

УДК 532.5:577.3

## **РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ЛЕГОЧНОЙ ПАРЕНХИМЕ**

**ДЬЯЧЕНКО А. И., ЛЮБИМОВ Г. А.**

Исследование распространения звуковых волн в легких представляет значительный интерес как метод изучения механики легких, а также в связи с клиническими приложениями. Аускультация (выслушивание) звуков, возникающих в легких во время дыхания, является одним из методов диагностики заболеваний легких. В ряде методов используются искусственно вызванные звуковые колебания [1].

В литературе есть несколько попыток создания количественной теории прохождения звука в легких [2–4]. В этих работах легочную паренхиму (дыхательную часть легких) предлагается рассматривать как однородную, линейно-упругую, невязкую, недиспергирующую, неограниченную сплошную среду. Такие модели могут качественно описать ряд данных, получаемых при аускультации, но не объясняют экспериментальные данные о затухании и дисперсии звука в легких [1, 2, 5, 6]. Для анализа прохождения звука используется также модель системы легочных воздухопроводов. Бронхиальная часть модели состоит из жестких трубок и все потери звука учитываются действительной составляющей приведенного импеданса грудной клетки [1]. В такой модели скорость звука близка к скорости звука в газе. Однако, по экспериментальным данным, в легочной паренхиме скорость звукового импульса со спектром частот 100–1000 Гц гораздо меньше – около 30–60 м/с [2–4].

Таким образом, в литературе отсутствует удовлетворительная теория прохождения звука по легочной паренхиме. В настоящей работе теория звука в легочной паренхиме строится на основе предложенной ранее модели динамики легочной паренхимы как многофазной сплошной среды [7–9]. В этой постановке в [8] исследована задача о распространении звука в «идеальной» паренхиме, в которой дыхательные пути обладают либо нулевым, либо бесконечным сопротивлением. При этом показано, что в данных предельных ситуациях модель динамики легочной паренхимы правильно описывает ряд свойств звуковых волн в паренхиме. В настоящей работе рассмотрено влияние неидеальности паренхимы – сопротивления дыхательных путей и вязкости паренхимы – на скорость и затухание звука в легких.

**1. Экспериментальные данные о распространении звука в легких.**  
*Скорость звука в легочной паренхиме.* Измерения скорости звука проведены на образцах легких лошади [4], кролика и козы [3] различными методами. Получены значения скорости в диапазоне 16–65 м/с. В опытах обнаружена зависимость скорости звука от величины растяжения паренхимы (давления в легких) [3, 4] и слабая зависимость от состава газа, находящегося в легких [4]. Скорость распространения волн с характерным периодом 100–300 мс была измерена на легких собаки [2]. С ростом давления в легких (трансмурального давления) скорость возрастала: при давлении 1–2 см вод. ст. скорость равна 2–3 м/с, при давлении 20–25 см вод. ст. – 10–15 м/с.

*Дисперсия звука.* В литературе отсутствуют прямые данные о дисперсии скорости звука в легочной паренхиме, но есть измерения дисперсии времени прохождения звукового сигнала от рта до поверхности грудной клетки человека [5]. При изменении частоты от 255 до 640 Гц средняя скорость распространения сигнала возрастала примерно в 2–3 раза (от 30–40 до 80–100 м/с, оценка очень грубая, поскольку расстояния, проходимые звуковой волной, в этих опытах не определены). В [5] указаны две возможные причины дисперсии: с ростом частоты звук большую часть пути проходит по дыхательным путям, где скорость звука больше, чем в паренхиме; среда распространения является дисперсионной.

Дальнейшие исследования показали, что измеренный в этих опытах сигнал возникает в результате интерференции множества сигналов, отраженных от поверхности легких [10]. Интерференция почти не влияет на прохождении фронта сигнала, поэтому временем прохождения сигнала считали время появления фронта. Такой подход дает возможность оценить скорость наиболее быстрых составляющих звукового сигнала.

*Затухание звука.* Имеющиеся экспериментальные данные о затухании звука противоречивы. По данным [6], на частотах до 500 Гц звук проходит через легкие и грудную клетку не ослабляясь. На частоте 1 кГц затухание равно 18 дБ, а на частоте 2 кГц — около 36 дБ.

Данные [6] об отсутствии затухания на низких частотах (менее 500 Гц) противоречат результатам работ, процитированных в [1], в которых установлено, что на частотах 100–300 Гц затухание звука при прохождении расстояния порядка размера легких составляет величину порядка 30–60 дБ. Это затухание нельзя объяснить возможным в условиях опыта затуханием за счет отражения звука от поверхности грудной клетки, так как этот эффект, по оценкам [10], может приводить к лишь затуханию порядка 16–19 дБ.

Подчеркнем, что все указанные выше величины затухания относятся к характерной длине затухания  $L \sim 10$  см и частотам 100–2000 Гц. На частотах  $f \lesssim 10$  Гц характерная длина затухания имеет такой же порядок и возрастает при растяжении легких [2].

**2. Условие изотермичности для звуковых волн.** В [9] показано, что при условиях спокойного и форсированного дыхания ( $t_* \geq 10^{-1}$  с,  $l_* \geq 10$  см,  $v_* \sim 1$  см/с) для описания динамических задач, связанных с легочной паренхимой, вместо уравнения притока тепла можно пользоваться условием изотермичности.

В задачах теории звука характерное время определяется частотой  $t_* \sim 1/f = 2\pi/\omega$ ; характерная длина — длиной волны  $l_* \sim \lambda \sim a_* t_*$  ( $a_*$  — скорость распространения звуковых волн); характерная скорость — интенсивность звука ( $I \sim \rho_* a_* v_*^2$ )  $v_* \sim (I/\rho_* a_*)^{1/2}$ . Согласно экспериментальным данным [3, 4], скорость звуковых волн  $a_* \sim 5 \cdot 10^3$  см/с. Примем в дальнейших оценках, что интенсивность звука не превосходит 100 дБ ( $I \sim 10$  г/с<sup>3</sup>). При этом ясно, что для звуковых волн низкой частоты  $f \lesssim 10$  Гц, характерные значения параметров ( $t_* \geq 10^{-1}$  с,  $l_* \sim \lambda \sim 5 \cdot 10^2$  см  $> 10$  см,  $v_* \sim 1$  см) те же, что принятые в оценках [9], и, следовательно, при исследовании волн низкой частоты можно пользоваться условием изотермичности.

Предельные с точки зрения развиваемой теории частоты соответствуют волнам, длина которых порядка характерного размера осреднения  $L \sim 10^{-1} - 1$  см [7–9],  $f \lesssim a/L \sim 10^3 - 10^4$  Гц.

