

УДК 532.546.

## О РЕЖИМАХ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИН ПРИ ЗАКАЧИВАНИИ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТУЮ СРЕДУ

БУЕВИЧ Ю. А., НУСТРОВ В. С.

Процесс раскрытия трещин при повышении давления флюида в трещиновато-пористом пласте с закрытыми трещинами можно рассматривать как простейшую модель гидроразрыва пласта, в рамках которой характеристики трещин заданы заранее. Пласты такого типа встречаются в естественных условиях в случаях, когда давление жидкости в порах меньше горного давления. Кроме того, зоны с закрытыми трещинами возникают и в призабойных областях скважин в пластах с аномально высоким давлением при достаточно сильном снижении забойного давления.

Характер развития указанного процесса и размеры области с раскрытыми трещинами определяются динамикой изменения давления закачиваемой жидкости. Наибольший практический интерес представляют режимы с обострением, соответствующие неограниченному росту за конечное время одной из характеристик процесса. Ниже такие режимы рассмотрены в рамках нелинейной одномерной задачи на основе континуальной модели фильтрации в трещиновато-пористых средах.

1. В соответствии с общепринятой моделью трещиновато-пористая среда рассматривается как система двух сосуществующих фиктивных пористых сред, моделирующих системы трещин и разделяемых ими пористых блоков; при этом принимается во внимание различие между средними давлениями в трещинах и блоках, обуславливающее обмен жидкостью между ними [1, 2]. Эта модель рассматривалась во многих работах; здесь используем ее модификацию, предложенную для макроскопически однородной упругосжимаемой трещиновато-пористой среды в [3] и приводящую к следующим уравнениям фильтрации слабосжимаемой капельной жидкости:

$$\begin{aligned} s \partial w_1 / \partial t &= \gamma_1 \nabla (w_1^3 \nabla w_1) + \alpha (w_2 - w_1) \\ \partial w_2 / \partial t &= \gamma_2 \Delta w_2 + \alpha (w_1 - w_2), \quad w_i = p_i - \sigma \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $p_1$  и  $p_2$  — средние давления в трещинах и блоках,  $\sigma$  — характерное значение  $p_1$ , соответствующее схлопыванию трещин,  $\gamma_1 w_1^3$  и  $\gamma_2$  — коэффициенты пьезопроводности,  $\alpha^{-1}$  — время релаксации давления,  $s$  — коэффициент, определенный в [3]. Уравнения (1.1) имеют место в области  $p_1 > \sigma$ ; в области  $p_1 < \sigma$ , в которой трещины закрыты, справедливо обычное уравнение упругого режима фильтрации по блокам с коэффициентом пьезопроводности  $\gamma_2$ , определяющее  $p_2$  (или  $w_2$ ), а на неизвестной границе областей выполняются необходимые условия сопряжения [4].

В отличие от уравнений, предлагавшихся в [1, 2], в (1.1) учтено, что коэффициент  $s$  может быть сравним с единицей даже в ситуациях, когда трещинная пористость намного меньше блочной. Кроме того, в (1.1) учитывается расширение (или смыкание) плоских трещин, приводящее к зависимости трещинной проницаемости от давления. Оба эти обстоятельства находятя в соответствии с экспериментальными фактами [5, 6]. Впервые нелинейные уравнения фильтрации в трещиноватых и трещиновато-пористых средах вводились в [7–10].

При фильтрации газа вместо (1.1) можно получить уравнения

$$\begin{aligned} s\partial w_1^2/\partial t &= \gamma_1 \nabla (w_1^4 \nabla w_1) + \alpha (w_2^2 - w_1^2) \\ \partial w_2/\partial t &= \gamma_2 \nabla (w_2 \nabla w_2) + \alpha (w_1^2 - w_2^2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

