

УДК 532.546

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ МНОГОФАЗНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ В УСЛОВИЯХ МЕЖФАЗНОГО МАССООБМЕНА

БАСНИЕВ К. С., БЕДРИКОВЕЦКИЙ П. Г.

В математические модели процессов многофазного вытеснения из пористых сред входят эмпирические функции — зависимости относительных фазовых проницаемостей от насыщенностей фаз и от компонентного состава смеси [1]. От значений фазовых проницаемостей сильно зависят результаты математического моделирования процессов многофазной многокомпонентной фильтрации. Относительные фазовые проницаемости являются эффективными характеристиками, определяемыми геометрией порового пространства и капиллярными силами, действующими между подвижными фазами и твердым поровым скелетом. Поэтому представляет интерес разработка метода их определения по данным вытеснения.

При описании многокомпонентной фильтрации в рамках трехкомпонентной модели в предположении о выполнении закона Амага (объем смеси равен сумме парциальных объемов компонентов) для построения решений задач одномерного вытеснения нефти растворителями и их оторочками достаточно знать не сами фазовые проницаемости, а только функцию распределения потоков — долю жидкой фазы в суммарном потоке двух фаз [2–4].

Ранее были решены обратные задачи по определению относительных фазовых проницаемостей и функции распределения потоков для процесса двухфазного вытеснения несмешивающихся жидкостей [5–7]. В [8] был дан метод решения этих задач для трехфазного вытеснения несмешивающихся жидкостей.

В данной работе решены обратные задачи определения относительных фазовых проницаемостей и функции распределения потоков по данным о многофазном вытеснении в условиях межфазного массообмена. Предложен метод идентификации модели фазового равновесия многокомпонентной системы в пористой среде по данным вытеснения.

Особенность рассмотренных в данной работе обратных задач состоит в том, что они допускают точные решения. Поэтому в отличие от классических постановок обратных задач нет необходимости в применении метода регуляризации [9]. Эта необходимость возникает только на стадии обработки результатов лабораторных экспериментов в соответствии с полученными точными решениями ввиду некорректности совершаемых при этом вычислительных операций.

1. Постановка задачи. Проводится эксперимент по взаимному вытеснению двухфазных многокомпонентных смесей в пористой среде. В ходе эксперимента должны быть выполнены условия крупномасштабного приближения: длина образца L и скорость фильтрации на входе в образец v_0 таковы, что можно пренебречь локальными эффектами капиллярного скачка давления между фазами, диффузией компонентов в фазах, неравновесностью распределения компонентов между фазами [10].

Если условия фазового равновесия сильно зависят от давления p , то создаваемый в ходе вытеснения перепад давления на образце должен быть значительно меньше давления, при котором ведется процесс.

В ходе эксперимента в различные моменты времени t измеряются перепад давления на образце $\Delta p(t)$, скорость фильтрации на входе $v_0(t)$ и на выходе $v_1(t)$ из образца, массовый поток смеси на выходе $q(t)$. По данным хроматографического анализа выходящей смеси известен ее компонентный состав в виде массовых концентраций компонентов $U_i^m(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ — номер компонента. Известны пористость m , проницаемость k , длина образца L , состав смеси, насыщавшей пористую среду до начала вытеснения C_{i0}^m .

Двухфазная система, состоящая из n компонентов, при постоянных давлении p и температуре по правилу фаз Гиббса имеет $n-2$ степени свободы. Если в качестве независимых переменных выбрать концентрацию $n-2$ компонентов в газовой фазе g_i , $i=1, 2, \dots, n-2$, то концентрация g_{n-1} , концентрации компонентов в жидкой фазе l_i , $i=1, 2, \dots, n-1$, и физические свойства фаз являются функциями от них [1]

$$\mu_j = \mu_j(g_1, \dots, g_{n-2}), \quad \rho_j = \rho_j(g_1, \dots, g_{n-2}), \quad j=l, g$$

Здесь без снижения общности индекс l относится к жидкой фазе, индекс g — к газовой. Аналогично рассматривается случай двух жидких фаз.

Концентрации компонентов в смеси в пористой среде и в фильтрационном потоке связаны с фазовыми концентрациями соотношениями

$$C_i^m [\rho_l s + \rho_g (1-s)] = l_i \rho_l s + g_i \rho_g (1-s), \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1.1)$$

$$U_i^m [\rho_l F + \rho_g (1-F)] = l_i \rho_l F + g_i \rho_g (1-F), \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1.2)$$

Здесь s — насыщенность пористой среды жидкой фазой, $1-s$ — газовой; F — объемная доля жидкой фазы в потоке, $1-F$ — газовой.

Предполагается наличие метода расчета двухфазного равновесия и физических свойств фаз для используемых в эксперименте смесей: по компонентному составу смеси C_i^m рассчитываются массовые концентрации компонентов в жидкой фазе l_i и в газовой фазе g_i , объемные доли фаз, а также вязкости фаз μ_l , μ_g и их плотности ρ_l , ρ_g [11, 12].

