

УДК 533.6.011.5:532.517.2/4

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО И ТУРБУЛЕНТНОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ВЫПУКЛО-ВОГНУТОЙ ФОРМЫ

ГРИШИН А. М., ПОГОРЕЛОВ О. И.

Математическому моделированию сверхзвукового обтекания затупленных тел, имеющих выемку на боковой поверхности, посвящены работы [1–7]. Теоретические исследования проводились в рамках уравнений Эйлера [1–4] или в рамках уравнений вязкого ударного слоя [5–7]. Изучение аэродинамики тел выпукло-вогнутой конфигурации на основе уравнений Эйлера показало, что в зависимости от типа рассматриваемого тела результаты расчетов могут как согласовываться с экспериментальными данными по положению и форме ударной волны  $y_s$  и распределению давления по обводу тела  $p_w$  [2, 4, 7], так и иметь большие различия, причем основные различия сосредоточены в области впадины [3, 4].

Результаты расчетов на основе уравнений вязкого ударного слоя носят несколько противоречивый характер. С одной стороны, получено хорошее согласие значений  $p_w$  и  $y_s$  с экспериментом (в расчетах использовалась модель турбулентности Болдуина – Ломакса) для тела с очень большой выемкой [6], а с другой – хорошее согласие численных и экспериментальных данных по  $p_w$  и  $y_s$  удалось получить только для тела с небольшим углублением [7].

Исследования течений около тел выпукло-вогнутой формы на основе полных уравнений Навье – Стокса при умеренных числах  $Re_\infty = 90\text{--}10^3$  ранее были приведены в [8, 9], а при  $Re_\infty > 10^6$  – в [10], где изучалось сверхзвуковое ламинарное и турбулентное (модель Себечи – Смита) течение около тела, рассмотренное в [7].

В данной работе на основе уравнений Навье – Стокса исследуются ламинарный и турбулентный режимы сверхзвукового обтекания двух тел: тела с небольшой выемкой на боковой поверхности и тела, рассмотренного в [7, 10]. Для ламинарного течения изучено влияние числа  $Re_\infty$  на структуру ударного слоя, распределения  $p_w$  и теплового потока. Для турбулентного режима течения проведено детальное сравнение настоящих результатов расчета с расчетными [7, 10] и экспериментальными данными, приведенными в [7, 10]. Показано, что в открытой области результаты ( $p_w$  и  $y_s$ ), полученные на основе уравнений Навье – Стокса, лучше совпадают с экспериментальными данными, чем результаты, найденные из решений уравнений Эйлера и вязкого ударного слоя. Установлена консервативность положения второго максимума теплового потока на боковой поверхности тела по отношению к числу  $Re_\infty$  (при  $Re_\infty \geq 10^3$ ) и режиму течения в пограничном слое.

**1. Постановка задачи и метод решения.** Рассматривается сверхзвуковое обтекание затупленных тел потоком вязкого сжимаемого теплопроводного газа на основе полных уравнений Навье – Стокса, записанных в естественной системе координат для осесимметричного случая [8, 9]. Система уравнений и граничные условия приводятся к безразмерному виду, при этом компоненты вектора скорости  $V_1, V_2$ , плотность  $\rho$  и коэффициент вязкости  $\mu$  относятся к своим значениям в набегающем потоке  $U_\infty, \rho_\infty, \mu_\infty$  соответственно. Температура  $T$  относится к  $U_\infty^2/c_p$ , давление  $p$  – к  $\rho_\infty U_\infty^2$ , координаты  $x, y$  – к характерному размеру тела  $R$ .

Для описания турбулентных режимов течения используются уравнения Навье – Стокса, осредненные по массе (т. е. осредненные с массовой плотностью  $\rho$  в качестве весовой функции) или по Фавру [11, 12], которые аналогичны соответствующим уравнениям, описывающим ламинарное течение, за исключением того, что они учитывают еще тензор напряжений Рейнольдса и турбулентный перенос тепла. В этом случае в уравнениях Навье – Стокса вместо ламинарного коэффициента вязкости  $\mu$  ис-