Простая оценка [7] показывает, что характерное время выравнивания температур между фазами (газ и тканевые структуры) паренхимы не превосходит  $10^{-3}$  с. Таким образом, в диапазоне допустимых с точки зрения размера осреднения частот ( $t_* \geq 10^{-3}$  с,  $f \lesssim 10^3$  Гц) паренхиму можно рассматривать как однотемпературную среду. В связи с этим оценкам аналогично [9] члены в уравнении притока тепла для условий  $t_* \geq 10^{-3}$  с,  $v_* \sim 1$  см/с,  $l_* \geq 1$  см.

Для указанного диапазона параметров имеют место соотношения  $kt_*/\xi \ll 1$ ,  $p_* l_*/(\xi v_*) \geq 10^2$ , где  $k$  — модуль объемного сжатия паренхимы,  $\xi$  — коэффициент вязкости,  $p_* \sim 10^6$  г/(см<sup>2</sup>) — характерное давление. Из этих неравенств следует (см. [9]), что работа внутренних поверхностных сил  $A$  определяется в основном работой сил давления  $A = -p_1 \operatorname{div} \mathbf{v}$ ,  $p_1$  — давление в газовой фазе, отождествляемое с давлением в паренхиме;  $p = p_1$ ,  $\mathbf{v}$  — скорость.

Имея в виду сопоставление результатов расчета с опытными данными, соответствующими экспериментам на выделенном легком, будем считать, что температуры легких и внешней среды до начала опыта совпадают и что кровоток  $Q_k$  через выделенное легкое отсутствует ( $Q_k = 0$ ). В этих

условиях изменение температуры паренхимы связано только с прохождением звуковой волны и по порядку величины определяется работой сил давления  $\Delta T \sim p_* v_* t_* / (l_* \rho_* c)$ , где  $c$  — теплоемкость среды. Используя эту оценку, представим отношение членов, связанных с работой сил давления и теплопроводностью, в уравнении притока тепла в виде

$$\frac{|p \operatorname{div} \mathbf{v}|}{|\operatorname{div} \mathbf{q}|} \sim \frac{\rho_* c l_*^2}{t_* \lambda_T} \gg 10^2$$

здесь  $\lambda_T$  — коэффициент теплопроводности среды. В оценках, как и в [9], принято  $c = 1$  кал/(г·град),  $\lambda_T \sim 1,4 \cdot 10^{-3}$  кал/(см·с·град),  $\rho_* \sim 10^{-1}$  г/см<sup>3</sup>,  $t_* < 1$  с,  $l_* > 1$  см. Таким образом, членом, связанным с теплопроводностью, можно пренебречь.

Если дыхательные пути во время опыта не перекрыты, то в процессе прохождения звуковой волны будет осуществляться газообмен с внешней средой. Так как температура внешней среды и легких считается одинаковой, то изменение внутренней энергии паренхимы в результате такого газообмена будет выражаться только через изменение ее плотности. Однако в силу того, что изменения объема в рассматриваемой задаче малы, а плотность паренхимы в основном определяется плотностью тканевых структур, изменением внутренней энергии, связанным с газообменом, можно пренебречь.

Проведенные оценки позволяют привести уравнение притока тепла в задачах о распространении звука к виду (см. [9])

$$\frac{d\rho U}{dt} = \frac{\partial \rho U}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho U \mathbf{v}) = -p \operatorname{div} \mathbf{v} \quad (2.1)$$

Здесь  $U$  — внутренняя энергия единицы массы паренхимы,  $\rho$  — плотность паренхимы.

Примем, что  $U = cT$ . Воспользуемся уравнением неразрывности для паренхимы [8, 9]

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = J_{31} \quad (2.2)$$

Здесь  $J_{31}$  — масса газа, уходящая в воздухоносные пути из единицы объема паренхимы.

Из (2.1), (2.2) получается следующая связь:

$$\rho c dT = \left( \frac{p}{\rho} - cT \right) d\rho - \frac{p}{\rho} J_{31} dt \quad (2.3)$$

Будем, как и в [8, 9], считать паренхиму состоящей из двух фаз: фаза 1 — газ с плотностью  $\rho_1^\circ$ , фаза 2 — ткань, кровь с плотностью  $\rho_2^\circ = \text{const}$ . При этом плотность паренхимы

$$\rho = \rho_1^\circ \alpha_1 + \rho_2^\circ \alpha_2 = \rho_1 + \rho_2, \quad \alpha_i = V_i/V$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  — объемные доли фаз (по условию  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ). Легко видеть, что имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} dV &= dV_1, & d\alpha_1 &= -d\alpha_2, & d\alpha_1 &= (1-\alpha_1) \frac{dV}{V} \\ \rho_1^\circ &= \frac{\rho - \rho_2^\circ \alpha_2}{\alpha_1}, & d\rho_1^\circ &= \frac{d\rho}{\alpha_1} - \left( \frac{\rho_1^\circ}{\alpha_1} - \frac{\rho_2^\circ}{\alpha_1} \right) d\alpha_1 \\ J_{31} dt &= \frac{1}{V} d(\rho_1 V) = \rho_1 \frac{dV}{V} + d\rho_1 = \frac{\rho_1^\circ}{1-\alpha_1} d\alpha_1 + \alpha_1 d\rho_1^\circ \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$d\rho_1^\circ = d\left(\frac{\rho - \alpha_2 \rho_2^\circ}{\alpha_1}\right) = \frac{1}{\alpha_1} (d\rho - \rho_2^\circ d\alpha_2) - \frac{\rho_1^\circ}{\alpha_1} d\alpha_1$$

Используя эти соотношения, из (2.3) получим, что в силу уравнения притока тепла (2.1) между величинами  $dT$ ,  $d\rho$ ,  $d\alpha_1$  существует следующая связь:

$$\rho c dT = -cT d\rho - \frac{p}{\rho} \left[ \frac{\rho_1^\circ \alpha_1}{1 - \alpha_1} + \rho_2^\circ \right] d\alpha_1 \quad (2.5)$$

В силу уравнения состояния для газа имеем

$$p_1 = p = R_1 \rho_1^\circ T \quad dp = R_1 \left[ \rho_1^\circ dT + T \left( \frac{1}{\alpha_1} d\rho + \frac{\rho_2^\circ - \rho_1^\circ}{\alpha_1} d\alpha_1 \right) \right] \quad (2.6)$$

Здесь  $R_1$  — газовая постоянная.