При многокомпонентной фильтрации относительные фазовые проницаемости f_l , f_g и функция Баклея — Леверетта (распределение потоков) F являются функциями не только насыщенности порового пространства жидкой фазы s , но и компонентного состава смеси [1]

$$f_j = f_j(s, g_1, \dots, g_{n-2}), \quad j=l, g; \quad F(s, g_1, \dots, g_{n-2}) = (1 + f_g \mu_l / f_l \mu_g)^{-1}$$

Обратная задача состоит в определении относительных фазовых проницаемостей и функции распределения потоков на основе перечисленных данных эксперимента по двухфазному многокомпонентному вытеснению.

2. Решение обратной задачи в двухфазном многокомпонентном случае. Процесс двухфазного многокомпонентного вытеснения в крупномасштабном приближении описывается системой уравнений неразрывности для каждого компонента и обобщенным законом Дарси для каждой фазы [1]

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_l s l_i + \rho_g (1-s) g_i] + \frac{\partial}{\partial X} \{[\rho_l F l_i + \rho_g (1-F) g_i] U\} = 0, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

$$U = - \frac{k}{Lv_0} \left[\frac{f_l}{\mu_l} + \frac{f_g}{\mu_g} \right] \frac{\partial p}{\partial X} \quad (2.2)$$

$$X = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{1}{mL_0} \int_0^t v_0(\eta) d\eta \quad (2.3)$$

Здесь x — линейная координата, отсчитываемая вдоль образца; X — безразмерная координата; t — время; τ — безразмерное время, равное отношению объема закачанного флюида к поровому объему образца mL ; U — безразмерная суммарная скорость фильтрации двух фаз.

Если физические свойства фаз и условия парожидкостного равновесия не зависят от давления, то уравнение (2.2) отщепляется от системы (2.1). Незвестными в системе (2.1) являются функции s , U , g_i , $i=1, 2, \dots, n-2$.

Процессу вытеснения углеводородного флюида растворителем соответствуют следующие начальные и граничные условия для системы (2.1):

$$\tau=0: s=s_0, \quad g_i=g_{i0}, \quad i=1, 2, \dots, n-2$$

$$X=0: F=F^0, U=1, g_i=g_i^0, i=1, 2, \dots, n-2 \quad (2.4)$$

Задача (2.1), (2.4) допускает автомодельное решение, зависящее от комплекса $\xi=X/\tau$ [10]. При $n=3$ в случае выполнения закона Амага оно выписывается явно для всех видов фазовых диаграмм, начальных и граничных условий [2-4]. Если закон Амага не выполняется, то решение строится только в избранных случаях [13]. Однако все дальнейшие построения не требуют знания решения, они опираются только на факт его автомодельности.

Для решения системы (2.1) знание фазовых проницаемостей не обязательно, необходимо знать только фазовую распределения потоков $F(s, g_1, \dots, g_{n-2})$. Вначале определим ее по данным вытеснения.

Сложив все уравнения системы (2.1), получим уравнение неразрывности для всей смеси

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_i s + \rho_g (1-s)] + \frac{\partial}{\partial X} \{[\rho_i F + \rho_g (1-F)] U\} = 0 \quad (2.5)$$

Проинтегрируем уравнение (2.5) аналогично [14] по области D плоскости (X, τ) , ограниченной контуром $\Gamma = \Delta: A(0, 0) \rightarrow B(1, 0) \rightarrow C(1, \tau) \rightarrow A(0, 0)$. Согласно формуле Грина, имеем

$$\begin{aligned} & \iint_D \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} [\rho_i s + \rho_g (1-s)] + \frac{\partial}{\partial X} ([\rho_i F + \rho_g (1-F)] U) \right\} dX d\tau = \\ & = \oint_{\Gamma = \partial D} \{[\rho_i F + \rho_g (1-F)] U\} d\tau - [\rho_i s + \rho_g (1-s)] dX = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Вычислим значения интеграла от дифференциальной формы массового потока двух фаз по сторонам треугольника Γ . Они равны соответственно

$$A(0, 0) \rightarrow B(1, 0): -[\rho_{i0} s_0 + \rho_{g0} (1-s_0)] \quad (2.7)$$

$$B(1, 0) \rightarrow C(1, \tau): \int_0^\tau \{[\rho_i F + \rho_g (1-F)] U\} (1, \eta) d\eta = \int_0^\tau q(\eta) d\eta \quad (2.8)$$

$$C(1, \tau) \rightarrow A(0, 0): [\rho_i s + \rho_g (1-s)] (1, \tau) - \tau \{[\rho_i F + \rho_g (1-F)] U\} (1, \tau) \quad (2.9)$$

Значения переменных вдоль гипотенузы треугольника Γ постоянны. Они соответствуют значению автомодельной переменной $\xi=1/\tau$.

