

после интегрирования уравнения движения получаем следующее уравнение для определения характерных частот возмущений ω :

$$De(1-\varepsilon)\omega^3 + (1-\varepsilon)\omega^2 + \omega[4(1-\varepsilon^3) + De Lp] + Lp = 0$$

$$\varepsilon = \frac{a_0}{R_0}, \quad De = \frac{\tau}{t'}, \quad t' = \frac{\rho a_0^2}{\mu}, \quad Lp = \frac{2\kappa\rho a_0}{\mu^2}(3+4\varepsilon-\varepsilon^4)$$

Здесь De – число Дебори [3], t' – характерное время процесса, Lp – число Лапласа, выражающее отношение сил поверхностного натяжения к силам вязкости.

Сначала рассмотрим случай $De \neq 0$. Согласно критерию Вышнеградского [4], характеристический многочлен третьей степени с вещественными коэффициентами устойчив (т. е. вещественные части его корней отрицательны) тогда, когда все его коэффициенты положительны и выполняется неравенство

$$(1-\varepsilon)[4(1-\varepsilon^3) + De Lp] > De(1-\varepsilon)Lp$$

которое в окончательном виде $\varepsilon < 1$ всегда верно.

Следовательно, в случае максвелловской жидкости малые радиальные возмущения всегда затухают по экспоненте.

Иначе обстоит дело в случае ньютоновской жидкости, когда $De = 0$. В этом случае характеристическое уравнение превращается в квадратное, имеющее корни

$$\omega = \frac{-2(1-\varepsilon^3) \pm \sqrt{4(1-\varepsilon^3)^2 - (1-\varepsilon)Lp}}{1-\varepsilon}$$

Видим, что критическое значение параметра $Lp_* = 4(1-\varepsilon^3)^2/(1-\varepsilon)$ разграничивает различные типы поведения малых колебаний. В случае $Lp > Lp_*$ колебания имеют гармонические составляющие и затухают асимптотически, а при $Lp < Lp_*$ колебания затухают по экспоненте. Особенно ясно это различие видно на фазовой плоскости: в первом случае имеем устойчивый фокус, во втором – устойчивый узел [5]. Значение критической вязкости вычисляется по формуле

$$\mu_* = \frac{\sqrt{2\kappa\rho a_0(1-\varepsilon)(3+4\varepsilon-\varepsilon^4)}}{2(1-\varepsilon^3)}$$

Эти формулы можно рекомендовать для выбора материалов, параметры которых будут обеспечивать наиболее предпочтительное на практике экспоненциальное затухание малых колебаний. Вопрос о влиянии толщины слоя, характеризуемой параметром ε , требует особого рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954. 795 с.
2. Астарига Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неьютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978. 309 с.
3. Рейнер М. Реология. М.: Наука, 1965. 223 с.
4. Неймарк Ю. И. Устойчивость линеаризованных систем (дискретных и распределенных). Л.: ЛКВВИА, 1949. 141 с.
5. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. 915 с.

