

УДК 532.546

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАЗРЫВ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

ДОМАНСКИЙ А. В.

Предлагается способ оценки изменения продуктивности скважины при гидроразрыве кусочно-однородного в горизонтальном и вертикальном направлениях конечного пласта произвольным числом трещин. Приводится вывод поправочного коэффициента, позволяющего учесть в этих оценках влияние капиллярного запирания фильтра буроого раствора и жидкости разрыва [1, 2].

Вопросы, связанные с механизмом образования искусственных трещин в пласте, рассматривались, например, в [3, 4]. В [5] построены оценки для коэффициента продуктивности скважины при образовании в конечном однородном пласте горизонтальной или двух вертикальных трещин, а в [6] изучен случай произвольного числа вертикальных трещин в бесконечном однородном пласте. Задача о притоке к скважине с горизонтальной трещиной исследовалась в [6, 7].

1. Гидроразрыв в однородном пласте. Пусть в центре однородного пласта мощности H , имеющего в плане форму круга радиуса r_k , находится совершенная по степени вскрытия скважина радиуса r_c . В пласте с помощью гидроразрыва создано N одинаковых, симметрично расположенных вертикальных трещин высотой H , радиально расходящихся от стенки скважины на расстояние r_0 от ее оси (фиг. 1). Трещины считаются достаточно узкими и не оказывающими гидравлического сопротивления протекающей в них жидкости. Давление во всех точках трещины полагается равным давлению на забое скважины.

В силу выбранной геометрии области фильтрации уравнение для давления имеет вид

$$r^{-1}(rp_r)_r + r^{-2}p_{\varphi\varphi} = 0 \quad (1.1)$$

Здесь и далее нижние индексы r, φ, z, x, y означают дифференцирование по соответствующей переменной.

При пренебрежении поперечными размерами трещин краевые условия для уравнения (1.1) записываются в виде

$$p = p_0 = \text{const} \quad (r = r_k) \quad p_r = 0 \quad (r = r_c, 0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (1.2)$$

$$p|_M = p_c = \text{const}, \quad p_c < p_0, \quad \Delta p = p_0 - p_c$$

где M — общая поверхность трещин.

Вследствие симметрии течения отрезки BE и DF (фиг. 1) являются линиями тока, поэтому достаточно рассмотреть течение в области $ABEFDC$. Краевые условия на DF и BE таковы

$$p_\varphi|_{BE} = p_\varphi|_{DF} = 0$$

После преобразования

$$y = \ln(r/r_c), \quad x = \varphi - x_c, \quad x_c = \pi/N$$

$$0 \leq y \leq y_c = \ln(r_k/r_c), \quad |x| \leq x_c$$

область фильтрации преобразуется в прямоугольник $\Pi = \{|x| \leq x_c, 0 \leq y \leq y_c\}$, а уравнение (1.1) и краевые условия для функции p принимают вид

$$p_{yy} + p_{xx} = 0$$

$$\begin{aligned}
 p &= p_0 \quad (y=y_c), \quad p_x=0 \quad (x=\pm x_c, y_0 \leq y \leq y_c) \\
 y_0 &= \ln(r_0/r_c) \\
 p_y &= 0 \quad (y=0), \quad p=p_c \quad (x=\pm x_c, 0 \leq y \leq y_0)
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

Введем комплексную переменную $z=x+iy$. Тогда давление p есть $\operatorname{Re} f(z)$ [8], где $f(z)$ — аналитическая в Π функция и $\operatorname{Re} f(z)$ удовлетворяет (1.3).

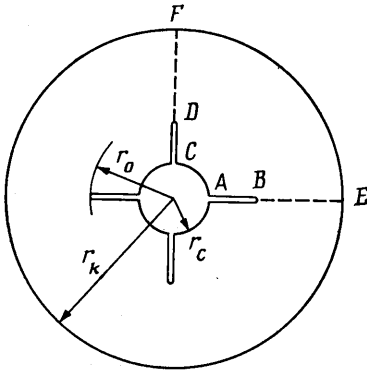
Конформное отображение ω прямоугольника Π на верхнюю полуплоскость задается формулой