Значение величины (2.7) известно из начальных условий (2.4), оно соответствует массе флюида в пласте до начала вытеснения. Значение (2.8) измеряется на выходе $X=1$; оно равно массе флюида, вытесненного из образца за время τ .

На основе данных хроматографического анализа $U_i^m(t)$ по программе расчета парожидкостного равновесия и физических свойств фаз вычисляются концентрации $g_i, i=1, 2, \dots, n-2$, объемные доли фаз в потоке F и $1-F$, а также плотности и вязкости фаз. Вычисляется величина $U(1, \tau) = U(1/\tau) = v_1/v_0$. В выражении (2.9) неизвестна только насыщенность в выходном сечении образца. Подставляя в (2.6) выражения (2.7) - (2.9), получим формулу для вычисления $s(1, \tau)$:

$$s(1, \tau) = \frac{\tau q(\tau)}{\rho_i - \rho_g} + \left[\rho_{i0} s_0 + \rho_{g0} (1-s_0) - \int_0^\tau q(\eta) d\eta \right] (\rho_i - \rho_g)^{-1} - \rho_g \quad (2.10)$$

Сопоставляя значения насыщенности, полученные из (2.10), со зна-

чениями объемной доли жидкой фазы в потоке, соответствующими тем же моментам времени, получим зависимость $F=F(s, g_1, \dots, g_{n-2})$.

Если на выходе из образца фильтрующийся флюид удается разделить на две фазы при рабочих давлении и температуре, то плотности и вязкости фаз, а также долю жидкой фазы в потоке измеряют непосредственно.

При неподвижности одной из фаз в выходном сечении (например, жидкой, $F=0$) имеем $U_i^m=g_i$. Тогда по программе расчета двухфазного равновесия определяется плотность жидкой фазы, равновесной с газовой фазой в выходном сечении. Насыщенность жидкой фазы при $X=1$ также находится из формулы (2.10).

Перейдем к определению относительных фазовых проницаемостей по данным вытеснения.

Получим выражение для перепада давления на образце, исходя из (2.2) с учетом автомодельности решения задачи (2.1), (2.4)

$$\Delta p(t) = \int_0^1 -\frac{\partial p}{\partial X} dX = \int_0^1 \frac{Uv_0(t)L dX}{k(f_l/\mu_l + f_g/\mu_g)} = \frac{v_0(t)L\tau}{k} \int_0^{1/\tau} \frac{U(\xi)d\xi}{(f_l/\mu_l + f_g/\mu_g)} \quad (2.11)$$

Выразим из (2.11) интеграл и продифференцируем его по верхнему пределу $\xi=1/\tau$

$$\left[U \left(\frac{f_l}{\mu_l} + \frac{f_g}{\mu_g} \right)^{-1} \right] (1/\tau) = \frac{d}{d\xi} \Big|_{\xi=1/\tau} \left(\frac{k\xi \Delta p(\xi)}{v_0(\xi)L} \right) \quad (2.12)$$

Здесь величины, зависящие от времени, в силу монотонности зависимости $\tau(t)$ выражены через $\xi=1/\tau$.

Из (2.12) получаем выражение для суммы подвижностей фаз

$$\left(\frac{f_l}{\mu_l} + \frac{f_g}{\mu_g} \right)^{-1} (1, \tau) = \frac{k}{L} \frac{v_0(t)}{v_1(t)} \frac{d}{d\xi} \Big|_{\xi=1/\tau} \left(\frac{\xi \Delta p(\xi)}{v_0(\xi)} \right) \quad (2.13)$$

Из вида функции Баклея — Леверетта следуют формулы для определения относительных фазовых проницаемостей:

$$f_l(s, g_1, \dots, g_{n-2}) = \mu_l F \left(\frac{f_l}{\mu_l} + \frac{f_g}{\mu_g} \right) \quad (2.14)$$

$$f_g(s, g_1, \dots, g_{n-2}) = \mu_g (1-F) \left(\frac{f_l}{\mu_l} + \frac{f_g}{\mu_g} \right) \quad (2.15)$$

Определяя насыщенность s по формуле (2.10), сумму подвижностей фаз — по формуле (2.13), объемные доли и вязкости фаз — по программе расчета парожидкостного равновесия и физических свойств фаз, находим из (2.14), (2.15) значения f_l и f_g . Приводя в соответствие полученные значения f_l и f_g с величинами s, g_1, \dots, g_{n-2} так, чтобы они отвечали одинаковым объемам закачки τ , получим искомые зависимости фазовых проницаемостей от насыщенности и компонентного состава фаз.

При неподвижности жидкой фазы в выходном сечении $f_l=0$. Значение фазовой проницаемости f_g определяется непосредственно из формулы (2.15), поскольку сумма подвижностей фаз равна f_g/μ_g .