Из (2.6) следует, что при изотермическом процессе ( $dT=0$ ) существует следующая связь между изменением давления ( $dp_1$ ) и изменениями плотности ( $d\rho$ ) и объемной доли фаз ( $d\alpha_1$ ):

$$dp_1 = \frac{R_1 T}{\alpha_1} [d\rho + (\rho_2^\circ - \rho_1^\circ) d\alpha_1] \quad (2.7)$$

Связь между этими величинами, которая имеет место в общем случае, получается исключением  $dT$  из соотношений (2.5), (2.6)

$$dp = R_1 T \left\{ \left( \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\rho_1^\circ}{\rho} \right) d\rho + \left[ \frac{\rho_2^\circ - \rho_1^\circ}{\alpha_1} - \frac{R_1}{c\rho} \left( \frac{\rho_1^\circ \alpha_1}{1 - \alpha_1} + \rho_2^\circ \right) \right] d\alpha_1 \right\} \quad (2.8)$$

Из этого соотношения видно, что если  $\rho_1^\circ/\rho \ll 1$  и  $R_1 \rho_2^\circ/c\rho \ll 1$ ,  $\alpha_1 \sim 1$ , то связь изменения давления с изменениями плотности и объемного содержания будет такой же, как в изотермическом процессе (2.7). Для паренхимы  $\alpha_1 \sim 1$ ,  $\rho_1^\circ/\rho \ll 10^{-2}$ ,  $R_1 \rho_2^\circ/c\rho \ll 10^{-3}$ .

Таким образом, при исследовании задач о распространении звука в паренхиме при частотах  $f \ll 10^3$  Гц можно пользоваться условием изотермичности вместо уравнения энергии.

**3. Линеаризованные уравнения.** При решении задачи о распространении звука в легких воспользуемся условием изотермичности паренхимы и соответствующей системой уравнений для малых возмущений [8]:

$$\frac{\partial \rho_1^*}{\partial t} + \rho_{10} \operatorname{div} \mathbf{v}^* = J_{31}^*, \quad \frac{\partial \rho_2^*}{\partial t} + \rho_{20} \operatorname{div} \mathbf{v}^* = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t} = -\operatorname{grad} p_1^* + \operatorname{div} \sigma_f$$

$$\rho_2^* = \alpha_2^* \rho_{20}^\circ, \quad \rho_{20}^\circ = \text{const}, \quad \rho_1^* = \alpha_1^* \rho_{10}^\circ + \alpha_{10} \chi \rho_1^*, \quad \chi = \mu_1/RT$$

$$\alpha_1^* + \alpha_2^* = 0, \quad \rho_0 = \alpha_{10} \rho_{10}^\circ + \alpha_{20} \rho_{20}^\circ$$

Здесь звездочкой обозначены возмущения соответствующих величин;  $\sigma_f$  — тензор эффективных напряжений;  $\mu_1$  — молекулярный вес газа,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Дополнительным нижним индексом нуль обозначаются величины, относящиеся к исходному (невозмущенному) состоянию паренхимы.  $\rho_{10}^\circ$ ,  $\rho_{20}^\circ$  — плотности фаз 1 и 2 в исходном состоянии.

Литературных данных о реологических свойствах паренхимы недостаточно, чтобы обосновать какое-либо реологическое уравнение. Однако существуют отдельные указания на то, что паренхима ведет себя как вязкоупругое тело. В связи с этим в дальнейшем будем предполагать, что паренхима является вязкоупругим телом Фойхта, для которого связь между компонентами тензоров напряжений  $\sigma_j^{hi}$  и деформаций  $u^{hi}$  имеет вид

$$\sigma_j^{hi} = K u^{ll} \delta^{hi} + 2\mu (u^{hi} - \frac{1}{3} u_{ll} \delta^{hi}) + \xi \dot{u}^{ll} \delta^{hi} + 2\eta (\dot{u}^{hi} - \frac{1}{3} \dot{u}_{ll} \delta^{hi}) \quad (3.2)$$

$$u^{ki} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^k}{\partial x^i} + \frac{\partial u^i}{\partial x^k} \right), \quad \dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

Здесь  $u$  — вектор перемещений среды.

Уравнения (3.1) и (3.2) необходимо замкнуть соотношением, связывающим поток газа через дыхательные пути  $J_{31}$  с напряжениями и деформациями в паренхиме.

4. Движение газа в дыхательных путях. Будем считать, стенки дыхательных путей нерастяжимыми и представлять дыхательные пути трубкой с поперечным сечением  $s(x)$ , считая, что  $s(x)$  — суммарная площадь проходных сечений дыхательных путей на расстоянии  $x$  от альвеол. В этом случае гидравлическое уравнение движения газа в дыхательных путях имеет вид

$$\rho_1^\circ \frac{\partial v_1}{\partial t} + \rho_1^\circ v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} + f \quad (4.1)$$

где  $v_1$  — средняя по сечению  $s(x)$  линейная скорость газа в дыхательных путях,  $p$  — давление газа,  $f$  — сила трения с учетом потерь давления на бифуркациях.

Пренебрежем сжимаемостью газа ( $\rho_1^\circ = \rho_{10}^\circ = \text{const}$ ) и введем объемную скорость соотношением  $J = \rho_1^\circ v_1 s$ . Тогда, интегрируя уравнение (4.1) по всей длине дыхательных путей  $L$  (от альвеол до трахеи), получаем уравнение

$$p(0) \sim p(L) = - \int_0^L f dx + \int_0^L \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{J}{s} \right) dx + \frac{1}{2\rho_{10}^\circ} \left( \frac{J^2}{s} \right) \Big|_0^L \quad (4.2)$$

Для несжимаемого газа  $\partial J / \partial x = 0$  и, следовательно

$$\int_0^L \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{J}{s} \right) dx = A \frac{\partial}{\partial t} (J); \quad A = \int_0^L \frac{dx}{s}$$

Величина  $A$  — постоянная, зависящая от морфометрии дыхательных путей.

Будем считать, что это обычно делается при исследовании спокойного дыхания, что суммарные потери на трение можно представить в виде квадратичной функции скорости

$$- \int_0^L f dx = R_a J + k J^2$$

При этом если в исходном состоянии  $J=0$ , то для малых возмущений уравнение движения газа (4.2) примет вид

$$p_1^* = R_a J^* + A J^* \quad (4.3)$$

Здесь и в дальнейшем точкой обозначаются производные по времени.

Величину  $A$  можно оценить, задавшись подходящей аппроксимацией суммарной площади проходного сечения дыхательных путей  $s(x)$ , или экспериментально методом форсированных осцилляций [13]. При этом для легких человека получается  $A \sim 20 \text{ см}^{-1}$ . Величина  $R_a$ , определенная экспериментально для здоровых людей, имеет порядок [13]  $2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Будем считать для упрощения, что каждая точка паренхимы соединена с атмосферой индивидуальным дыхательным путем.