$$z = x_c K(\omega, k) / K(1, k)$$

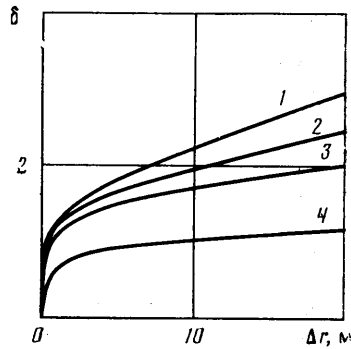
где $K(\omega, k)$ — эллиптический интеграл первого рода, модуль k которого находится из соотношения [9]

$$x_c/y_c = K(1, k) / K(1, k'), \quad k' = \sqrt{1-k^2}$$

В области комплексной переменной $\omega = \xi + i\eta$ исходная задача состоит



Фиг. 1



Фиг. 2

в определении аналитической в верхней полуплоскости функции $F_1(\omega) = dF/d\omega$, $F(\omega) = f(z(\omega))$, удовлетворяющей на оси $\eta=0$ условиям

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} F_1 &= 0: \quad |\xi| > 1/k, \quad 1 < |\xi| < \omega_0 \\
 \operatorname{Im} F_1 &= 0: \quad |\xi| < 1, \quad \omega_0 < |\xi| < 1/k
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

где ω_0 — образ точки y_0 , определяемый из соотношений

$$K(1, k) y_0 / x_c = K(\gamma_0, k'), \quad \omega_0 = 1 / \sqrt{1 - (k' \gamma_0)^2} \tag{1.5}$$

Аналитическая в верхней полуплоскости функция F_1 , имеющая ограниченный интеграл и удовлетворяющая (1.4), с учетом симметрии течения находится по формуле Келдыша — Седова [8]

$$\begin{aligned}
 F_1(\omega) &= \gamma \omega [(k^{-2} - \omega^2)(\omega^2 - 1)(\omega^2 - \omega_0^2)]^{-1/2} \\
 \gamma &= \Delta p \left[\int_{\omega_0}^{k^{-1}} \tau [(k^{-2} - \tau^2)(\tau^2 - 1)(\tau^2 - \omega_0^2)]^{-1/2} d\tau \right]^{-1}
 \end{aligned}$$

Из последней формулы определяется поток жидкости через N трещин

$$Q = \frac{2N\kappa H}{\mu} \gamma \int_1^{\omega_0} \tau [(k^2 - \tau^2)(\tau^2 - 1)(\omega_0^2 - \tau^2)]^{-1/2} d\tau$$

Здесь κ — проницаемость пласта, μ — вязкость жидкости. Эллиптические интегралы в двух последних выражениях приводятся к нормальной форме [9], поэтому выражение для Q имеет вид

$$Q = 2N\kappa H\mu^{-1}\theta\Delta p, \quad \theta = K(1, \alpha)/K(1, \alpha') \quad (1.6)$$

$$\alpha^2 = (\omega_0^2 - 1)k^2/(k')^2, \quad \alpha = \sqrt{1 - \alpha^2}$$

Эффективность гидравлического разрыва пласта характеризуется величиной коэффициента совершенства скважины δ [10], равного отношению дебитов несовершенной, в частности подвергнутой гидроразрыву, и совершенной по характеру и степени вскрытия скважин при прочих равных условиях.

Дебит совершенной скважины определяется по формуле Дюпюи

$$Q_c = \frac{2\kappa H\Delta p}{\mu y_c}$$

С учетом последнего равенства и (1.6) выражение для δ принимает вид

$$\delta = N\pi^{-1}y_c\theta \quad (1.7)$$

На фиг. 2 приводятся графики зависимости δ от глубины трещины $\Delta r = r_0 - r_c$ при $r_c = 0,1$ м, $N = 2$; кривые 1, 2, 3 рассчитаны для $r_k = 100, 200$ и 1000 м соответственно. Видно, что, начиная с некоторого значения Δr , величина δ растет практически линейно. Расчеты показывают, что для $N > 4$ с ростом N значения δ возрастают весьма незначительно; при одинаковой суммарной площади дренирования более эффективным оказывается создание одной — двух глубоких трещин, нежели большого количества мелких. Например, пусть $r_k = 100$ м, $r_c = 0,1$ м. Тогда при $r_0 = 5,1$ м, $N = 2$ имеем $\delta = 1,88$, а для $N = 10$, $r_0 = 1,1$ м — $\delta = 1,48$.