пользуется  $\mu_2 = \mu + \varepsilon$ , а вместо коэффициента теплопроводности  $\lambda = \mu c_p / Pr$  используется  $\lambda_e = c_p (\mu / Pr + \varepsilon / Pr_T)$ , где  $\varepsilon$  — коэффициент турбулентной вязкости, а  $Pr_T$  — турбулентное число Прандтля. Для определения  $\mu$  используется степенной закон вязкости с показателем степени  $\omega = 0,75$ , а для  $\varepsilon$  применяется локально-равновесная двухслойная модель турбулентной вязкости. Для внутренней области используется формула Прандтля с демпфирующим множителем Ван-Дриста

$$\varepsilon_i = \rho (k_p y \Delta)^2 |W|$$

$$\Delta = 1 - \exp\left(-y \frac{\sqrt{|\tau_w| \rho_w}}{A \mu_w}\right), \quad |W| = \sqrt{\left(\frac{\partial V_1}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial x}\right)^2}$$

$$A = 26, \quad k_p = 0,4$$
(1.1)

Во внешней области используется модифицированный закон дефекта скорости Клаузера [12]

$$\varepsilon_e = k \rho V_{1e} \delta^* \beta_k, \quad k = 0,0168, \quad \beta_k = [1 + 5,5 (y/\delta_e)^6]^{-1}$$
(1.2)

$$\delta^* = \int_{y_0}^{\delta_e} \left(1 - \frac{V_1}{V_{1e}}\right) dy$$

Здесь  $\beta_k$  — введенный Клебановым коэффициент, учитывающий перемежаемость;  $V_{1e}$  — скорость на внешней границе пограничного слоя;  $\delta^*$  — кинематическая толщина вытеснения;  $\delta_e$  — граница пограничного слоя, определяемая по методике [10];  $y_0$  — разделяющая линия тока ( $V_1 = 0$ ). Переключение с  $\varepsilon_i$  на  $\varepsilon_e$  происходит тогда, когда впервые  $\varepsilon_e < \varepsilon_i$ .

Для развитой отрывной зоны использовалась также релаксационная модель вихревой вязкости

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + (\varepsilon_p - \varepsilon_0) (1 - \exp(-(x - x_0)/\kappa))$$
(1.3)

Здесь  $\varepsilon_p$  — равновесная модель, вычисляемая по формулам (1.1) — (1.2);  $\varepsilon_0$  — турбулентная вязкость в сечении  $x_0$ ;  $\kappa$  — длина релаксации. Применение и обоснование релаксационной модели (1.3) для расчета отрывных течений в углах сжатия приведены, например, в [11]

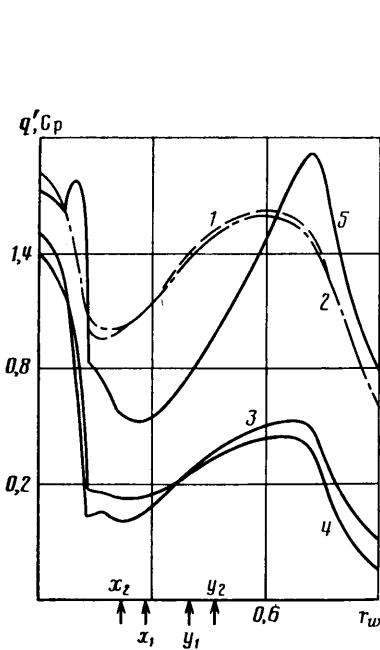
Численное интегрирование системы уравнений осуществляется в области, ограниченной осью симметрии, контуром тела, замыкающим лучом и ударной волной, на которой выполняются соотношения Рэнкина — Гюгонно. Постановка граничных условий для уравнений Навье — Стокса традиционна и приведена в [8–10]. Для численного интегрирования применялась разностная схема расщепления по физическим процессам и пространственным переменным типа [8]. Конкретная форма метода приведена в [9]. В расчетах использовались преобразования координат, предложенные в [6, 7, 10]. Применялись разностные сетки  $26 \times 31$ , где первая цифра соответствует числу точек по обводу тела. При коэффициентах сгущения  $\beta = 1,001$  в пограничный слой при  $Re_\infty = 10^6$  попадало больше половины точек разностной сетки поперек ударного слоя. Для первого рассмотренного тела при  $Re_\infty = 10^6$  и  $\beta = 1,005$  расчеты были проведены при числе Куранта  $K = 48$ , а при  $\beta = 1,001$  — при  $\beta = 172,4$ . Для второго тела при  $Re_\infty = 4,4 \cdot 10^6$  и  $\beta = 1,001$  число  $K = 60$ , а при  $\beta = 1,0008$   $K = 75$ .