В процессах гидроразрыва в пласт целесообразно закачивать жидкость при достаточно высоком давлении ( $p_1 \gg w_1$ ). В таких условиях трещинная проницаемость обычно намного больше блочной, а емкость блоков больше емкости системы трещин (в обоих случаях разница достигает нескольких порядков). Поэтому характерное время распространения жидкости по трещинам, определяющее временной масштаб  $w_1$ , значительно больше времени релаксации  $\alpha^{-1}$ , совпадающего по порядку величины с временным масштабом функции  $w_2$ . Таким образом, на начальной стадии процесса допустимо принимать  $w_1 - w_2 \approx w_1$ . В результате первые уравнения в (1.1), (1.2) записываются так

$$\partial w/\partial t = D \nabla (w^{n-1} \nabla w) - \kappa w, \quad \kappa = \alpha/s \quad (1.3)$$

$$w = p_1 - \sigma, \quad n = 4, \quad D = \gamma_1/s \quad (1.4)$$

$$w = (p_1 - \sigma)^2, \quad n = 5/2, \quad D = \gamma_1/(2s) \quad (1.5)$$

где соотношения (1.4) для капельной жидкости, (1.5) для газов.

В дальнейшем для уравнения (1.3) рассматриваем одномерную задачу с нулевым начальным условием в области  $x > 0$ , что соответствует первоначально закрытым трещинам. Используя замену переменных (1.6) [14], вместо (1.3) получаем

$$w = u \exp(-\kappa t), \quad w = -\gamma \beta(\kappa t)$$

$$\gamma = \frac{D}{n(n-1)\kappa}, \quad \beta(\kappa t) = \exp[-(n-1)\kappa t] - 1 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial x} \left( n u^{n-1} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad u(-\infty, x) = 0 \quad (1.7)$$

При соответствующих граничных условиях уравнение (1.7) имеет обобщенные автомодельные решения [2], которые можно использовать в анализе широкого класса неавтомодельных задач.

В процессах переноса при наличии источников и нелинейности соответствующего коэффициента возможны режимы с обострением, когда за конечное время происходит неограниченный рост характеристик процесса (см. обзор [12]). Такого же типа решения квазилинейного уравнения переноса появляются и в случае граничных условий с обострением [13]. Ниже рассматриваем условия

$$u(\omega, 0) = u_0(-\omega)^l, \quad -\infty < \omega < 0, \quad l < 0, \quad u_0 > 0 \quad (1.8)$$

$$q(\omega, 0) = -n \left( u^{n-1} \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = q_0(-\omega)^m, \quad -\infty < \omega < 0, \quad m < 0 \quad (1.9)$$

Для моделирования режимов с обострением в (1.8) и (1.9) введено [12] отрицательное время и принято (для автомодельной задачи), что до момента обострения  $\omega = 0$  процесс развивался бесконечно долго ( $\omega_0 = -\infty$ ). Практически  $\omega_0 \neq -\infty$ , однако, как показали результаты численных расчетов [12, 13], решения выходят на автомодельный режим, если характеристика, задаваемая на границе, успевает увеличиться в несколько раз по сравнению со своим начальным значением.

Соответствующие (1.8) и (1.9) граничные условия для исходной зада-

чи также изменяются с обострением. Имеем

$$w(t, 0) = w_0 \exp(-\kappa t) [\beta(\kappa t)]^l, \quad w_0 = u_0 \gamma^l$$

$$Q(t, 0) = -D \left( w^{n-1} \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} = Q_0 \exp(-n\kappa t) [\beta(\kappa t)]^m, \quad Q_0 = q_0 \gamma^m. \quad (1.10)$$

В соответствии с постановкой задачи должны также выполняться условия  $w(t, x) \rightarrow 0$ ,  $Q(t, x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ . Раскрывая неопределенность в первом условии (1.10) при  $t \rightarrow -\infty$ , можно показать, что при  $l < -(n-1)^{-1}$  граничное и начальное условия согласованы (рост давления на  $x=0$  начинается от нуля). При  $l = -(n-1)^{-1}$  давление на  $x=0$  меняется скачком от нуля до значения  $w_0 [l(1-n)]^{-1}$ . При  $0 > l > -(n-1)^{-1}$  имеем  $w \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow -\infty$ . Второе граничное условие в (1.10) согласовано с начальным при любых значениях  $m < 0$ .