Воспользуемся разложениями полных эллиптических интегралов [9]

$$K(1, \alpha) = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} + \dots \right), \quad K(1, \alpha') = \ln \left(\frac{4}{\alpha} \right) + \frac{1}{4} \left[\ln \left(\frac{4}{\alpha} \right) - 1 \right] \alpha^2 + \dots$$

После предварительной оценки γ_0 для α из (1.5), (1.6) выводятся неравенства

$$\frac{k \operatorname{sh} u}{(1 + k^2 \operatorname{sh}^2 u)^{1/2}} \leq \alpha \leq \frac{k \operatorname{sh}(k'u)}{k'}, \quad u = \frac{K(1, k)y_0}{x_c}$$

Модуль k представляется в виде [9]

$$k = 4\sqrt{q} \prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+q^{2n}}{1+q^{2n-1}} \right)^4, \quad q = \left(\frac{r_c}{r_k} \right)^N$$

Из последних соотношений и (1.7) при достаточно малых r_c/r_k и (или) больших N для δ получается приближенное выражение

$$\delta \approx y_c (N^{-1} \ln 4 + y_*)^{-1}, \quad y_* = \ln(r_k/r_0) \quad (1.8)$$

Формула (1.8) совпадает с формулами, найденными другим путем в [5], без учета размеров скважины для двух трещин в конечном пласте и N трещин в бесконечном пласте [6]. Приближение (1.8) тем точнее, чем меньше отношения r_c/r_k , r_c/r_0 и больше N . Из расчетов следует, что при $r_c/r_k \leq 10^{-2}$, $r_c/r_0 \leq 10^{-1}$, $N \geq 2$ относительная погрешность, даваемая формулой (1.8), не превышает +0,34% (для $N=1$ ошибка равна +5,6%).

2. Слоисто-неоднородный пласт. Рассмотрим слоистый круговой пласт с однородными слоями различной мощности и проницаемости и горизонтальной границей раздела между ними. Перетоки между слоями учиты-

ваются. Пусть в таком пласте осуществлен гидроразрыв вертикальными трещинами.

Покажем, что величина δ для такого пласта инвариантна относительно числа слоев.

Действительно, в каждом из $L-1$ слоев мощностью $H_{i+1}-H_i$, где $i=1, \dots, L-1$, $H_1=0$, $H_L=H$, давление p_i удовлетворяет уравнению Лапласа

$$r^{-1}(rp_{ir})_r + r^{-2}p_{i\varphi\varphi} + p_{izz} = 0 \quad (2.1)$$

На границе между слоями выполняются условия сопряжения

$$p_i = p_{i+1}, \quad \kappa_i p_{iz} = \kappa_{i+1} p_{i+1z} \quad (2.2)$$

где κ_i — проницаемость i -го слоя, $i=1, \dots, L-2$. Краевые условия для p_i в случае совершенной скважины имеют вид

$$p_i = p_c \quad (r=r_c), \quad p_i = p_0 \quad (r=r_k) \quad (2.3)$$

$$p_{iz} = 0 \quad (z=0), \quad p_{L-1z} = 0 \quad (z=H)$$

При наличии гидроразрыва краевые условия аналогичны (1.2). После интегрирования (2.1) по z от H_i до H_{i+1} , умножения полученного выражения на κ_i и суммирования по i с учетом (2.2) возникает уравнение

$$r^{-1}(rP_r)_r + r^{-2}P_{\varphi\varphi} = 0$$

$$P = \sum_{i=1}^{L-1} \frac{\kappa_i}{X} \int_{H_i}^{H_{i+1}} p_i dz, \quad X = \sum_{i=1}^{L-1} \kappa_i (H_{i+1} - H_i)$$

Из (2.3), (2.4) находится объемный расход совершенной скважины Q_c (P считается независимым от φ) $Q_c = 2\pi X \Delta p / \mu y_c$.

Решением уравнения (2.4) при краевых условиях на P (1.2) определяется объемный расход скважины с N вертикальными трещинами в слоисто-неоднородном пласте $Q = 2N \mu^{-1} X \theta \Delta p$.

Из двух последних формул следует совпадение δ для скважин в многослойном и однослойном пластах.