В соответствии с принятым при получении системы уравнений (3.1) объемом осреднения [8, 9] данное предположение эквивалентно предположению о том, что долька соединена с атмосферой индивидуальным ды-

хательным путем. В этом случае перепад давлений на каждом дыхательном пути зависит только от потока газа из данной точки паренхимы и не зависит от потока газа из других точек. Для каждого из дыхательных путей можно записать уравнение типа уравнения (4.3):

$$p_1^* = rJ_{31}^* + m\dot{J}_{31}^* \quad (4.4)$$

где  $J_{31}^*$  — локальный поток массы,  $r = VR_a$  — удельное сопротивление дыхательных путей (в расчете на единицу объема легких),  $m = VA$  — удельная инерционность газа, находящегося в дыхательных путях,  $V$  — объем легких. Приняв  $V \sim 3 \cdot 10^3$  см<sup>3</sup>, используя указанные выше оценки для  $A$  и  $R_a$ , получим  $r \sim 6 \cdot 10^6$  см<sup>2</sup>/с,  $m \sim 6 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>. Из этих оценок следует, что члены в правой части (4.4) совпадают по порядку величины при частотах  $f \sim 1/t_* \sim 15$  Гц ( $\omega \sim r/m \sim 10^2$  с<sup>-1</sup>).

Таким образом, в рассматриваемых условиях при низких частотах ( $f \sim 1$  Гц) инерционность газа незначительна ( $m=0$ ). При высоких частотах ( $f \sim 10^2$  Гц), наоборот, изменение давления в дыхательных путях в основном определяется инерционностью газа ( $r=0$ ).

Влияние эффектов сжимаемости газа исследовано в [14] на примере бесконечной круглой трубы. Показано, что при высоких частотах изменение давления становится пропорциональным потоку и, следовательно, (4.3) переходит в

$$p_*^* = (a/S)J^* \text{ при } D\sqrt{2\pi f/\nu} \geq 10 \quad (4.5)$$

Здесь  $a$  — скорость звука в газе,  $S$  — площадь поперечного сечения трубки,  $\nu$  — кинематическая вязкость газа,  $\nu = 0,165$  см<sup>2</sup>/с,  $D$  — диаметр трубки.

Вопрос моделирования дыхательных путей и в конечном итоге определения локального закона сопротивления — связи потока массы из данной точки паренхимы с альвеолярным давлением и другими параметрами задачи — представляет собой самостоятельную проблему. Введенное выше предположение об «индивидуальных» дыхательных путях позволяет упростить задачу и принять закон сопротивления в виде (4.4). Приводимое ниже сопоставление расчетов с опытными данными показывает, что это упрощение не приводит к качественному и даже количественному рассогласованию расчета с опытом. Оценка эффекта сжимаемости газа даже в рамках предположения об индивидуальных дыхательных путях содержит дополнительную неопределенность, так как необходимо дополнительно задаться законом изменения поперечного сечения индивидуального дыхательного пути.

В рамках рассматриваемой модели легкого и принятого объема осреднения естественно считать, что диаметр индивидуального дыхательного пути в его дистальном конце (в выбранной точке паренхимы) совпадает с диаметром долькового бронха  $D \sim 0,1$  см. Примем для оценок, что индивидуальные дыхательные пути представляют собой трубки постоянного сечения. В этом случае из (4.5) следует, что при частотах  $f \geq 2 \cdot 10^2$  Гц вместо (4.4) можно пользоваться тем же уравнением, что и при низких частотах, но с эффективным сопротивлением

$$p_1^* = r_e J_{31}^*, \quad r_e = va/s \quad (4.6)$$

где  $v \sim 1$  см<sup>3</sup> — объем осреднения. При принятом диаметре индивидуального дыхательного пути величина  $va/s \sim 10^6$  см<sup>2</sup>/с  $\sim r$ , т. е. эффективное сопротивление дыхательных путей при высоких частотах порядка их сопротивления при низких частотах.

**5. Уравнение, описывающее распространение малых возмущений.** Используя уравнения (3.1), (3.2) и (4.4), получаем уравнение с одним неизвестным — вектором перемещения

$$m\rho_0 \ddot{\mathbf{u}} + r\rho_0 \ddot{\mathbf{u}} - \mu (\mathbf{m}\Delta \ddot{\mathbf{u}} + r\Delta \dot{\mathbf{u}}) - \eta r \Delta \dot{\mathbf{u}} - r (\xi + \frac{1}{3}\eta) \text{grad div } \ddot{\mathbf{u}} -$$

$$\begin{aligned}
& - (m \operatorname{grad} \operatorname{div} \ddot{\mathbf{u}} + r \operatorname{grad} \operatorname{div} \dot{\mathbf{u}}) \left( K + \frac{1}{3} \mu + \frac{\rho_{10}^{\circ}}{\alpha_{10} \chi} \right) + \\
& + \frac{1}{\alpha_{10} \chi} \left[ \rho_0 \ddot{\mathbf{u}} - \mu \Delta \mathbf{u} - \left( K + \frac{1}{3} \cdot \mu \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - \eta \Delta \dot{\mathbf{u}} - \right. \\
& \left. - \left( \xi + \frac{1}{3} \cdot \eta \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \dot{\mathbf{u}} \right] = 0
\end{aligned} \quad (5.1)$$

Для плоской продольной волны это уравнение принимает вид

$$m \ddot{u} + r \ddot{u} - m \frac{\partial^2 \ddot{u}}{\partial x^2} a_1^2 + \gamma r \ddot{u} - a_1^2 r \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial x^2} - a_0^2 \gamma r \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \beta \gamma r \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial x^2} - \beta r \frac{\partial^2 \ddot{u}}{\partial x^2} = 0 \quad (5.2)$$

$$a_0^2 = \frac{3K+4\mu}{3\rho_0}; \quad \beta = \frac{\xi + \frac{1}{3}\eta}{\rho_0}; \quad \gamma = \frac{1}{\alpha_{10} \chi r}; \quad a_1^2 = \frac{\rho_{10}^{\circ}}{\alpha_{10} \chi \rho_0} + a_0^2 \quad (5.3)$$

Решение уравнения (5.2) ищем в виде  $u = u_0 e^{i(\omega t - kx)}$ .

Стандартные выкладки приводят к дисперсионному уравнению

$$k^2 = \frac{-\omega^4 \sigma + i \omega^3 + \gamma \omega^2}{a_0^2 \gamma - \omega^2 (\beta + \sigma a_1^2) + i \omega (a_1^2 + \beta \gamma)}, \quad \sigma = \frac{m}{r} \quad (5.4)$$

**6. Распространение звука в идеальной паренхиме.** Рассмотрим задачу о распространении звука в некоторых предельных ситуациях, соответствующих различным предположениям о свойствах паренхимы.

Одна предельная ситуация соответствует распространению звука в идеальной ( $\xi = \eta = 0$ ) паренхиме с «открытыми альвеолами» ( $r = 0, m = 0$ ). При этом давление воздуха в легких мгновенно становится равным давлению воздуха в окружающем пространстве ( $p_1^* = 0$ ). В такой паренхиме ( $\beta = 0, \sigma = 0, \gamma = \infty, \beta \gamma = 0$ ) скорость продольных волн, как следует из (5.2) или (5.4), равна  $a_0$  (5.3) [7, 8]. В экспериментах [2] показано, что скорость распространения низкочастотных волн ( $f \lesssim 10$  Гц) в паренхиме легких собаки хорошо соответствует величине  $a_0$ , вычисленной по формуле (5.3), если принять, что модули сжатия и сдвига связаны с трансмуральным давлением  $p_t$  (разностью давлений в легких и окружающей среде) соотношением [11]

$$\frac{1}{3}(3K+4\mu) \approx 5p_t \quad (6.1)$$

В реальном диапазоне изменения  $p_t$  величина  $a_0 < 10$  м/с.