Уравнения образующих тел задавались аналитическим образом.

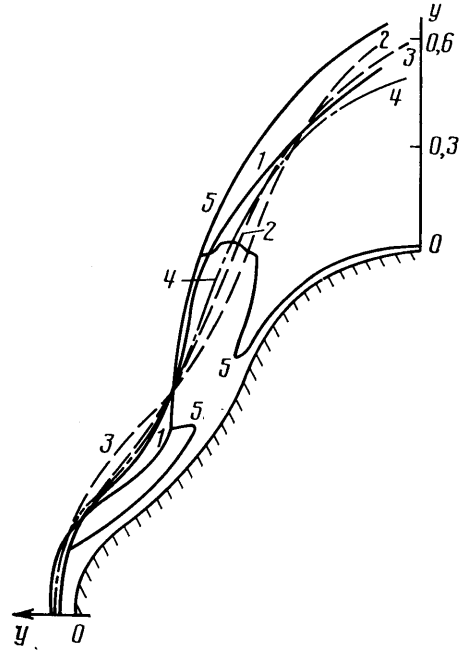
**2. Сверхзвуковое обтекание тела с небольшим углублением.** Рассмотрим сверхзвуковое обтекание тела, уравнение образующей которого составлено гладким сопряжением трех окружностей. Радиус первой окружности равен  $0,2R$ , второй —  $2R$  третьей —  $0,5R$ , где  $R$  — радиус мидела. Расчеты были проведены при следующих параметрах:  $M_\infty = 4$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $Pr = 0,72$ ,  $Pr_T = 0,9$ ,  $T_w/T_0 = 0,794$  ( $T_0$  — температура адиабатического торможения). Точка перехода ламинарного течения в турбулентное находилась при  $\theta_T = 3,4^\circ$ .

При турбулентном режиме течения положение ударной волны и звуковых линий изменяется несущественным образом по сравнению с ламинарным обтеканием при  $Re_\infty = 10^6$ .

На фиг. 1 приведено распределение локального коэффициента давления  $c_p = (p_w - p_\infty) / (p_\infty^{1/2} \gamma M_\infty^2)$  в зависимости от радиуса поперечной кривизны  $r_w$  для ламинарного (кривая 1) и турбулентного (кривая 2) режимов течения при  $Re_\infty = 10^6$ . Распределение  $c_p$  при  $Re_\infty = 10^4$  фактически совпадает с кривой 2. На фиг. 1 представлены также распределения теплового потока  $q' = q_w \sqrt{Re_0}$  [9], где  $Re_0$  — число Рейнольдса, построенное по параметрам адиабатического торможения, для ламинарного и турбулентного режимов течения в зависимости от  $r_w$ . Здесь цифра 3 обозначает ла-



Фиг. 1



Фиг. 2

минарное течение при  $Re_\infty = 10^4$ , 4 — при  $Re_\infty = 10^6$ , цифра 5 — турбулентное течение,  $x_i$  и  $y_i$  — точки отрыва и присоединения потока соответственно.

При ламинарном режиме течения увеличение числа  $Re_\infty$  приводит к увеличению рециркуляционной области и уменьшению теплового потока в точке отрыва ламинарного потока, при этом величина второго локального максимума  $q_w$  почти не изменяется. При  $r_w > 0,8$  значения величины  $q_w$  становятся отрицательными, что связано с тем, что температура поверхности тела выше, чем температура газа. При турбулентном режиме вид распределения теплового потока изменяется существенным образом. На лобовом затуплении распределение  $q_w$  имеет характерный максимум за точкой перехода ламинарного течения в турбулентное, а значения второго максимума увеличиваются примерно в 5 раз.

Важно отметить, что положение второго максимума по обводу тела не изменяется при различных режимах течения в пограничном слое. При турбулентном течении полностью исчезает отрывная область за счет увеличения кинетической энергии потока на величину кинетической энергии турбулентности.