Разработанный выше метод позволяет определить относительные фазовые проницаемости только для тех значений насыщенности и концентраций компонентов, которые достигаются при автомодельном течении, реализуемом в условиях данного эксперимента. Для определения зависимостей фазовых проницаемостей от $n-1$ переменной (1.2) необходимо проводить серию экспериментов таким образом, чтобы автомодельные

пути $s(\xi)$, $g_i(\xi)$, $i=1, 2, \dots, n-2$, достаточно плотно покрывали двухфазную область пространства C_i^m , $i=1, 2, \dots, n-1$.

3. Идентификация условий равновесия двухфазной многокомпонентной системы в пористой среде. Используем измеряемый в ходе вытеснения массовый расход i -го компонента $U_i^m(t)q(t)$ для уточнения условий фазового равновесия конкретных смесей, получающихся в ходе вытеснения, в пористой среде. Проинтегрируем каждое уравнение (2.4) по области D плоскости (X, τ) , ограниченной контуром Γ . После вычисления интегралов от формы массового потока по сторонам треугольника Γ аналогично (2.7)–(2.9) получим

$$\int_0^\tau \{[\rho_l F l_i + \rho_g (1-F) g_i] U\} (1, \eta) d\eta - [\rho_{l0} s_0 l_{i0} + \rho_{g0} (1-s_0) g_{i0}] = \\ = \tau \{[\rho_l F l_i + \rho_g (1-F) g_i] U\} (1, \tau) - [\rho_l s l_i + \rho_g (1-s) g_i] (1, \tau) \quad (3.1)$$

Первое слагаемое в левой части равно массе i -го компонента, вытесненного к моменту τ ; оно измеряется в ходе эксперимента. Второе слагаемое равно массе i -го компонента в пористой среде до начала вытеснения; оно известно. Первое слагаемое в правой части равно произведению объема закачанного флюида τ на массовый расход i -го компонента в момент τ в выходном сечении; оно также определяется в ходе вытеснения. Исходя из этого, в каждый момент времени определяется второе слагаемое в правой части.

Складывая значения этих слагаемых, вычисленных из (3.1), по $i=1, 2, \dots, n$ найдем плотность смеси в пористой среде в выходном сечении

$$\rho = \rho_l s + \rho_g (1-s) \quad (3.2)$$

Затем из (1.1) находятся массовые концентрации компонентов этой смеси

$$C_i^m = [\rho_l s l_i + \rho_g (1-s) g_i] / [\rho_l s + \rho_g (1-s)], \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

В результате для смеси состава $\{C_i^m\}_1^n$ известны плотность, а также состав смеси $\{U_i^m\}_1^n$, отличающийся от состава $\{C_i^m\}_1^n$ только объемным содержанием фаз. Фазовые концентрации у этих смесей одинаковы.

Это дает возможность уточнить условия двухфазного равновесия для смесей в пористой среде, получающихся в ходе вытеснения при конкретных составах вытесняемого и вытесняющего флюидов. Важность решения такой задачи определяется следующим: при расчетах парожидкостного равновесия конкретных смесей общие модели как правило адаптируют к этим смесям путем подбора определяющих констант модели таким образом, чтобы вычисленные значения физических свойств конкретных смесей были максимально приближены к результатам их измерения. Изложенные выше соображения позволяют это сделать по данным вытеснения.

Кроме того, в условиях тонкопорового коллектора капиллярные силы межфазного взаимодействия жидкость – газ – твердая порода могут оказывать существенное влияние на условия фазового равновесия. Использование данных вытеснения для уточнения условий фазового равновесия автоматически учитывает влияние пористой среды.

Для идентификации условий термодинамического равновесия двухфазной многокомпонентной системы в пористой среде путем уточнения определяющих констант модели фазового равновесия из n зависимых соотношений (1.1) и (1.2) рассмотрим $n-1$ независимое при $i=1, 2, \dots, n-1$. Выразим из соотношения (1.1), $i=n-1$, насыщенность s и подставим полученное выражение в соотношения (1.1), $i=1, 2, \dots, n-2$. Аналогично исключаем долю жидкой фазы в потоке F из $n-1$ соотношения (1.2). В результате в каждый момент времени вытеснения τ имеем $2n-4$ неза-

висящих соотношения на фазовые концентрации l_i и g_i . Кроме того, фазовые концентрации связаны n соотношениями равенства химических потенциалов каждого компонента в двух фазах. Еще одно независимое соотношение между фазовыми концентрациями получается подстановкой насыщенности s , выраженной из уравнения (1.1), $i=n-1$, в (3.2).

Таким образом, в каждый момент τ по данным вытеснения определяются $3n-3$ независимых соотношения на $2n-2$ неизвестных l_i и g_i , $i=1, 2, \dots, n-1$. Это позволяет в каждый момент времени определять $n-1$ определяющую константу модели фазового равновесия.