В опытах [2] использовались доли легкого. При этом за счет исключения крупных дыхательных путей (трахея, главные бронхи) сопротивление дыхательных путей испытанных образцов оказывалось меньшим, чем у целых легких. Это обстоятельство и низкие частоты делают условия экспериментов близкими к условию  $r = 0$  ( $p_1^* = 0$ ).

Другая предельная ситуация соответствует распространению звука в идеальной ( $\xi = \eta = 0$ ) паренхиме при закрытых дыхательных путях ( $r = \infty$ ) [7, 8]. В данном случае  $\beta = 0, m = 0, \gamma = 0, \sigma = 0$ , скорость продольных волн, как следует из (5.4), равна  $a_1$  (5.3) [7, 8]. В реальном диапазоне параметров  $a_1 \sim 50$  м/с.

Расчетные величины  $a_1$  можно сопоставить с измеренными величинами скорости звука [3, 4].

В опытах [3] использовались легкие, доли которых были изолированы, поэтому для этих опытов модель с  $r = \infty$  является хорошим приближением. В опытах [4] нет конкретного указания на то, что дыхательные пути были перекрыты. Однако и для их описания модель с  $r = \infty$  должна давать неплохие результаты, так как эти опыты соответствуют высоким частотам ( $100 \text{ Гц} \lesssim f \lesssim 1000 \text{ Гц}$ ), при которых, как следует из (5.4), скорость звука слабо зависит от сопротивления при  $\gamma \ll \omega$ . Последнее условие в рассматриваемом диапазоне частот ( $\omega \gtrsim 1000 \text{ с}^{-1}$ ) выполняется, так как при этих

частотах эффективное сопротивление  $r_e$  порядка сопротивления при низких частотах, для которого  $\gamma \sim 150 \text{ с}^{-1}$ .

В работах [3, 4] кроме скорости измеряли также среднюю плотность легких  $\rho^*$  и трансмуральное давление  $p_t$ . Этих данных достаточно для расчета  $a_1$ , если принять, что упругость испытанных в [3, 4] легких кролика и лошади аналогична легким собакам [11]. Величина  $\alpha_{10}$ , фигурирующая в (5.3), легко оценивается, если принять, что  $\rho_0$  совпадает со средней плотностью  $\rho^*$  легких  $\alpha_{10} = 1 - \rho^*/\rho_{20}$ .

Рассчитанные по (5.3) указанным способом скорости  $a_1$  оказались близки к результатам измерений [3], выполненным на легких кролика при различных величинах  $\rho^*$  и  $p_t$  [7, 8]. Однако измеренные для легких лошади величины скорости [4] оказались примерно в 1,4 раз больше, чем вычисленные по уравнению (5.3). Это несоответствие может быть связано с тем, что в легких лошади размеры крупных сосудов порядка длины волны звука ( $\sim 1 \text{ см}$ ), поэтому массу крупных сосудов и находящейся в них крови не следует учитывать при вычислении плотности паренхимы. Так как масса крупных сосудов с кровью порядка массы паренхимы, то в данном случае естественно принять, что  $\rho_0 \approx \rho^*/2$ . При этом результаты расчета скорости  $a_1$  оказываются близкими скорости, измеренной из легких лошади [7, 8].

В легких кролика даже самые крупные сосуды намного меньше длины волны и участвуют в волновом движении вместе с паренхимой, поэтому в данном случае естественно принять  $\rho_0 = \rho^*$ . Другая возможная причина различия между вычисленными и измеренными скоростями звука состоит в том, что вязкость паренхимы и газа, находящегося в дыхательных путях, может увеличить скорость звука по сравнению с  $a_1$ .

В идеальной паренхиме при  $r=0$  или  $r=\infty$  дисперсия и затухание звука отсутствуют.

**7. Влияние сопротивления дыхательных путей на скорость и затухание звука.** Рассмотрим паренхиму, в которой единственной причиной неидеальности является сопротивление дыхательных путей ( $\beta=0$ ,  $\sigma=0$ ,  $r \neq 0$ ).

В разд. 4 показано, что это приближение соответствует паренхиме, в которой отсутствует вязкость, и волнам с частотами  $f \ll 10 \text{ Гц}$  или  $f \gg 200 \text{ Гц}$ .

Оценивая  $\gamma$  по величине сопротивления при низких частотах ( $r = 6 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{с}^{-1}$ ), получаем величину  $150 \text{ с}^{-1}$ . В диапазоне частот  $f \gg 200 \text{ Гц}$  ( $\omega \gg 1000 \text{ с}^{-1}$ ) эффективное сопротивление  $r_e \sim r$  и, следовательно,  $\gamma \sim 150 \text{ с}^{-1}$ . Отсюда следует, что рассматриваемому диапазону частот соответствует приближение  $\gamma \ll \omega$ . В этом приближении из (5.4) получим

$$k \approx \frac{\omega}{a_1} + \frac{i\gamma}{2a_1} \frac{a_0^2 - a_1^2}{a_1^2} \quad (7.1)$$

Отсюда видно, что при высоких частотах скорость звука  $\sim a_1$ . Амплитуда волны уменьшается с расстоянием как  $e^{-x/L}$ , где  $L \sim 2a_1/\gamma$  — характерная длина затухания звука (так как  $a_0 \ll a_1$ ). При  $a_1 = 40 \text{ м/с}$  и  $\gamma = 150 \text{ с}^{-1}$  оценка дает  $L \approx 50 \text{ см}$ . Такое затухание на расстоянии порядка размера легких  $l \sim 25 \text{ см}$  приводит к снижению интенсивности звука на  $G \approx 4,3 \text{ дБ}$ , что в несколько раз меньше экспериментальных величин затухания ( $G \sim 30-60 \text{ дБ}$  [6]) (см. разд. 1). Снижение интенсивности звука  $G$  (дБ) вычислялось по формуле  $G = -10 \lg I/I_0 = -20 \lg u/u_0 \approx -8,6 \ln u/u_0 \approx 8,6x/L$ . Здесь  $I$ ,  $I_0$ ,  $u$ ,  $u_0$  — интенсивность и амплитуда волны в точках с координатами  $x$  и  $0$  соответственно.