**3. Структура ударного слоя для тела из работы [10].** В данном (и последующих) разделе будем рассматривать сверхзвуковое обтекание тела,

уравнение образующей которого составлено гладким сопряжением окружностей и прямых (все геометрические характеристики тела приведены в [10]). Расчеты проводились при следующих определяющих параметрах:  $M_\infty=9$ ,  $\gamma=1,4$ ,  $Pr=0,72$ ,  $Pr_T=0,9$ ,  $T_w/T_0=0,21$ . При ламинарном течении рассматривались числа  $Re_\infty=10^3-1,4 \cdot 10^6$ , а при турбулентном режиме ( $Re_\infty=4,4 \cdot 10^6$ ) — две точки перехода ламинарного течения в турбулентное. Первая точка перехода определялась по числу  $Re^{**}$ , построенному по толщине потери импульса ( $Re^{**}>200$ ), а вторая находилась сразу за точкой торможения.

На фиг. 2 представлены ударные волны и положение звуковых линий для различных чисел  $Re_\infty$ , а также приведено сравнение настоящих расчетов для турбулентного режима течения при  $Re_\infty=4,4 \cdot 10^6$  с данными [7, 10]. Численные расчеты в [7, 10] проведены при тех же определяющих параметрах, что и в данной работе, но при  $T_w=0,106$  ( $T_w/T_\infty=3,409$ ,  $T_w/T_0=0,2$ ).

Экспериментальные данные получены при следующих условиях в аэродинамической трубе (согласно [10]):  $M_\infty=9$ ,  $Re/l=22,97 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ ,  $p_\infty=2061,5 \text{ Н/м}^2$ ,  $T_\infty=88 \text{ К}$ ,  $T_0=1415 \text{ К}$ ,  $T_w=300 \text{ К}$ . Сплошной линией 1 обозначена ударная волна, полученная в эксперименте; штриховой линией 2 приведено положение ударной волны из работы [10] на основе уравнений Навье — Стокса; штриховой линией 3 — ударная волна из работы [7] на основе уравнений вязкого ударного слоя. Штрихпунктирная линия 4 — настоящие расчеты при  $Re_\infty=4,4 \cdot 10^6$ , а сплошные кривые 5 — при  $Re_\infty=10^3$  (для этого значения  $Re_\infty$  приведены также звуковые линии).

При  $Re_\infty=10^3$  формируется сильный изгиб ударной волны в области выемки, что связано с отсутствием развитой отрывной области на вогнутом участке сферы и с большими числами Маха ( $M_\infty=9$ ); до точки перегиба форма ударной волны фактически эквидистантна поверхности тела. Конфигурация звуковых линий такая же, как и для предыдущего тела при  $Re_\infty=10^4$ ,  $M_\infty=4$ . С увеличением числа  $Re_\infty$  до  $1,4 \cdot 10^6$  структура ударного слоя перестраивается, что связано прежде всего с формированием развитой отрывной области и, следовательно, с изменением конфигурации эффективного тела. Форма ударной волны выпрямилась, а звуковые линии разомкнулись.

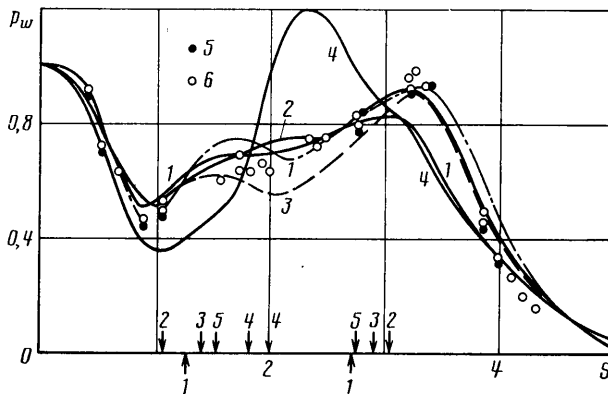
Результаты сравнения показывают, что на лобовом затуплении все кривые, за исключением штрихпунктирной, хорошо согласуются между собой. В области впадины экспериментальная кривая ближе всех лежит к телу, а результаты по уравнениям вязкого ударного слоя лежат значительно выше. Ударные волны, найденные из решения уравнений Навье — Стокса, хорошо согласуются между собой и с экспериментом. Далее ударная волна, полученная в настоящих расчетах, лучше всего согласуется с экспериментальной кривой, тогда как результаты работ [7, 10] лежат ближе к телу. Здесь интересно отметить, что ударная волна при  $Re_\infty=10^3$  (фиг. 2, кривая 5) за вогнутым участком тела хорошо совпадает с кривой 1. В целом положение и форма ударной волны, полученные в данной работе, лучше других результатов согласуются с экспериментальными значениями.