2. Если задается условие (1.8) и давление при  $x=0$  неограниченно возрастает при  $\omega \rightarrow -0$ , то уравнение (1.7) имеет автомодельное решение [2, 13]

$$u(w, x) = u_0 (-\omega)^l f(\xi), \quad \xi = n^{-1/2} u_0^{1/2(1-n)} x (-\omega)^{-\nu}$$

$$q(\omega, x) = n^{1/2} u_0^{1/2(1+n)} (-\omega)^{\nu-1+l} h(\xi), \quad \xi \leq \xi_*$$

$$\nu = 1/2(1+l(n-1)) \quad (2.1)$$

Здесь  $f(\xi)$ ,  $h(\xi)$  — функции автомодельной переменной  $\xi$ , определяемые численно из решения обыкновенного дифференциального уравнения; при этом  $f(0) = 1$ ,  $f(\xi_*) = h(\xi_*) = 0$ , где  $\xi_*$  — безразмерная координата фронта волны раскрытия трещин, также следующая из этого решения [13]. Учитывая (1.6), из (2.1) получаем выражения для размерных величин

$$w(t, x) = w_0 \exp(-\kappa t) [\beta(\kappa t)]^l f(\xi) \quad (2.2)$$

$$Q(t, x) = Q^0 [\beta(\kappa t)]^{\nu-1+l} h(\xi), \quad Q^0 = n^{1/2} u_0^{1/2(1+n)} \gamma^{\nu-1+l}$$

$$x_* = n^{1/2} u_0^{1/2(n-1)} [\gamma \beta(\kappa t)]^\nu \xi_*(n, l) \quad (2.3)$$

откуда видно, что фронт волны  $x = x_*$  распространяется с конечной скоростью.

В случае  $l < -(n-1)^{-1}$ , когда давление растет от нуля, из (2.3) следует, что зона с раскрытием трещинами неограниченно увеличивается с приближением к моменту обострения ( $t \rightarrow -0$ ). Поглощение заканчиваемой жидкости блоками существенно замедляет движение фронта, что иллюстрируется кривыми на фиг. 1, показывающими зависимость величины

$$X_* = \frac{x_*}{(x_*)_{x \rightarrow 0}} = \left[ - \frac{\beta(\kappa t)}{(n-1)\kappa t} \right]^\nu$$

от  $\kappa t$  для капельных жидкостей ( $n=4$ ) и газа ( $n=5/2$ ) (кривые 1 и 2 соответственно),  $l=-1$ . Объем жидкости, закачиваемой в пласт, определяется функцией

$$K(\kappa t) = \frac{Q(t, 0)}{Q^0 h(0)} = [\beta(\kappa t)]^{\nu-1+l} \quad (2.4)$$

зависимость которой от времени показана сплошными кривыми на фиг. 2. Рассмотренный случай отвечает так называемому HS-режиму, введенному в [12].

Пусть теперь  $l = -(n-1)^{-1}$  (S-режим по терминологии [12]), когда давление на  $x=0$  в начальный момент изменяется скачком от нуля до величины  $w_0 [l(1-n)]^{-1}$ , а затем монотонно увеличивается с обострением.

В этом случае при прочих равных параметрах фронт движется медленнее, чем в HS-режиме, достигая предельного положения

$$x_* = [2nu_0^{n-1}(n+1)(n-1)^{-1}]^{1/2} \quad (2.5)$$

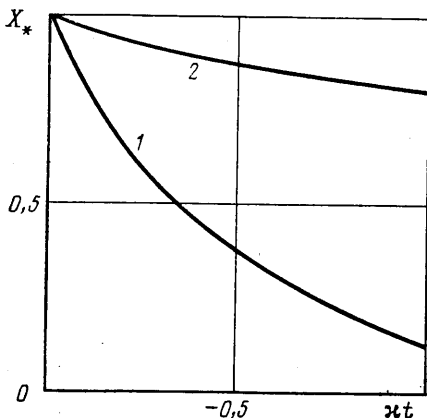
что отвечает остановившейся волне. Изменение давления в последней описывается решением задачи (1.7), (1.8) [13]