В диапазоне низких частот ( $f \approx 1 \text{ Гц}$ ,  $\omega \sim 10 \text{ с}^{-1}$ )  $\gamma \gg \omega$ . В этом приближении из уравнения (5.4) получаем приближенное соотношение

$$k \approx \frac{\omega}{a_0} - i \frac{\omega^2 (a_1^2 - a_0^2)}{2\gamma a_0^2} \quad (7.2)$$



Из (7.2) следует, что скорость звука при низких частотах ( $f \sim 1$  Гц)  $\sim a_0$ ; характерная длина затухания звука  $L \sim 2\gamma a_0^3 / \omega^2 a_1^2 \sim 100$  см ( $a_0 \ll a_1$ ). Используя определения (5.3) и связь (6.1), получим следующую зависимость длины затухания от плотности паренхимы и трансмурального давления:  $L \sim \gamma p_i^2 \alpha_{10} / \rho_0^{1/2}$ . Отсюда видно, что при растяжении легких (когда увеличиваются  $p_i \alpha_{10}$  и снижается  $\rho_0$ ) величина  $L$  должна быстро возрастать. Полагая  $p_i \sim V$ ,  $\rho_0 \sim V^{-1}$ ,  $\alpha_{10} = \text{const}$  и расстояние между источником и приемником звука  $x \sim V^{1/2}$ , найдем, что  $G \sim x/L \sim V^{-5/2}$ . Значительное уменьшение затухания низкочастотных волн при растяжении легких обнаружено в экспериментах [2].

Таким образом, сопротивление дыхательных путей на звуковых частотах  $f \geq 100$  Гц не является, по-видимому, основной причиной затухания звука в легких.

Из (7.1) и (7.2) видно, что дисперсия звука при низких и высоких частотах в рассматриваемом приближении ( $\beta=0$ ,  $\sigma=0$ ) отсутствует.

**8. Влияние вязкости паренхимы на скорость и затухание звука.** Рассмотрим паренхиму, в которой отсутствует движение газа в дыхательных путях (сопротивление дыхательных путей бесконечно) и единственной причиной неидеальности является вязкость паренхимы ( $\sigma=0$ ,  $\gamma=0$ ,  $\beta \neq 0$ ). Дисперсионное уравнение (5.4) принимает вид

$$k^2(\beta\omega - ia_1^2) + i\omega^2 = 0 \quad (8.1)$$

Так как данные относительно вязкости паренхимы отсутствуют, то для выяснения качественных закономерностей проанализируем два варианта.

*Вязкость паренхимы мала* ( $\alpha = \beta\omega / a_1^2 \ll 1$ ). Из уравнения (8.1) следует, что в этом случае дисперсия отсутствует, а скорость волны  $c$  и длина затухания  $L$  определяются выражениями

$$c = a_1, \quad L = \frac{2a_1 a_1^2}{\omega \beta\omega} \quad (8.2)$$

Воспользовавшись соотношением, определяющим снижение интенсивности звука  $G = 8,6x/L$ , выразим через него параметр

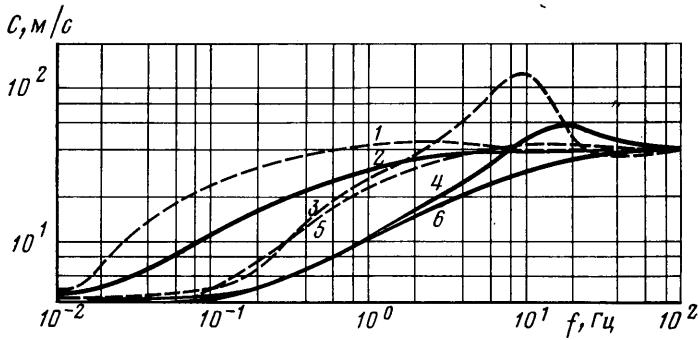
$$\alpha = \frac{\beta\omega}{a_1^2} = \frac{Ga_1}{4,3x\omega} \quad (8.3)$$

На основе полученных соотношений и экспериментальных данных о затухании звука [6] можно оценить «модуль вязких потерь»  $\varphi = \beta\omega = (\xi + \frac{4}{3}\eta)\omega$  паренхимы. В опытах [6] установлено, что на частоте 1 кГц затухание равно 18 дБ, а на частоте 2 кГц — 36 дБ. Используя эти данные, из (8.3) находим, что параметр  $\alpha$  не зависит от частоты. Приняв  $a_1 = 40$  м/с и  $x = 10$  см, получим  $\alpha = \beta\omega / a_1^2 \sim 0,3$ , т. е. опыты [6] должны описываться рассматриваемым приближением малой вязкости ( $\alpha \ll 1$ ).

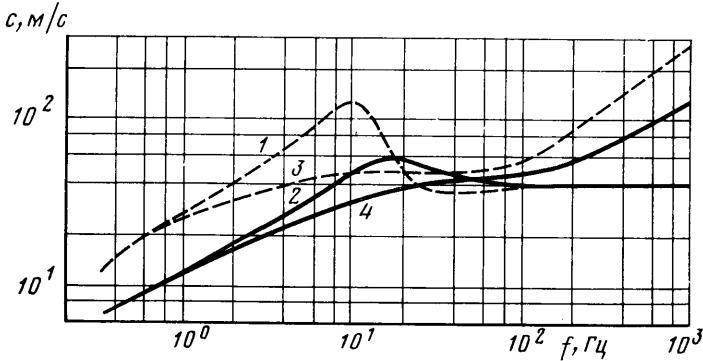
Для оценки модуля вязких потерь примем, что  $\rho_0 = 0,2$  г/см<sup>3</sup>. При этом из условия  $\alpha = 0,3$  находим  $\varphi \approx 10^6$  г·см<sup>-1</sup>·с<sup>-2</sup>. Причем модуль вязких потерь не зависит от частоты колебаний. Оценка коэффициентов вязкости на частоте  $\sim 1$  кГц ( $\omega \sim 10^4$  с<sup>-1</sup>) дает  $\xi + \frac{4}{3}\eta \sim 10^2$  г·см<sup>-1</sup>·с<sup>-1</sup>, т. е. величину, в 100 раз большую вязкости воды.

Отметим, что в стенках артерий модуль вязких потерь также постоянен в диапазоне частот 5—150 Гц [15]. Такое поведение вязкоупругого материала означает существование непрерывного спектра времен релаксации в заданном диапазоне частот деформации и обнаружено у различных мягких тканей [12].

Данные [1] о значительном затухании не соответствуют варианту малой вязкости паренхимы. Действительно, по данным [1], на частоте 300 Гц затухание равно 20 дБ. Оценка по уравнению (8.3) дает  $\beta\omega / a_1^2 \sim 8$ , что противоречит исходному предположению о малой вязкости ( $\beta\omega / a_1^2 \ll$



Фиг. 1



Фиг. 2

$\ll 1$ ), поэтому данные [1] не могут рассматриваться на основе этого приближения при  $\gamma=0, \sigma=0$ .