**4. Анализ характеристик течения  $p_w$  и  $q_w \sqrt{Re_0}$  по обводу тела.** На фиг. 3 приведено распределение давления, отнесенного к давлению торможения, по обводу тела в зависимости от длины дуги тела  $S$ . Точки 5 и 6 соответствуют экспериментальным данным, сплошные линии 1 и 4 — настоящие расчеты при  $Re_\infty=4,4 \cdot 10^6$  и  $10^3$ , сплошная линия 2 — результаты по полным уравнениям Навье — Стокса [10], штриховая линия 3 — результаты по уравнениям вязкого ударного слоя [7], а штрихпунктирная линия — по уравнениям Эйлера [7]. На этом же графике нанесены точки отрыва и присоединения.

Наличие ярко выраженного максимума  $p_w$ , абсолютное значение которого превышает значение давления торможения при  $Re_\infty=10^3$ , связано

с особенностью формы ударной волны для этих чисел  $Re_\infty$  (см. фиг. 2). Дальнейшая перестройка распределения давления связана с развитием отрывной зоны, которая при ламинарном течении с увеличением  $Re_\infty$  увеличивается. Если для первого рассмотренного тела при турбулентном режиме отрывная область исчезла полностью, то в данном случае произошло только уменьшение ее размеров (на 20%).

На лобовом затуплении все результаты хорошо согласуются между собой и с экспериментом. В окрестности минимума настоящие значения давления ближе лежат к вязким значениям. В области отрыва ( $1 < S \leq 2,8$ ) результаты, полученные на основе уравнений Навье — Стокса,



Фиг. 3

хорошо согласуются между собой и с экспериментом, тогда как кривые, полученные при помощи уравнений Эйлера и вязкого ударного слоя, лежат соответственно выше и ниже экспериментальных данных. За отрывной областью настоящие результаты лежат ниже результатов [7, 10] и экспериментальных данных (порядка 10%). В области разрежения настоящие результаты также лежат ниже численных данных [7, 10], но ближе к экспериментальным данным.

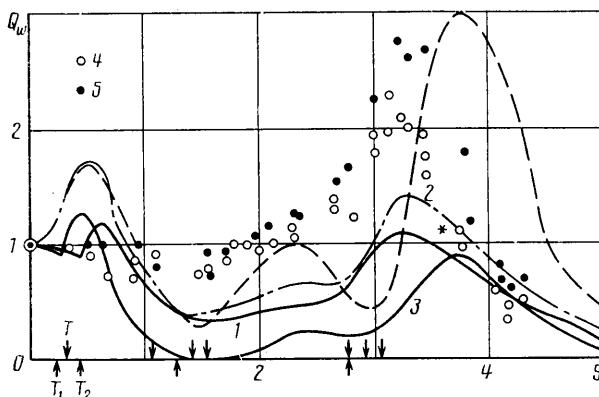
Различие в значении второго максимума можно объяснить следующим образом. Поскольку ударная волна, найденная в данных расчетах, находится дальше от тела по сравнению с положением ударных волн работ [7, 10], то и значения давления на теле в области вторичного сжатия потока меньше значения давления, найденного там. В то же время ударная волна, полученная в эксперименте, лежит дальше от тела по сравнению со всеми численными решениями, и, следовательно, значение давления на поверхности тела должно быть еще меньше, чем настоящие значения. На самом деле экспериментальное значение  $p_w$  в этой области хорошо согласуется с численными результатами работ [7, 10].

Таким образом, как правильно отмечено в [10], в экспериментальных данных существует противоречие между положением ударной волны и значением давления в области вторичного сжатия потока, которое может быть связано с неточным определением положения ударной волны на шлирен-фотографии.

В целом можно сделать вывод, что результаты, полученные на основе уравнений Навье — Стокса, лучше прогнозируют распределение давления по обводу тела для турбулентного течения при данных моделях турбулентности по сравнению с другими расчетами. Анализ распределения конвективного теплового потока для ламинарного течения показывает, что, как и для первого тела, при изменении числа  $Re_\infty$  от  $10^3$  до  $10^4$  значения тепловых потоков в области выемки уменьшаются, что связано с формированием и увеличением рециркуляционной области, которая ока-

зывает экранирующее воздействие от высокоэнтальпийного набегающего потока, при этом минимум  $q_w$  сохраняется в точке ламинарного отрыва. Положение второго максимума  $q_w$  по обводу тела, начиная с  $Re_\infty=10^4$ , не меняется при различных числах  $Re_\infty$  и различных режимах течения в пограничном слое. Характер поведения  $q_w$  при турбулентном течении остается таким же, как и для первого тела (см. фиг. 1).