$$u(\omega, x) = u_0(-\omega)^{-1/(n-1)}(1-x/x_*)^{2/(n-1)}, \quad x \leq x_*$$

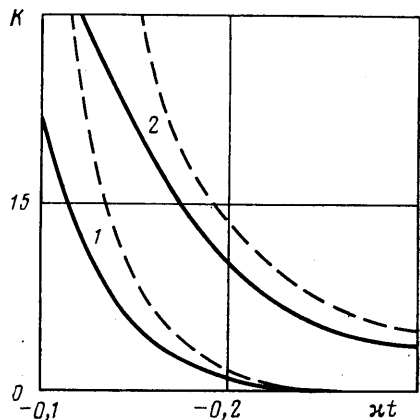
$$w(t, x) = u_0 \exp(-\kappa t) [\gamma\beta(\kappa t)]^{-1/(n-1)}(1-x/x_*)^{2/(n-1)}, \quad x \leq x_*$$

причем в области  $x > x_*$  имеем  $u = w = 0$ .

Согласно (2.5), размер созданной зоны трещиноватости в рассматриваемом случае вообще не зависит от интенсивности поглощения жидкости



Фиг. 1



Фиг. 2

блоками (но параметр  $\kappa$  влияет, очевидно, на время достижения фронтом предельного положения). Объем закачиваемой жидкости по-прежнему описывается формулой (2.4), в которой показатель степени заменен на  $-n$ ; такая же замена должна быть сделана в выражении для  $Q^0$  в (2.2). На фиг. 2 зависимость этого объема от  $\kappa t$  показана штриховыми кривыми 1 и 2 для капальной жидкости и газа соответственно.

В случае  $0 > l > -(n-1)^{-1}$  (LS-режим по терминологии [12]) граничное давление в начальный момент скачком изменяется от нуля до достаточно большой величины, а затем возрастает с обострением, но более медленно, чем в других рассмотренных режимах. В этом режиме решение (1.7), (1.8) представляет собой волну, полуширина  $x_f$  которой уменьшается со временем по закону (2.3), в котором  $\xi_*$  нужно заменить на величину  $\xi_f$ , также определяемую численно [13]. Фронт волны находится в этом случае на бесконечности.

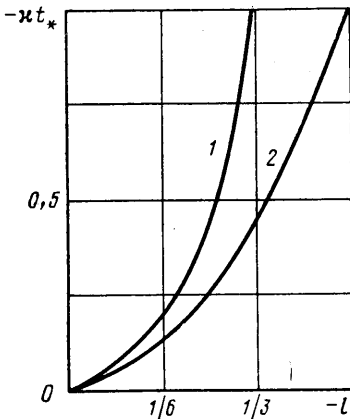
Таким образом, в LS-режиме эффективный размер трещиноватой зоны, созданной в результате начального импульса граничного давления, в дальнейшем уменьшается несмотря на продолжающееся увеличение полного объема закачиваемой жидкости. Поступающая в трещины жидкость с достаточной скоростью успевает поглощаться блоками. Как следует из выражения для  $X_f$ , аналогичного таковому для  $X_*$  в HS-режиме, блоки замедляют фокусировку волны (с ростом  $\kappa$  величина  $X_f$  растет).

Можно показать, что в рассматриваемом режиме функция  $w(t, 0)$  из (1.10) имеет минимум в момент

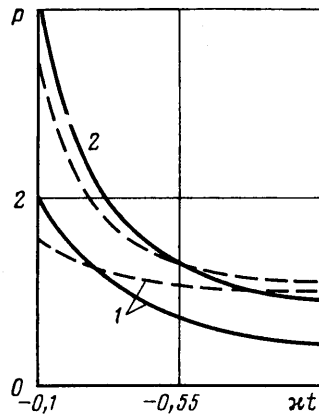
$$\kappa t_* = (n-1)^{-1} \ln(2\nu) \quad (2.6)$$