Большое затухание звука в опытах, описанных в [1], и невозможность его описания в рамках приближения  $\gamma=0, \sigma=0$  может быть связано с несколькими обстоятельствами. Во-первых, в опытах [1] (так же, как в [6]) звук подавался в легкие через рот, при этом неизбежно дополнительное затухание звука в крупных дыхательных путях. Во-вторых, использованная частота  $f \sim 300$  Гц лежит вблизи предела возможного использования закона сопротивления (4.6). В-третьих, возможно, что длина затухания зависит от вязкости так, что небольшое изменение вязкости ведет к существенному изменению длины затухания. В последнем случае может оказаться возможным описать опыты [1] в рамках предположений  $\gamma=\sigma=0$ , но не используя приближения малой вязкости  $\beta\omega \ll a_1^2$ . С целью анализа этой возможности рассмотрим другой предельный случай.

*Вязкость паренхимы велика* ( $\beta\omega \gg a_1^2$ ). Из уравнения (8.1) следует, что в данном случае существенна дисперсия звука, причем фазовая  $c_*$  и групповая  $s$  скорости, а также длина затухания определяются соотношениями:

$$c_* \sim \sqrt{2\beta\omega}, \quad s \approx 2\sqrt{2\beta\omega}, \quad L \approx \sqrt{2\beta\omega}/\omega$$

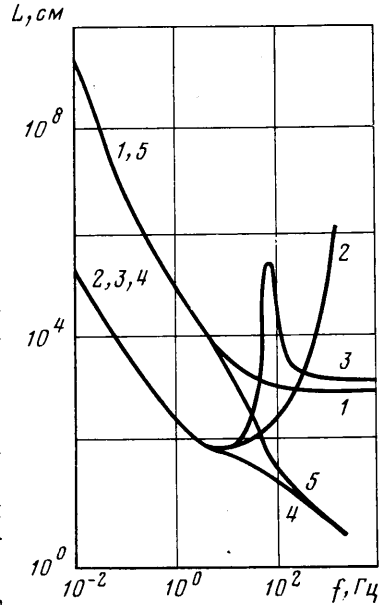
Сопоставим с этими оценками экспериментальные данные [1] о затухании звука в паренхиме легких. По данным [1], на частоте 300 Гц затухание составляет величину  $G \sim 20$  дБ.

Формула, аналогичная (8.3), для данного случая имеет вид  $G = 8,6x\omega / \sqrt{2\beta\omega}$ . Из этого соотношения, полагая  $x \approx 10$  см,  $a_1 \approx 40$  м/с,  $\rho_0 \approx 0,2$  г/см<sup>3</sup>, находим  $\beta\omega/a_1^2 \sim 2$ , модуль вязких потерь  $\varphi \sim 10^7$  г/см<sup>2</sup>·с<sup>-2</sup>, коэффициенты вязкости  $\xi + 4/3\eta \sim 3 \cdot 10^3$  г·см<sup>-1</sup>·с<sup>-1</sup>. Получившееся значение параметра  $\beta\omega/a_1^2$  относительно мало, так что опытные данные [1] могут плохо описываться рассматриваемым приближением  $\beta\omega \gg a_1^2$ .

Полученное в данной оценке значение вязкости намного превышает значение, полученное выше при анализе опытных данных [6].

Таким образом, сопоставление экспериментальных данных и результатов качественного анализа затухания звука в предельных ситуациях позволяет грубо оценить порядок величины вязкости паренхимы:  $\beta\omega/a_1^2 \sim 0,1-2$ ,  $\xi + \frac{1}{3}\eta \sim 100-3 \cdot 10^3$  г/см·с. Эти оценки можно уточнить, сопоставляя экспериментальные данные о дисперсии и затухании звука с вычислениями, проведенными по полному уравнению (5.4).

**9. Совместное влияние вязкоупругости паренхимы, гидравлического сопротивления и инерционности газа в дыхательных путях на дисперсию и затухание звука.** С помощью уравнения (5.4) было численно исследовано влияние указанных факторов неидеальности паренхимы на скорость звука. На фиг. 1-2 представлены расчетные кривые зависимости фазовой (сплошные линии) и групповой (пунктирные линии) скорости от частоты звука. На фиг. 1 показана роль сопротивления и инерционности газа в дыхательных путях. Все кривые соответствуют паренхиме без вязкости  $\beta=0$  и значениям  $a_0=4$  м/с,  $a_1=40$  м/с. Кроме того, для кривых 1, 2 —  $\sigma=0$ ,  $\gamma=15$  с<sup>-1</sup>, 5, 6 —  $\sigma=0$ ,  $\gamma=150$  с<sup>-1</sup>, 3, 4 —  $\sigma=0,01$  с,  $\gamma=150$  с<sup>-1</sup>.



Фиг. 3

Для кривых 1, 2 и 5, 6 единственным фактором неидеальности является сопротивление дыхательных путей, причем кривые 3, 4 соответствуют сопротивлениям, близким к норме ( $r \approx 6 \cdot 10^6$  см<sup>2</sup>·с<sup>-1</sup>,  $\gamma=150$  с<sup>-1</sup>), а кривые 1, 2 — повышенным на порядок сопротивлениям. Из фиг. 1 видно, что в области низких и высоких частот дисперсия отсутствует и скорости звука равны соответственно  $a_0$  и  $a_1$  (см. разд. 7). Уменьшение сопротивления дыхательных путей приводит к уменьшению скорости звука при заданной частоте и смещению зоны дисперсии в область более высоких частот.

Инерционность газа в дыхательных путях приводит к расширению области дисперсии и к увеличению скорости звука при заданной частоте, в связи с чем формируется максимум скорости на частотах  $\sim 10$  Гц при  $\gamma=150$  с<sup>-1</sup>. При частотах  $f \geq 100$  Гц дисперсия мала и скорость звука близка к  $a_1$ . Подчеркнем, что последний эффект не связан с эффектом сжимаемости газа в дыхательных путях, обсуждавшимся в разд. 4. Учет эффекта сжимаемости газа должен выражаться в зависимости  $\gamma$  от частоты и пренебрежении инерционного газа, т. е.  $\sigma=0$ .

На фиг. 2 проиллюстрирована роль вязкости паренхимы с учетом (кривые 1, 2) и без учета инерционности (кривые 3, 4) газа в дыхательных путях. Кривые 1, 2 рассчитаны при  $\sigma=0,01$  с,  $\gamma=150$  с<sup>-1</sup>,  $\beta=1,5 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>/с,  $a_0=4$  м/с,  $a_1=40$  м/с, кривые 3, 4 — при  $\sigma=0$ , остальные параметры те же.