Если парожидкостное равновесие рассчитывается по уравнениям состояния Пенга — Робинсона или Соаве — Редлиха — Квонга [11], то на основе данных вытеснения можно уточнять значения коэффициентов парного взаимодействия.

При расчете парожидкостного равновесия по давлению схождения [11, 12] константы равновесия рассчитываются по корреляционным выражениям, аппроксимирующим экспериментальные данные. Принимая тот же вид зависимостей констант равновесия от значений давления схождения, рабочих температуры и давления, можно на основе данных вытеснения уточнять значения коэффициентов в корреляционных выражениях.

Исключение неизвестных s и F из соотношений (1.1), (1.2) и определение состава и плотности смеси, насыщающей пористую среду в выходном сечении, позволяют отделить задачу идентификации модели фазового равновесия от задач определения функции распределения потоков и относительных фазовых проницаемостей. При обработке результатов лабораторных экспериментов вначале производится идентификация модели фазового равновесия. Затем при определении насыщенности смеси в выходном сечении по формуле (2.10) плотности фаз вычисляются по уточненной модели.

4. Трехкомпонентное вытеснение с сохраняющимся потоком. Проиллюстрируем изложенные выше методы определения функции распределения потоков и уточнения условий фазового равновесия по данным вытеснения на примере двухфазной трехкомпонентной фильтрации с сохраняющимся потоком [2-4].

При выполнении закона Амага (аддитивности парциальных объемов компонентов при смешивании) уравнение состояния смеси имеет вид

$$\rho = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{C_i^m}{\rho_i} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

Здесь $\rho_i = \text{const}$ — индивидуальные плотности компонентов.

Это дает возможность так ввести объемные концентрации, чтобы их суммы по всем компонентам стали равными единице

$$C_i = \rho C_i^m / \rho_i, \quad c_{il} = \rho l_i / \rho_i, \quad c_{ig} = \rho g_i / \rho_i, \quad i=1, 2, 3 \quad (4.2)$$

На фигуре, б треугольная диаграмма Гиббса — Розебома, изображающая фазовое равновесие трехкомпонентной системы [15], перестроена в прямоугольных координатах (C_3, C_2) для объемных концентраций. Под бинадалью находится область двухфазного состояния смеси, над бинадалью — однофазного. Точки на фазовой диаграмме, отвечающие компонентным составам двухфазной смеси (C_3, C_2), жидкой фазы (c_{3l}, c_{2l}) и газовой фазы (c_{3g}, c_{2g}) лежат на одной прямой, называемой нодой. Фазовые концентрации вдоль ноды постоянны. Точки, лежащие на одной ноде, в силу (1.1) различаются только объемным содержанием фаз. Эти насыщенности определяются по «правилу рычага». На правой ветви бинадали расположены точки, соответствующие равновесному составу жидкой фазы, на левой ветви — газовой фазы. Вид треугольной диаграммы на фигуре, б соответствует тройной системе метан — гексан — декан, моделирующей пластовую смесь при вытеснении нефти углеводородным растворителем [1].

После подстановки соотношений (4.2) в систему (2.1) при $n=3$ получается следующая гиперболическая система двух квазилинейных уравнений на неизвестные C_3 и $c=c_{2g}$:

$$-\frac{\partial C_3}{\partial \tau} + \frac{\partial U_3(C_3, c)}{\partial X} = 0 \quad (4.3)$$

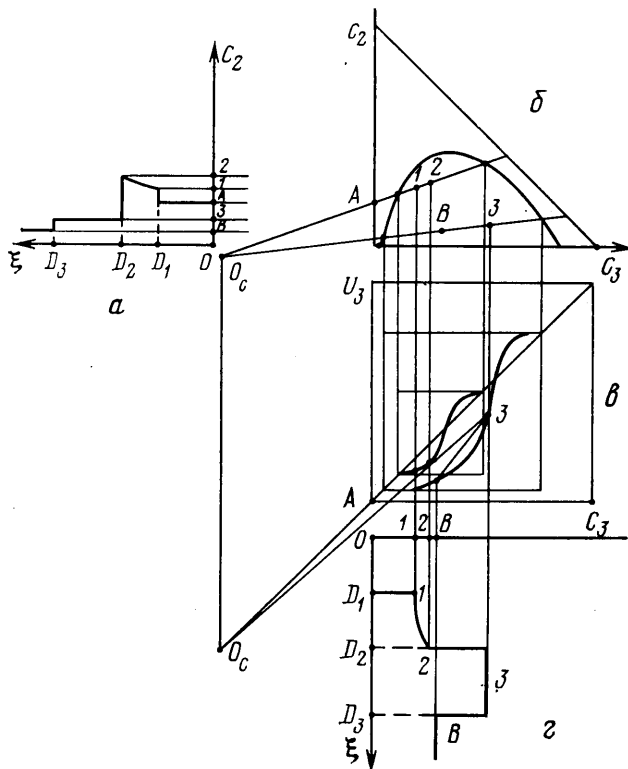
$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\alpha(c)C_3 + \beta(c)] + \frac{\partial}{\partial X} [\alpha(c)U_3 + \beta(c)] = 0 \quad (4.4)$$

$$U_3 = c_{1l}F + c_{1g}(1-F)$$

$$\alpha(c) = (c_{2l} - c_{3l})(c_{3l} - c_{3g})^{-1}, \quad \beta(c) = c_{2l} - \alpha(c)c_{3l} \quad (4.5)$$