На фиг. 4 приведено распределение относительного теплового потока  $Q_w=q_w/q_{w0}$  в зависимости от длины дуги тела  $S$ . Точки соответствуют экспериментальным данным, штриховая кривая — результатам [7], сплошная кривая 3 — [10]. Сплошная кривая 1 отвечает данным расчетам при  $Re_\infty=4,4 \cdot 10^6$  и точке перехода  $T_2=7,2^\circ$ , а сплошная кривая 2 — при точке перехода  $T_1=3,6^\circ$  ( $Re_\infty$  тот же). Точка  $T$  обозначает точку перехода в [10].



Фиг. 4

Экспериментальная точка перехода неизвестна. Различие по точкам перехода с данными [10] связано с использованием в расчетах различных разностных сеток по обводу тела. В связи с этим на лобовом затуплении добиться полного совпадения с результатами [10] невозможно (см. кривые 1 и 3 на фиг. 4 при  $0 \leq S \leq 1$ ).

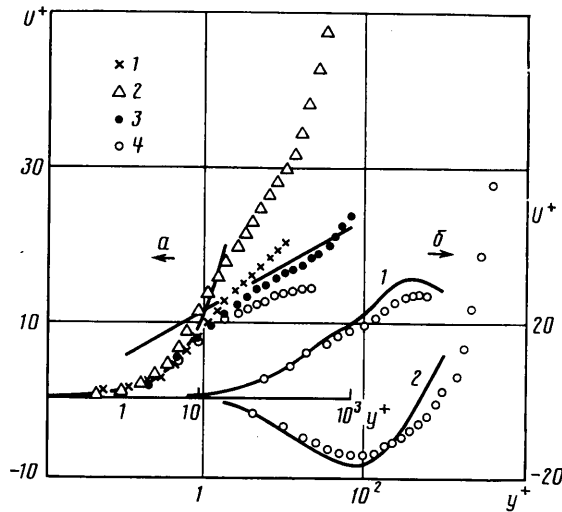
В области рециркуляционного течения кривая 1 лежит несколько выше кривой 3, что вполне можно объяснить различием в вычислении  $\delta^*$  в формуле (1.2). В [10] нижний предел интегрирования всегда равнялся нулю, тогда как в данных расчетах —  $y_0$ . При  $S > 3,6$  кривые 1 и 3 согласуются вполне удовлетворительно. При изменении точки перехода настоящие расчеты практически совпали с данными [7] до  $S \leq 1$ . Далее при  $1 \leq S \leq 3$  значения настоящих результатов несколько увеличились главным образом за счет уменьшения значения  $q_{w0}$ . При  $S > 3$  полученная кривая хорошо согласуется с экспериментальными значениями.

На выпуклых участках поверхности тела применяемая модель турбулентности дает хорошее согласование результатов по относительному распределению тепловых потоков с экспериментальными данными. Из всех трех расчетов, представленных на фиг. 4, настоящие расчеты прогнозируют положение второго максимума  $q_w/q_{w0}$  по обводу тела лучше всего. Значения  $Q_w$  в зоне отрывного течения занижены на 40%, что может быть связано с применением локально-равновесной моделью турбулентности. Применение релаксационного соотношения (1.3) при  $\kappa=5\delta_0$  и  $15\delta_0$  не повлияло существенным образом ни на положения точек отрыва и присоединения, ни на значения  $q_w(s)$  в области рециркуляционного течения.

**5. Анализ структуры турбулентного пограничного слоя.** На фиг. 5, а представлены профили  $V_1$  в переменных закона стенки  $U^+ = V_1/V^*$  и  $y^+ = y \rho_w V^* / \mu_w$  ( $V^* = \sqrt{|\tau_w| / \rho_w}$ ) для сечений  $\theta = 13,9; 21,6; 52,06; 88,4^\circ$  (точ-

ки 1-4 соответственно). Прямая линия соответствует решению  $U^* = 5,5 + 5,75 \lg y^+$ . Значения  $y^+$  отложены в логарифмических координатах. Для рассмотренных сечений можно выделить линейный участок  $U^+ = y^+$ , соответствующий вязкому подслою (по [12]). Кроме сечения  $\theta = 21,6^\circ$ , отвечающего области вогнутой поверхности, линейный участок исчезает при  $y^+ = 6$ , что хорошо согласуется с принятой схемой турбулентного пограничного слоя [12]. Далее для всех приведенных сечений можно также указать переходную область и область логарифмического профиля скорости. Так, при  $\theta = 52,06^\circ$  переходная область соответствует  $6 \leq y^+ \leq 30$ , а логарифмическая —  $30 < y^+ \leq 350$ .

