуры на внешней границе и внутри всего скоростного пограничного слоя и связанного с этим уменьшением эффективного значения местного числа Рейнольдса. Второй фактор обусловлен перестройкой профилей скорости и температуры внутри прогретого пограничного слоя, приводящей к изменению расположения критических слоев и характеристик основного течения в их окрестности. Этим и объясняется дополнительное уменьшение скоростей пространственного нарастания возмущений и повышение устойчивости течения.

Проведенные расчеты показали, что характерной величиной, отражающей интегральное воздействие нагретого слоя газа на устойчивость ламинарного пограничного слоя, является отношение  $\delta_T / \delta_0$ . Оказалось также, что отношение  $\delta_T / \delta_0$ , при котором смещение точки перехода вниз по течению имеет максимум, слабо зависит от величины  $N$  в точке перехода или начального уровня возмущений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hefner J. N., Bushnell D. M. Application of stability theory to laminar flow control // AIAA Paper. 1979. № 1493. 19 p.
2. Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А. О повышении устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве поверхности вблизи передней кромки обтекаемого тела // Докл. АН СССР. 1985. Т. 283. № 2. С. 333–335.
3. Blotner F. G. Finite difference methods of solutions of the boundary-layer equations // AIAA Journal. 1970. V. 8. № 2. P. 193–205.
4. Malik M. R., Onszag S. A. Efficient computations of the stability of three-dimensional compressible boundary layer // AIAA Paper. 1981. № 1277. 13 P.
5. Jaffe N. A., Okamura T. T., Smith A. M. O. Determination of spatial amplification factors and their application of predicting transition // AIAA Journal. 1970. V. 8. № 2. P. 301.

Москва

Поступила в редакцию  
10.VII.1987