Если на высоких частотах не учитывать инерционность газа  $\sigma=0$  (в разд. 4 показано, что инерционность газа необходимо учитывать на частотах  $200 \geq f \geq 15$  Гц), то вязкость паренхимы приводит к значительной дисперсии звука и росту скорости: скорость в диапазоне частот 150—1000 Гц возрастает в несколько раз (сравни кривые 1, 2 и 3, 4 на фиг. 2). Учет инерционности газа в рамках уравнения (4.6) приводит к тому, что при высоких частотах ( $f > 100$  Гц) дисперсия пропадает и скорость звука стремится к величине  $a_1$ .

Расчеты показывают, что экспериментальные данные о дисперсии скорости звука в легких человека [5] (см. разд. 1.2) можно описать в рамках условий  $\sigma=0$ ,  $\gamma=150$  с<sup>-1</sup>,  $\beta=0,5 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>/с,  $a_0=4$  м/с,  $a_1=30$  м/с, что соответствует вязкости паренхимы  $(\xi+^{4/3}\eta) \sim 10^3$  г/см·с.

На фиг. 3 представлены расчетные зависимости длины затухания звука от частоты. Различные кривые соответствуют следующим значениям параметров:

N	1	2	3	4	5
$\sigma$	0,01	0,01	0,01	0	0
$\gamma$	0	150	150	150	0
$\beta$	$1,5 \cdot 10^4$	0	$1,5 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^4$

Для всех кривых принято  $a_0=4$  м/с,  $a_1=40$  м/с. Из фиг. 3 следует, что малые длины затухания  $L \sim 10-5$  см, замеренные экспериментально (см. разд. 1.3), могут реализовываться только в отсутствие инерционности ( $\sigma=0$  — кривые 4, 5). Из результатов разд. 4 следует, что условие  $\sigma=0$  может использоваться для описания распространения звука либо при низких частотах, либо при частотах  $f \geq 200$  Гц.

Таким образом, из анализа фиг. 3 следует, что экспериментальные данные по затуханию звука в диапазоне частот  $10^2-10^3$  Гц можно объяснить, если принять для вязкости паренхимы величину  $(\xi+^{4/3}\eta) \sim 10^3$  г/см·с ( $\beta=1,5 \cdot 10^4$ ). Это же значение вязкости паренхимы получено выше из анализа опытных данных по дисперсии звука.

**10. Эффекты, не учитываемые рассматриваемой теорией.** Ограничение рассматриваемой теории по возможным частотам ( $f \approx 1000$  Гц) связано как с масштабом осреднения, так и с временем выравнивания температур между газом и тканью (см. разд. 1). В оценке времени выравнивания температур использован характерный размер альвеол ( $\sim 10^{-2}$  см). Однако кроме альвеол в легочной паренхиме присутствуют бронхиолы с размером  $\sim 10^{-1}$  см и более крупные бронхи. При частотах  $\sim 1000$  Гц термическое равновесие в рамках этих структур не достигается. Отсутствие термического равновесия между фазами в эмульсиях приводит к дополнительному поглощению звука и дисперсии [16, 17]. В связи с этим можно ожидать дополнительных (по отношению к рассмотренной выше) термической дисперсии и затухания звука в диапазоне частот  $f < 1000$  Гц.

Теоретическая оценка эффектов, связанных с термической дисперсией и затуханием, затруднены, так как они зависят от тонкой анатомической структуры паренхимы. Однако, по-видимому, возможна экспериментальная оценка относительной роли термической дисперсии и затухания. С этой целью целесообразно поставить специальные акустические эксперименты, наполняя легкие газами с различной теплопроводностью. Можно предположить, что дисперсия и затухание, связанные с вязкостью паренхимы, не будут изменяться при замене газа, а термическое затухание и дисперсия должны изменяться.

Затухание и дисперсия звука могут быть связаны также с испарением и конденсацией воды на поверхности альвеол во время циклов растяжение-сжатие.

Возможно также дополнительное рассеяние звука на крупных сосудах и бронхах, находящихся в паренхиме. Однако по нашим оценкам этот эффект вряд ли значителен.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Немеровский Л. И. Пульмофонография. М.: Медицина, 1981. 160 с.
2. *Batler J. P., Lehr J. L., Drazen J. M.* Longitudinal elastic wave propagation in pulmonary parenchyma // *J. Appl. Physiol.* 1987. V. 62. P. 1349-1355.
3. *Yen R. T., Fung Y. C., Ho H. H., Butterman G.* Speed of stress wave propagation in lung // *J. Appl. Physiol.* 1986. V. 61. № 2. P. 701-705.
4. *Rice D. A.* Sound speed in pulmonary parenchyma // *J. Appl. Physiol.* 1983. V. 54. P. 304-308.
5. *Rice D. A.* Dispersion in pulmonary sound transmission // *Proc. 37th Annu. Conf. Eng. Med. and Biol., Los Angeles, California, Sept. 17-19, 1984. Bethesda, Md.* 1984. P. 75.
6. *Cegla U. H.* Some aspects of pneumosonography // *Prog. Resp. Res. Karger, Basel.* 1979. V. 11. P. 235-241.
7. Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Модель динамики легочной паренхимы как двухфазной сплошной среды // VI Всесоюз. съезд по теоретической и прикладной механике: Аннот. докл. Ташкент, 1986. С. 263.
8. Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Уравнения динамики легочной паренхимы, рас-

- смаатриваемой как многофазная сплошная среда // Механика и науч.-техн. прогресс. Т. 2. М.: Наука, 1987. С. 244–260.
9. Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Система уравнений для описания динамических задач, связанных с механикой легочной паренхимы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 21–29.
  10. Rice D. A., Wegmann M. J., Venkatachalam V. et al. Transit time of sound pulses in human lung in vivo // Proc. 39<sup>th</sup> Annu. Conf. Eng. Med. and Biol., Baltimore, Md, 1985. Washington, D. C. 1986. V. 28. P. 50.
  11. Lai-Fook S. J. Elastic properties of lung parenchyma: the effects of pressure volume hysteresis on the behavior of large blood vessels // J. Biomech. 1979. V. 12. № 10. P. 757–764.
  12. Фын Ю. Ч. Биомеханика // Теоретическая и прикладная механика: Тр. XIV Международ. конгр. IUTAM. М.: Мир, 1979. С. 100–135.
  13. Peslin R., Duvivier C., Hannhart B. Respiratory mechanical impedances. Methodology and interpretation // Biorheology. 1984. Suppl. 1. P. 183–191.
  14. Brown F. T. The transient response of fluid lines // Trans. ASME. Ser. D. Journal Basic Eng. 1962. V. 84. № 4. P. 547–553.
  15. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. М.: Мир, 1981. 624 с.
  16. Исакович М. А. О распространении звука в эмульсиях // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. Вып. 10. С. 907–912.
  17. Wijngaarden L., van. One-dimensional flow of liquids containing small gas bubbles // Annual Review of Fluid Mechanics. Palo Alto: Ann. Rev., 1972. V. 4. P. 369–396.

Москва

Поступила в редакцию  
9.II.1988