На фиг. 5, б приведено сравнение профилей  $V_1$  с данными [10] для турбулентного пограничного слоя в переменных закона стенки  $U^+$  и  $y^+$ ,



Фиг. 5

где сплошные линии соответствуют результатам [10], а точки — настоящим расчетам. Рассматриваются примерно одни и те же сечения: 1 —  $7,5 [10]$  и  $7,2^\circ$  — данные расчеты, а также 2 —  $43,5 [10]$  и  $43,2^\circ$ . При  $y^+ \leq 10^2$  наблюдается вполне удовлетворительное согласование результатов (в пределах 5%). Первая точка разностной сетки в расчетах [10] находится примерно при  $y^+ = 0,7$  для  $\theta = 7,5^\circ$  и при  $y^+ = 2$  для  $\theta = 43,5^\circ$ , а в данных расчетах — примерно при  $y^+ = 4$  для  $\theta = 7,2$  и  $43,2^\circ$ . На этом графике можно определить границы пограничного слоя, значения которых использовались в моделях турбулентности. При  $\theta \approx 43^\circ$  различия существенны:  $y^+ = 10^3 [10]$  и  $3 \cdot 10^3$  в данной работе.

Таким образом, представленные в работе результаты свидетельствуют о сложной структуре течения в ударном слое около тел выпукло-вогнутой формы как для ламинарного, так и для турбулентного режимов течения. Сравнения результатов расчета с данными [7, 10] показали вполне удовлетворительную точность предложенного авторами метода [9] для больших чисел  $Re_\infty$  при наличии в поле течения внутренних скачков уплотнения и зон рециркуляционного течения, при этом эффективность вычислительного алгоритма достаточно высока, поскольку все расчеты проводились при числе Куранта, много большем единицы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев М. Г., Пчелкина Л. В., Савинов К. Г. Решение задач газовой динамики методом установления // Науч. тр. Ин-та механики МГУ. 1972. № 19. С. 7-34.
2. Pool L. A., Kudlick B. A. Inviscid flow fields for nonspherical nosetip shapes // AIAA Pap. 1981. № 1870. 9 p.

3. Гусев А. В., Прокопов Г. П. Расчет обтекания носовой части тела со сложными обводами. Препринт № 112. М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1985. 34 с.
4. Hsieh T. Numerical investigation of flowfield about a series of indented nosetips // AIAA Pap. 1981. № 77. 10 p.
5. Головачев Ю. П., Карякин В. Е., Леонтьева Н. В., Фурсенко А. А. Пространственное сверхзвуковое обтекание лобовой поверхности затупленных тел вязким газом: Препринт № 503. М.: ФТИ, 1984.
6. Hsieh T. Calculation of viscous hypersonic flow over a severely indented nosetrip // AIAA Journal. 1984. V. 22. № 7. P. 935-941.
7. Kutler P., Chakravarthy S. R., Lombard C. P. Supersonic flow over ablated nosetips using an unsteady, implicit numerical procedure // AIAA Pap. 1978. № 213. 13 p.
8. Ковеня В. М., Яценко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981. 304 с.
9. Гришин А. М., Погорелов О. И., Пырь С. И. Математическое моделирование сверхзвукового обтекания выпукло-вогнутых тел на основе уравнений Навье - Стокса // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1985. Т. 16. № 3. С. 22-43.
10. Rakich J. V., Tannehill J. C. Navier Stokes calculations for laminar and turbulent hypersonic flow over indented nosetips // AIAA Pap. 1978. № 260. 10 p.
11. Шенг Дж. С., Хенки В. Л., Лоу С. Н. Численный расчет взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем // Ракетная техника и космонавтика. 1976. Т. 14. № 10. С. 130-139.
12. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982. 312 с.

Томск

Поступила в редакцию  
28.V.1987