На фигуре, *в* приведены графики зависимостей $U_3 = U_3(C_3, c)$ при $c = c_0$ и $c = c^\circ$, соответствующие вытесняемой и закачиваемой смесям. Величина α равна тангенсу угла наклона ноды, соответствующей значению c , β — ордината точки пересечения этой ноды с осью C_2 .

Автомодельному решению задачи вытеснения на треугольной фазовой диаграмме соответствует путь $[C_3(\xi), C_2(\xi)]$ (фигура, *б*), а на фазовой плоскости системы (4.3), (4.4) — путь $[C_3(\xi), U_3(\xi)]$ (фигура, *в*). Путь соединяет точку *A*, соответ-



ствующую условию (2.4) на входе в образец $\xi = 0$, и точку *B*, соответствующую начальному условию (2.3) $\xi \rightarrow \infty$.

Если на плоскости (β, α) отрезок, соединяющий точки c° и c_0 , лежит не выше участка изотермы распределения $\alpha = \alpha(\beta)$, параметрически задаваемой уравнением (4.5), то этот путь состоит из скачка $A \rightarrow 1$, участка центрированной волны $1 \rightarrow 2$, скачков $2 \rightarrow 3$ и $3 \rightarrow B$. На фигуре, *з* и *а* построены графики автомодельного решения задачи вытеснения $C_3(\xi)$ и $C_2(\xi)$.

Таким образом, для построения решения задачи двухфазного трехкомпонентного вытеснения в рамках модели (4.3), (4.4) необходимо знать функцию $U_3 = U_3(C_3, c)$ и зависимости $\alpha(c)$ и $\beta(c)$. По данным вытеснения удается найти функцию $U_3 = U_3(C_3, c)$ и изотерму распределения $\alpha(\beta)$.

Вначале определим индивидуальные плотности компонентов ρ_i . По формулам (3.1), (3.2) определим плотность смеси $\rho(C_i^m)$ и ее компонентный состав $\{C_i^m\}_1^3$ в три момента времени, когда эти составы различаются. Подставляя эти значения в (4.1) для трех моментов времени, получим систему трех линейных уравнений на величины $1/\rho_i$, $i = 1, 2, 3$. Решая ее, найдем значения индивидуальных плотностей ρ_i .

Теперь построим изотерму распределения $\alpha = \alpha(\beta)$. Вычислим в соответствии с (4.2) объемные концентрации смеси в пористой среде в выходном сечении C_i и в выходящем потоке U_i . Отметим на треугольной фазовой диаграмме пары точек (C_3, C_2) и (U_3, U_2) , соответствующие одинаковым моментам времени τ . Поскольку эти смеси различаются только объемным содержанием фаз, они лежат на одной ноды. Проводя ноды через эти пары точек, покроем нодами ту часть области двух-

фазного состояния, которая реализуется в условиях данного эксперимента при вытеснении.

Совпадение точек (C_3, C_2) и (U_3, U_2) говорит о том, что через выходное сечение фильтруется однофазный поток.

Изотерма распределения $\alpha = \alpha(\beta)$ строится в соответствии с проведенными нодами

$$\alpha = (U_2 - C_2)(U_3 - C_3)^{-1}, \quad \beta = C_2 - \alpha C_3$$

Теперь найдем зависимость $U_3(C_3, c)$. Интегрируем уравнение (4.3) по области D плоскости (X, τ) . После вычисления интегралов от формы объемного потока третьего компонента по сторонам контура Γ получим формулу для определения объемной концентрации третьего компонента в выходном сечении образца $C_3(1, \tau) = C_3(1/\tau)$:

$$C_3\left(\frac{1}{\tau}\right) = C_{3B} - \int_0^{\tau} U_3(1, \eta) d\eta + \tau U_3\left(\frac{1}{\tau}\right) \quad (4.6)$$

Объемная концентрация U_3 известна по данным хроматографического анализа смеси, поступающей из выходного сечения образца. Для определения фазовой концентрации c отметим на фазовой диаграмме (C_3, C_2) точку с координатами $[U_3(1, \tau), U_2(1, \tau)]$. Проведем через нее ноду. По точке пересечения ноды с газовой ветвью бинодали находим величину c .

Сопоставляя величины U_3, C_3 и c , соответствующие одинаковым временам τ , строим зависимость $U_3 = U_3(C_3, c)$.