Ясно также, что в многослойном пласте лучшей продуктивности можно добиться с помощью вертикальных трещин, а не горизонтальных, поскольку наличие плохо проницаемого пропластика может существенно снизить общий приток к нижележащей горизонтальной трещине и тем самым уменьшить коэффициент совершенства.

3. Неоднородный пласт. Как следует из расчетов, в однородном пласте при реальных значениях r_k , r_0 и r_c повышение продуктивности скважин происходит в несколько раз. Однако имеющиеся промышленные данные [3] показывают, что гидроразрыв может повысить продуктивность скважины в десятки раз. Это связывается с тем обстоятельством, что за счет большой глубины проникновения трещины соединяют скважину с отдаленными более высокопродуктивными зонами пласта. Ниже на примере гидроразрыва вертикальными трещинами показывается возможность такого роста продуктивности при наличии высокопроницаемых отдаленных зон.

Пусть в круговой области, прилегающей к скважине, проницаемость ниже, чем в остальной части пласта, т. е. распределение проницаемости имеет вид

$$\kappa(r) = \kappa_1 \quad (r_c \leq r \leq r_1), \quad \kappa(r) = \kappa_2 \quad (r_1 < r \leq r_k)$$

$$\kappa_1, \kappa_2 = \text{const}, \quad \kappa_1 \leq \kappa_2$$

Дебит совершенной скважины в этом случае находится по формуле [6, 10]

$$Q_c = \frac{2\pi\kappa_2 H \Delta p}{\mu Y}, \quad Y = y_c + y_1 \left(\frac{\kappa_2}{\kappa_1} - 1 \right), \quad y_1 = \ln \left(\frac{r_1}{r_c} \right)$$

Точное решение задачи о притоке к скважине с вертикальной трещиной при разрывной функции проницаемости затруднительно. Однако, используя вариационные принципы теории фильтрации [11], дебит такой скважины можно оценить сверху и снизу.

Пусть $r_0 > r_1$. При оценке Q снизу полагаем $\kappa_1 = 0$. Тогда из вариационных принципов [11] следует

$$Q \geq 2N\kappa_2 H \theta \Delta p / \mu$$

Здесь модуль α в выражении для θ (1.6) находится из решения задачи о притоке к несовершенной скважине радиуса r_1 с вертикальными трещинами глубиной $r_0 - r_1$. Для скважины в кусочно-неоднородном пласте из двух последних соотношений получается оценка коэффициента совершенства снизу

$$\delta_0 \geq \delta_- = \delta Y / (y_c - y_1)$$

где δ — коэффициент совершенства для скважины радиуса r_1 в однородном пласте проницаемостью κ_2 . Аналогично, полагая $\kappa_2 = \kappa_1$, находим оценку сверху $\delta_0 \leq \delta_+ = \delta Y / y_c$.

Здесь δ — коэффициент совершенства для скважины радиуса r_c в однородном пласте проницаемостью κ_2 .

На фиг. 3 приводятся (кривые 1, 3 и 2, 4) зависимости δ_+ и δ_- от Δr при $r_k = 200$ м, $r_c = 0,1$ м, $N = 2$, $\kappa_2 / \kappa_1 = 10$; $r_1 = 5,1$ м (кривые 1, 2) и 1,1 м (кривые 3, 4). Штриховой линией показаны средние значения δ_0 , равные полусумме крайних.

Таким образом, при $r_0 - r_1 > 1$ м относительная погрешность определения δ_0 в достаточно широком диапазоне изменения параметров задачи не превышает 10–15%; причем глубокие трещины дают тем больший прирост дебита, чем больше размеры области пониженной проницаемости. Например, как видно из фиг. 3, $\delta_- = 12,65$ для $r_0 = 15,1$ м и $r_1 = 5,1$ м и $\delta_- = 8,924$ при $r_0 = 15,1$ м и $r_1 = 1,1$ м.

Итак, гидроразрыв с образованием вертикальных трещин весьма эффективен для скважины с ухудшенной по сравнению с остальной частью пласта проницаемостью призабойной зоны.

4. Влияние капиллярного запираания фильтрата бурового раствора и жидкости разрыва. При вскрытии и гидроразрыве происходит тампонирующее приствольной зоны пласта фильтратом бурового раствора и жидкости разрыва. Это в свою очередь при вызове притока к скважине приводит к образованию в призабойной зоне режима капиллярного запираания вытесняемой жидкости и тем самым — к снижению продуктивности скважины.