Ленинград

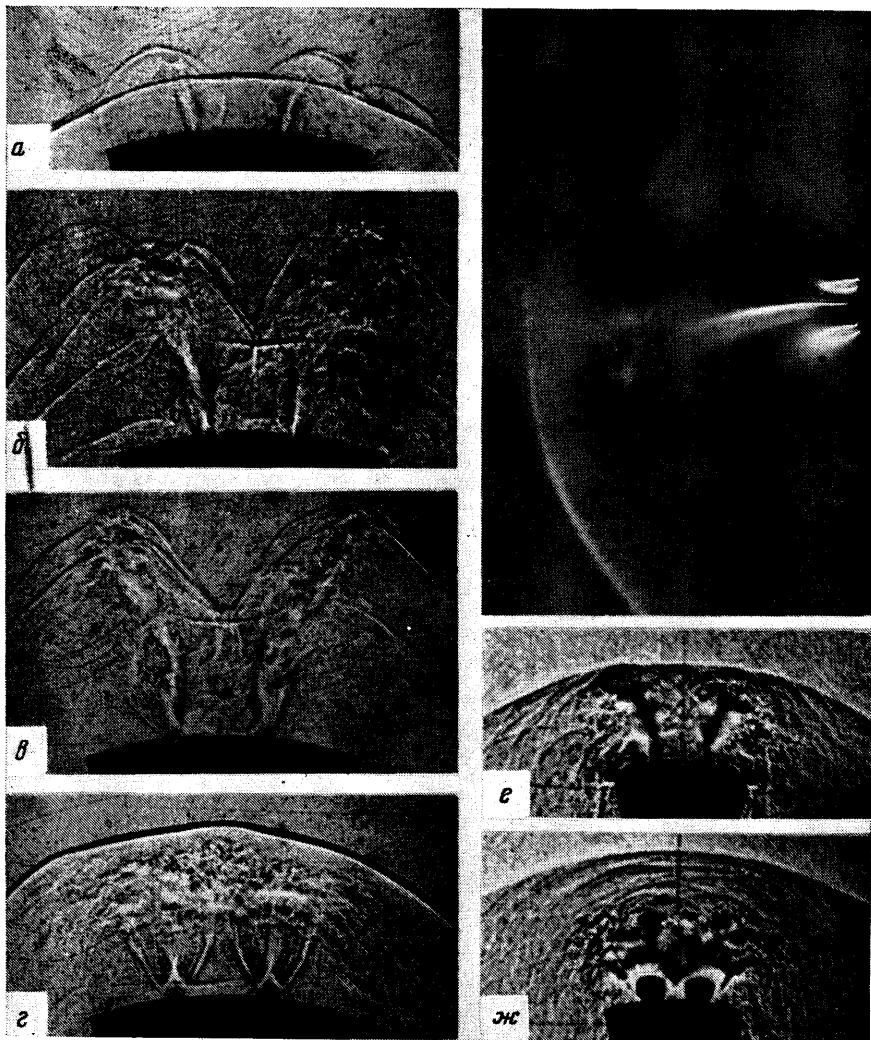
Поступила в редакцию
15.VII.1986

УДК 532.525.2:533.6.011.5

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СИСТЕМЫ СТРУЙ СО СВЕРХЗВУКОВЫМ ВСТРЕЧНЫМ ПОТОКОМ

ГУБАНОВА О. И., КАРПМАН И. М., ЛУНЕВ В. В.

Приведены результаты экспериментального исследования встречного взаимодействия со сверхзвуковым потоком системы струй, вытекающих из сопел на лобовой поверхности сферического сегмента [1]. Модель (диаметром D) имела четыре сопла с относительно малым выходным диаметром $d_a = (0,1-0,05)D$, расположенных сим-



Фиг. 1

метрично на окружности диаметром $D_c \approx 0,5D$. Показано, что параметром подобия, объединяющим течение струй при различных числах Маха M_a на срезе и показателях адиабаты γ_a струйного газа, является отношение $J = J_a/q$ плотности потока импульса струи $J_a = p_a + \rho_a u_a^2$ к внешнему скоростному напору $q = \rho_\infty u_\infty^2$. Здесь p , ρ , u — давление, скорость и плотность газа; индексы a и ∞ относятся к величинам на срезе сопла и в набегающем потоке. Использование параметра подобия $J^{0,5}(d_a/D_c)$ позволяет в некоторых пределах свести в единые зависимости данные для различных значений d_a/D_c .

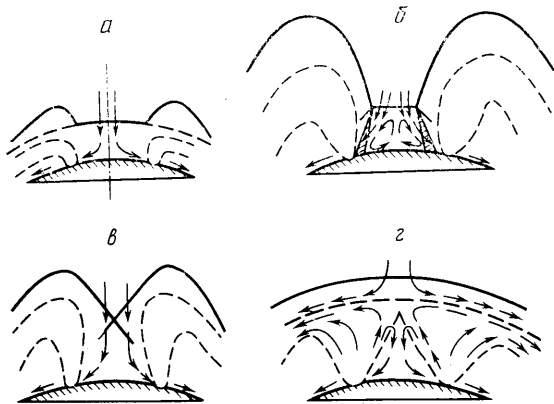
В зависимости от величины J выделены четыре качественно различных режима течения с различной конфигурацией головных ударных волн.