Для определения относительных фазовых проницаемостей f_l и f_g для смесей (U_3, U_2) и (C_3, C_2) в момент τ в выходном сечении $X=1$ по правилу рычага (формула (1.1)) определяем долю жидкой фазы в потоке F и насыщенность s . При определении суммы подвижностей фаз в формуле (2.13) в силу сохранения суммарного потока $v_0(t) = v_1(t)$.

Сопоставляя полученные для одного и того же момента времени значения s, F, c и суммы подвижностей фаз, получим из (2.14), (2.15) искомые зависимости для фазовых проницаемостей $f_l(s, c)$ и $f_g(s, c)$.

На основе данных о рассматриваемом автомоделном течении можно определить величины U_3, f_l, f_g, α и β только для тех значений независимых переменных, для которых соответствующие точки на фазовой диаграмме принадлежат автомоделному пути. Рассматриваемое течение позволяет определить искомые величины вдоль участка 1-2 ($s_1 < s < s_2, c = c^\circ$) и в точках 3 ($s = s_3, c = c_0$) и B ($s = s_0, c = c_0$).

Если на плоскости (β, α) отрезок, соединяющий точки c° и c_0 , не лежит ниже кривой $\alpha(\beta)$, то в решении задачи вытеснения переход с $c = c^\circ$ на $c = c_0$ достигается последовательностью центрированных волн и скачков [2-4, 14]. Поэтому на основе эксперимента по вытеснению в этом случае удается определить искомые зависимости не только для $c = c^\circ$ и $c = c_0$, но и для промежуточных значений фазовой концентрации. Если изотерма распределения $\alpha(\beta)$ выпукла, то изменение c в решении задачи вытеснения происходит непрерывно от $c = c^\circ$ до $c = c_0$. Это дает возможность определить искомые величины во всем диапазоне $c \in [c_0, c^\circ]$.

Наибольший диапазон насыщенности вдоль ноды реализуется в течении при взаимном вытеснении равновесных смесей. При этом, если вытеснять смесь такого состава, что в соответствующей точке (C_3, U_3) баклеевская кривая $c = \text{const}$ имеет точку перегиба, равновесной с ней газовой фазой, то из эксперимента определяются фазовые проницаемости в диапазоне насыщенности от минимальной (предела гидродинамической подвижности жидкой фазы) до вытесняемой. Если эту смесь вытеснять равновесной с ней жидкой фазой, то определяются фазовые проницаемости для насыщенностей от вытесняемой до предельной (предела гидродинамической подвижности газовой фазы).

5. Область применения метода. Предложенный метод восстановления функций распределения потоков, относительных фазовых проницаемостей и уточнения условий фазового равновесия имеет область применения, оговоренную выше при перечислении допущений модели (2.1), (2.2) в разд. 1.

Условия крупномасштабности процесса вытеснения требуют применения достаточно длинного образца, при вытеснении из которого локальные эффекты много меньше конвективных. При постановке эксперимента, однако, можно найти такую скорость вытеснения v_0 , чтобы условия крупномасштабного приближения выполнялись при минимальной длине образца. Для этого на плоскости (L, v_0) отмечаются области, в которых малы безразмерные комплексы, характеризующие локальные эффекты. При увеличении скорости вытеснения v_0 подавляются диффузионные и капиллярные эффекты, однако возрастает неравновесность. Условием принадлеж-

ности к допустимой области является малость по сравнению с длиной образца L толщины каждого скачка, которая находится из решения задачи о его структуре. В пересечении этих областей находится точка с минимальной абсциссой. Для условий вытеснения легкой нефти углеводородным растворителем минимальная длина образца $L=12$ м. При этом скорость вытеснения $v_0=0,68 \cdot 10^{-5}$ м/с.

В расчетную формулу (2.13) входят производные измеряемых величин. Поскольку задача численного дифференцирования является некорректной, вычисление производных предполагается выполнять методом регуляризации либо путем решения соответствующего интегрального уравнения [9, 16].

При отсутствии метода расчета фазового равновесия смеси по ее составу полученные по данным эксперимента в каждый момент процесса вытеснения плотность ρ и компонентный состав $\{C_i^m\}_1^n$ смеси, насыщающей пористую среду в выходном сечении и компонентный состав выходящего потока $\{U_i^m\}_1^n$ необходимо использовать для уточнения коэффициентов в эмпирических формулах и корреляционных выражениях, связывающих плотности, давления и компонентные составы фаз [12].

Вместе с тем список рассмотренных выше процессов вытеснения может быть продолжен. При трехкомпонентном вытеснении с несохраняющимся потоком [13] формулы (3.1), (3.3) позволяют провести семейственный анализ на треугольной фазовой диаграмме, построенной для массовых концентраций. Можно учесть влияние сорбированной или выпавшей фазы на материальные функции моделей вытеснения.