Из системы стационарных уравнений двухфазной фильтрации в однородной пористой среде в предположении постоянства давления в вытесняемой фазе аналогично [1] получается задача для определения потенциальной функции $\Phi(s)$

$$\Delta \Phi = 0, \quad \Phi = \int_{\cdot}^{\cdot} f(s) \frac{dp_c(s)}{ds} ds \quad (4.1)$$

Здесь Δ — оператор Лапласа в цилиндрических координатах, s — насыщенность вытесняющей несмачивающей жидкостью, f — относительная проницаемость для этой жидкости, $p_c(s)$ — капиллярное давление, s_* — остаточная насыщенность. Формула для капиллярного давления $p_c(s)$ [10], краевое условие на давление в вытесняющей фазе (1.2) и условие постоянства давления в вытесняемой фазе приводят к равенству $\Delta p = p_c(s_0)$. Оно позволяет найти насыщенность на контуре питания s_0 и предполагается разрешимым. Давление в вытесняющей фазе на поверхности трещин полагается равным давлению в скважине [2, 6, 11]. Так как $p_c(s_*) = 0$, то краевые условия для функции Φ принимают вид

$$\Phi = \Phi(s_0) \quad (r=r_k), \quad \Phi_r = 0 \quad (r=r_c, 0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad \Phi|_M = 0 \quad (4.2)$$

Второе равенство в (4.2) выражает условие непротекания вытесняющей фазы на стенке скважины.

Используя аналогию задач (1.1), (1.2) и (4.1), (4.2), можно показать, что для определения коэффициента совершенства скважины с учетом капиллярного запирания δ_k достаточно в формулу (1.7) внести множитель $\Phi(s_0)/\Delta p$, т. е. $\delta_k = \Phi(s_0)\delta/\Delta p$.

То же самое относится к формулам для δ_- , δ_+ . На фиг. 2 кривая 4 получается из кривой 3 по последней формуле. Функции капиллярного давления (в МПа) и относительной проницаемости выбирались в виде

$$p_c(s) = 0,017J(s), \quad f(s) = s^4, \quad s_* = 0$$

$$J(s) = \begin{cases} 0,618s^{0,25}, & 0 \leq s \leq 0,18 \\ 0,00356(0,9-s)^{-2} + 0,3956, & 0,18 \leq s \leq 0,9 \end{cases}$$

$$\Delta p = 1, \quad \Phi(s_0)/\Delta p = 0,61$$

Зависимость $J(s)$ — аппроксимация экспериментальной кривой [10]. Из сравнения кривых 3 и 4 на фиг. 2 видно, что капиллярное запирание жидкости разрыва может существенно снизить эффект гидроразрыва.

Таким образом, гидроразрыв с образованием одной — четырех глубоких и преимущественно вертикально направленных трещин в неоднородном пласте с плохо проницаемой призабойной зоной может быть эффективным средством обеспечения значительного роста продуктивности скважины. Для уменьшения отрицательного воздействия капиллярного зацемяления фильтра бурового раствора и жидкости разрыва на дебит скважины, подвергнутой гидроразрыву, существенное значение имеет использование специальных добавок, снижающих капиллярные силы на границе раздела фаз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бузинов С. Н. К вопросу об определении остаточной нефтенасыщенности // Докл. АН СССР. 1957. Т. 116. № 1. С. 28—31.
2. Пеньковский В. И. Концевой эффект капиллярного запирания вытесняемой фазы при фильтрации несмешивающихся жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 6. С. 184—187.
3. Желтов Ю. П. Гидравлический разрыв пласта. М.: Гостоптехиздат, 1957. 76 с.
4. Желтов Ю. П., Христианович С. А. О гидравлическом разрыве нефтяного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. № 5. С. 3—41.
5. Кривонос И. В., Чарный И. А. Расчет дебитов скважин с трещиноватой призабойной зоной пласта // Неф. хоз-во. 1955. № 9. С. 40—47.
6. Ван А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А. и др. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М.: Гостоптехиздат, 1962. 275 с.
7. Швидлер М. И. Приток жидкости к скважине с трещиной в призабойной зоне // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. № 11. С. 95—100.
8. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 678 с.
9. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.
10. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.
11. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.