На фиг. 3–5 использованы следующие обозначения режимов или условий экспериментов: цифрами 1–4 обозначены результаты, полученные при испытаниях модели с $D_c/d_a = 10$, $D_c/D = 0,5$ при $M_\infty = 6$, $\gamma_\infty = \gamma_a = 1,4$ и $M_a = 2,27$, $n = p_a/p_{0\infty}' = 0,8-9,3$; $M_a = 3,5$, $n = 0,4-4,0$; $M_a = 4$, $n = 0,3-2,3$; $M_a = 4,85$, $n = 0,2-0,6$ соответственно; цифрой 5 — результаты, полученные на той же модели при $M_\infty = 6$, $\gamma_\infty = 1,4$, $M_a = 2,5$, $\gamma_a = 1,67$, $n = 0,7-6,3$; цифрой 6 — при $M_\infty = 7,8$, $\gamma_\infty = \gamma_a = 1,4$, $M_a = 3,5$, $n = 0,4-2,5$ (фиг. 3, 4, 5). Цифры 7–10 (фиг. 5) отвечают результатам, полученным в испытаниях модели с $D_c/d_a = 7,42$, $D_c/D = 0,456$, $M_a = 2,42$, $\gamma_\infty = \gamma_a = 1,4$ при числах $M_\infty = 1,14$; 1,55; 1,78; 6 соответственно. На фиг. 6 обозначения 1–3 соответствуют испытаниям моделей с $D_c/d_a = 10$; 7,42 и 5 при $M_\infty = 6$, а 4–6 испытаниям тех же моделей при малых сверхзвуковых числах $M_\infty = 1,14-1,8$.

1. При исследованном истечении струй внешним для них давлением следует считать давление торможения за внешним прямым скачком $p_{0\infty}'$. При этом всегда

было $p_{0a}/p_{0\infty}' \geq 6$, поэтому струи проникали во встречный поток, расширяясь при $n = p_a/p_{0\infty}' > 1$ или «схлопываясь» с образованием периодической бочкообразной структуры при $n < 1$ до тех пор, пока местное значение p_0' в струе не приходило в определенное соответствие с $p_{0\infty}'$. Это обстоятельство, по-видимому, и определяет в подобных течениях «дальность» струй l , хотя при реализуемых в рассматриваемых условиях значениях $l/d_a \leq 10-20$ (фиг. 1, б, в) возможен тормозящий эффект вязкости.

Взаимодействие струй между собой (при значительном их расширении) и с встречным потоком приводит к сложной многоскачковой структуре течений. Для данной компоновки модели по результатам экспериментов и из общих газодинами-



Фиг. 2

ческих соображений можно выделить следующие четыре режима течения, спектры обтекания и схематическая интерпретация которых показаны на фиг. 1 и 2 (сплошные линии — скачки, штриховые — границы струй). Режимы упорядочены по возрастанию величины J .

Режим I — «слабого взаимодействия». Струи еще не взаимодействуют между собой и лишь несколько возмущают головной скачок (фиг. 1, а и 2, а, $J=6$), не изменяя практически ни его отхода на оси модели, ни распределения давления на ней в плоскости между сопел (кривая 1 на фиг. 3, штриховая кривая относится к случаю отсутствия струй).

Режим II — «сильного нерегулярного взаимодействия скачков» с образованием центрального прямого скачка и центральной отрывной зоны (фиг. 1, б и 2, б, $J=14$). Распределение давления (кривые 2, 3 на фиг. 3) имеет периферийный максимум, поэтому газ, проходящий через центральный маховский диск, эвакуируется за счет эжекции его высоконапорным периферийным газом через заштрихованную зону смещения (см., например, [2]).

Режим III — «сильного регулярного взаимодействия». Отошедшие от струй скачки взаимодействуют регулярным или почти регулярным образом, центральная сравная зона отсутствует, центральный маховский диск почти не просматривается (фиг. 1, в и 2, в, $J=35$). Давление на модели (в центральной зоне) слабо, максимально в центре и, как и в режиме II, превышает величину $p_{0\infty}'$ (кривая 4 на фиг. 3).