В трехфазном многокомпонентном случае при постоянных давлении и температуре число степеней свободы равно $n-3$ [15]. В качестве независимых фазовых концентраций выбирают $n-3$ концентрации в одной из фаз. Фазовые проницаемости зависят не только от насыщенностей фаз, но и от этих концентраций. Процесс трехфазного многокомпонентного вытеснения в крупномасштабном приближении описывается системой уравнений неразрывности для каждого компонента. Интегрируя эти уравнения по области D плоскости (X, τ) , получим n соотношений, аналогичных (3.1). Из них аналогично (3.2), (3.3) находят плотность ρ и компонентный состав $\{C_i^m\}_1^n$ смеси в выходном сечении. Измеряется компонентный состав выходящего потока $\{U_i^m\}_1^n$. На основе этих данных проводится идентификация модели трехфазного равновесия. В каждый момент времени вытеснения τ выполняется $2n$ соотношений равенства химических потенциалов каждого компонента в трех фазах. После исключения насыщенностей двух фаз из $n-1$ независимого соотношения типа (1.1) получаем $n-3$ уравнения на фазовые концентрации. После исключения долей двух фаз в потоке из $n-1$ независимых соотношений типа (1.2) получаем $n-3$ уравнения. Еще одно независимое соотношение на фазовые концентрации получается подстановкой насыщенностей в выражение для плотности смеси в выходящем сечении. В результате в каждый момент времени получаем $4n-5$ соотношений на $3n-3$ независимые фазовые концентрации. Это дает возможность определить $n-2$ определяющие константы модели фазового равновесия.

После идентификации модели трехфазного равновесия по компонентному составу выходящей смеси $\{U_i^m\}_1^n$ рассчитываются объемные доли фаз. Из системы двух линейных уравнений типа (1.1), $i=n-2, n-3$, определяются две насыщенности фаз. Исходя из этого, строится функция распределения потоков фаз. Затем определяются фазовые проницаемости аналогично (2.13)–(2.15).

При добавлении к системе уравнений неразрывности (2.1) уравнения сохранения энергии и задании температуры на входе в образец (2.4) задача вытеснения допускает автомодельное решение. В ходе эксперимента измеряется температура выходящей смеси $T(1, t)$. Вычисления по формулам (2.13)–(2.15) позволяют учесть зависимости фазовых проницае-

мостей и функции распределения потоков от температуры. Интегрирование формы потока тепла по контуру Γ приведет к соотношению типа (4.1), что позволит учесть зависимость парожидкостного равновесия от температуры.

В таком виде метод применим к процессу вытеснения нефти паром, к процессам неизотермического вытеснения в условиях теплоизолированности образца в ходе эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И. и др. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М.: Недра, 1968. 192 с.
2. Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е. Нелинейные волны в процессах двухфазной трехкомпонентной фильтрации // Докл. АН СССР. 1982. Т. 264. № 1. С. 60–65.
3. Зазовский А. Ф. О вытеснении нефти растворителями и солубилизирующими растворами ПАВ: Препринт № 195. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1982. 65 с.
4. Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е. Распространение волн концентраций компонентов при вытеснении нефти спиртовым раствором // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1983. № 8. Вып. 2. С. 61–66.
5. Эфрос Д. А. Определение относительных проницаемостей и функции распределения при вытеснении нефти водой // Докл. АН СССР. 1956. Т. 110. № 5. С. 746–749.
6. Welge H. J. A simplified method for computing oil recovery by gas or water drive // Trans. AIME. 1952. V. 195. P. 91–98.
7. Johnson E. F., Bossler D. P., Naumann V. O. Calculation of relative permeability from displacement experiments // Trans. AIME. 1959. V. 216. P. 370–372.
8. Вирновский Г. А. Об определении относительных проницаемостей при трехфазном течении в пористой среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 187–189.
9. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. 2-е изд. М.: Наука, 1979. 288 с.
10. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (Матем. модели методов повышения нефтеотдачи пластов): Препринт № 161. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1980. 64 с.
11. Гуревич Г. Р., Брусиловский А. И. Справочное пособие по расчету фазового состояния и свойств газоконденсатных смесей. М.: Недра, 1984. 264 с.
12. Степанова Г. С. Фазовые превращения в месторождениях нефти и газа. М.: Недра, 1983. 192 с.
13. Зазовский А. Ф. Двухфазная трехкомпонентная фильтрация с переменным суммарным потоком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 113–120.
14. Бедриковецкий П. Г. Двухфазная трехкомпонентная фильтрация при вытеснении нефти раствором активной примеси // ПМТФ. 1983. № 5. 121–130.
15. Карапетьянц М. Х. Химическая термодинамика. М.: Химия, 1975. 584 с.
16. Гласко В. Б. Обратные задачи математической физики. М.: Изд-во МГУ. 1984. 112 с.

Москва

Поступила в редакцию
24.X.1986