С учетом сказанного выше это означает, что фронт раскрытия трещин,

несмотря на достаточно большое граничное давление в начальный момент, не может сразу же отойти от границы (как в других рассмотренных режимах). Темпы роста граничного давления оказываются слишком слабыми, и блоки успевают поглощать поступающую в пласт жидкость. Момент начала движения фронта можно оценить по формуле (2.6) (фиг. 3, где кривые 1 и 2 соответствуют капельной жидкости и газу). При  $l \rightarrow -0$  в соответствии с первым соотношением в (1.10) граничное давление падает по закону  $w(t, 0) = w_0 \exp(-\kappa t)$  и из (2.6) следует  $\kappa t_* \rightarrow 0$ . В этом случае зона трещиноватости вообще не будет создана, какой бы большой ни была величина  $w_0$ . Таким образом, можно сделать вывод, что для осуществления рассматриваемого варианта гидроразрыва решающее значение имеет скорость нарастания давления на границе, но не его начальное значение.



Фиг. 3



Фиг. 4

В заключение кратко остановимся на второй краевой задаче (1.7), (1.9). Как показано в [13], решения первой и второй краевых задач совпадают при выполнении связи  $l = (2m+1)(n+1)^{-1}$ . Поэтому все предыдущие результаты естественным путем переносятся и на ситуации, когда на границе задается поток жидкости. Здесь приведем лишь выражение для граничного давления

$$P(t, 0) = \frac{w(t, 0)}{f(0)} n^\delta q_0^{-2\delta} \gamma^{-(2m+1)\delta} = \exp(-\kappa t) [\beta(\kappa t)]^{(2m+1)\delta}, \quad \delta = 1/(n+1)$$

которое проиллюстрировано на фиг. 4 для капельной жидкости и газа (кривые 1 и 2 соответственно) в режимах NS ( $m = -2$ , сплошные кривые) и S (штриховые кривые).

Отметим еще, что результаты, аналогичные приведенным выше, можно получить и для мгновенного источника на границе. Для этого достаточно использовать решения соответствующих задач из [2, 11].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. 1960. Т. 24. № 5. С. 852–864.
2. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра. 1972. 288 с.
3. Буевич Ю. А. Структурно-механические свойства и фильтрация в упругом трещиновато-пористом материале // Инж.-физ. журн. 1984. Т. 46. № 4. С. 593–600.
4. Буевич Ю. А., Нустров В. С. О нелинейной фильтрации в трещиновато-пористых материалах // Инж.-физ. журн. 1985. Т. 48. № 6. С. 943–950.
5. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра. 1970. 335 с.

6. Вадецкий Ю. В., Обморышев К. М., Окунь Б. И. Испытание трещинных коллекторов в процессе бурения. М.: Недра. 1976. 158 с.
7. Желтов Ю. П. О движении однофазной жидкости в деформируемых трещиноватых породах с чисто трещинной пористостью // ПМТФ. 1961. № 6. С. 187–189.
8. Желтов Ю. П., Золотарев П. П. О фильтрации газов в трещиноватых породах // ПМТФ. 1962. № 5. С. 135–139.
9. Бан А., Богомолова А. Ф., Максимова В. А. и др. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкостей. М.: Гостоптехиздат, 1962. 275 с.
10. Авакян Э. А., Горбунов А. Т., Николаевский В. Н. Нелинейно-упругий режим фильтрации жидкости в трещиновато-пористых пластах // Теория и практика добычи нефти. М.: Недра, 1968. С. 47–58.
11. Мартинсон Л. К., Павлов К. Б. К вопросу о пространственной локализации тепловых возмущений в теории нелинейной теплопроводности // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1972. Т. 12. № 4. С. 1048–1053.
12. Змиргенко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П., Самарский А. А. Возникновение структур в нелинейных средах и нестационарная термодинамика режимов обострения: Препринт № 74. М.: ИПМ АН СССР, 1976. 60 с.
13. Галактионов В. А., Михайлов А. П. Об одной автомодельной задаче для уравнения нелинейной теплопроводности: Препринт № 53. М.: ИПМ АН СССР, 1977. 37 с.

Свердловск

Поступила в редакцию  
11.IX.1987