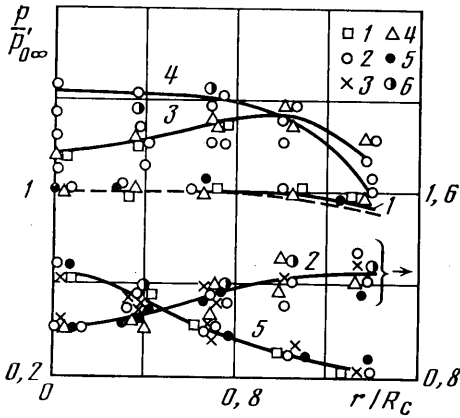
Режим IV — «сплошного обтекания». Струи смыкаются, образуя единую контактную поверхность, почти или непроницаемую для внешнего потока (фиг. 1, г и 2, г, $J=60$). Давление в центре меньше $p_{0\infty}'$ и быстро падает к периферии (кривая 5 на фиг. 3). Периферийные струйки тока зон смещения струй заворачивают обратно, обтекают модель. Это подтверждается визуализацией течения на поверхности модели и результатами измерений температуры торможения T_0 в центре модели, показанными на фиг. 4, где $T^* = (T_0 - T_{0a}) / (T_{0\infty} - T_{0a})$. Данные левее точки А относятся к режимам I—III и показывают, что температура T_0 равна температуре торможения внешнего потока $T_{0\infty}$. Данные правее точки А соответствуют режиму IV и свидетельствуют о возрастающем преобладании доли струйного потока с температурой $T_0 < T_{0\infty}$.

Из общих соображений следует, что с возрастанием напора струй должно наступить предельное состояние режима IV с «запиранием» вытекающего, завернувшегося во внутрь, газа через межсопловое пространство, в котором установится звуковая скорость газа. При этом должно быть $T_0 = T_{0a}$, а давление на модели не должно зависеть от внешних условий. Например, результаты, полученные для условий $M_a = 3$, $M_\infty = 5,35$, $D_c/d_a = 8,37$, показывают, что относительное давление p/p_a в межсопловом пространстве не изменяется при $J = J_a/p_{0\infty}' \geq 150$ и равно $\sim 1,2$ в центре компоновки.

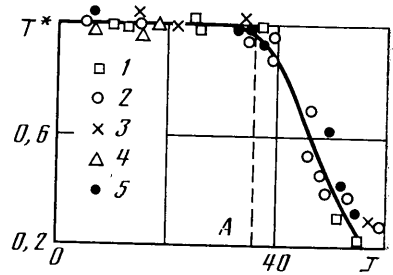
2. Возможность реализации различных режимов течения зависит от нерасчет-

ности истечений струй, характеризуемой параметром $n = p_a / p_{0\infty}'$, чисел Ma и γ_a и т. д. Можно ожидать, однако, что влияние этих параметров на картину течения будет сказываться через величину p_{0a}' или близкий и пропорциональный ей удельный импульс $J_a = p_a(1 + \gamma_a Ma^2)$ ($J_a / p_{0a}' = 0,86 - 0,9$ при $Ma \approx 2,3$), а точнее — через отношение $J = J_a / p_{0\infty}' \approx J_a / q$. Использование его в качестве критерия подобия (для заданных компоновки и числа M_∞) при обработке экспериментальных данных, представленных на фиг. 3–5, позволило сгруппировать и систематизировать их, что позволяет считать J вполне пригодным критерием подобия таких течений. Кривые 1–5 на фиг. 3 соответствуют значениям $J_1 = 7, J_2 = 15, J_3 = 20, J_4 = 40, J_5 = 53$.

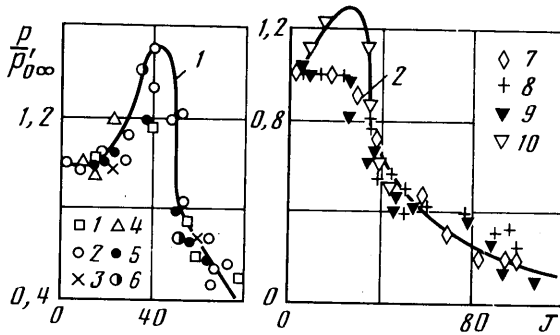
Зависимость давления в центре модели (фиг. 5) непрерывна по J . Это «несоответствие» с качественным различием режимов II, III и III, IV объясняется, по-видимому, неустойчивостью течения в пограничных режимах, наблюдаемой в виде частой



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

смены характера течения на смежных кадрах киносъемки, и осреднением давления измерительным прибором.

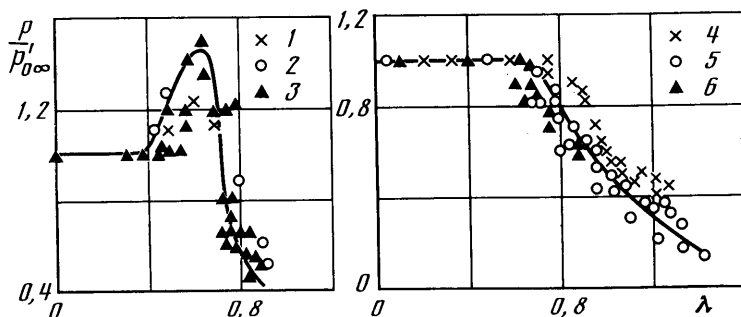
Заметим, что реализация или существование режимов II, III обусловлено относительно большой дальностью струй $l/\delta > 1$, где δ — номинальный отход ударной волны от модели без струй. При небольших числах $M_\infty = 1,15 - 1,8$ δ возрастает, и наблюдаемые режимы течения ориентировочно можно отнести лишь к режимам I и IV. Это следует из спектров обтекания (фиг. 1, e, ж) и анализа характера изменения давления при этих числах M_∞ (фиг. 5, кривая 2). В отличие от случая гиперзвуковых чисел $M_\infty \geq 5 - 8$ давление не имеет максимума и всегда $p/p_{0\infty}' \leq 1$.

3. Введенный выше параметр подобия J и приведенные данные по его апробации относятся пока к фиксированной компоновке и относительному разнесу сопел $\mu = d_a/D_c$. Можно ожидать, однако, что при достаточно малых μ по крайней мере для режимов II, IV, когда при $D_c/D \sim 1$ отход головной системы ударных волн будет в большей степени определяться струями, а не размером D , решающим фактором взаимодействия будет отношение исходящего и встречных импульсов $\lambda^2 = J_a d_a^2 / p_{0\infty}' D_c^2 = J \mu^2$.

В подтверждение на фиг. 6 показаны зависимости давления в центре модели с различными μ от λ . В указанном диапазоне этих величин введение параметра λ заметно сближает кривые; в этом можно убедиться простой перестройкой кривых относительно переменной J .

При достаточно больших λ отход и характерный размер R внешней ударной волны перестают зависеть от размеров D и D_c и определяются лишь суммарным импульсом струй, так как из закона сохранения импульса будет следовать $p_{0\infty} R^2 \sim J_a m d_a^2$ или $R \sim J^{0.5} d_*$, где $d_* = \sqrt{m d_a}$, m — число сопел.

Этот предельный случай режима IV можно выделить в отдельный режим V — режим «эквивалентной струи» [3]. В этом случае отход головных внешних ударных волн и течения в их окрестности одинаковы для многосопловой и односопловой моделей при совпадении величин R (формально — при $R \gg D$). Пример такого течения



Фиг. 6

показан на фиг. 1, ∂ ($M_\infty = 5,35$, $M_0 = 3$, $\lambda = 1,97$). Точками показана форма ударных волн для эквивалентной одиночной струи. Для рассмотренной компоновки модели этот режим достигается уже при $\lambda \approx 1,5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губанова О. И., Лунев В. В. Исследование взаимодействия блока струй с дозвуковым и сверхзвуковым встречным потоком // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации. 1981. М.: Наука, 1983. С. 157.
2. Губанова О. И., Лунев В. В., Пластинина Л. И. О центральной срывной зоне при взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи на преграду // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 2. С. 135—138.
3. Авдучевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М. и др. Исследование закономерностей развития течения в системе вязких недорасширенных сверхзвуковых струй // Докл. АН СССР. 1974. Т. 216. № 5. С. 1004—1007.

Москва

Поступила в редакцию
23.I.1987

УДК 532.529.6

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ УДАРНО-ВОЛНОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СФЕРИЧЕСКИЙ ПУЗЫРЕК В ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

АНДРИАНКИН Э. И., РЯЗАНОВ А. И.

Приводится теоретический анализ возможности управления осцилляциями сферического газового пузырька в идеальной несжимаемой жидкости. Действие сил поверхностного натяжения жидкости не учитывается. Рассмотрен процесс оптимизации колебаний, реализующий максимум амплитуды радиуса и максимум давления газа в пузырьке, при заданном импульсном изменении давления на бесконечности. Построена процедура ударно-резонансной раскочки пузырька, задающая ступенчатые по времени изменения давления в точках экстремума радиуса. Такая задача представляет интерес при исследовании кавитационной эрозии [1], процессов в биологических тканях [2—4].

Пусть в безграничном объеме невязкой несжимаемой жидкости задан одиночный сферически-симметричный газовый пузырек. Рассмотрим его осцилляции под воздействием давления на бесконечности $p(\tau)$, тогда уравнение движения пузырька