

УДК 532.529:534.2.532

ЭФФЕКТЫ РАСТВОРИМОСТИ ГАЗА В ЖИДКОСТИ
ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ
В ПУЗЫРЬКОВЫХ СМЕСЯХ

ХАБЕЕВ Н. С., ШАГАПОВ В. Ш.

Для описания распространения акустических возмущений в жидкости с пузырьками растворимого газа с учетом нестационарного межфазного теплообмена используется односкоростная с двумя давлениями модель пузырьковой среды, учитывающая радиальную инерцию жидкости при изменении объема среды и распределения температур и концентрации в ней [1]. При этом несущая жидкая фаза полагается сжимаемой, а изменение объема пузырьков и распределения концентрации и температур вокруг и внутри пузырьков, процессы диффузии и теплопроводности описываются в рамках сферически-симметричной схемы с использованием уравнения радиальных пульсаций пузырька. Исследование микрополей физических параметров служит для замыкания системы уравнений для усредненных характеристик.

Распространение малых возмущений в парогазожидкостных средах без учета растворимости газа в жидкости рассматривалось в целом ряде работ, обсуждение которых имеется в обзоре [2]. Из последних публикаций по этой тематике, не отмеченных в [2], отметим [3, 4].

В данной работе проведен анализ влияния растворимости газа в жидкости на особенности колебаний пузырьков в акустическом поле, на распространение и затухание возмущений в пузырьковых смесях, а также на устойчивость таких сред.

Рассмотрим распространение малых возмущений в жидкости с пузырьками при следующих основных допущениях [1]: смесь локально монодисперсная, т. е. в каждом элементарном объеме все пузырьки сферические одного радиуса a ; вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсациях пузырьков; эффекты поступательного движения пузырьков относительно жидкости незначительны; длина волны много больше расстояний между пузырьками, которые в свою очередь гораздо больше размеров пузырьков (т. е. объемные содержания газовой фазы достаточно малы $\alpha_2 \ll 0,1$); отсутствуют процессы зарождения, дробления и коагуляции пузырьков.

Для рассматриваемой смеси в рамках представлений сплошной среды запишем в линейном приближении дифференциальные уравнения изменения масс фаз, сохранения числа пузырьков и импульса всей смеси в одномерном плоском движении [1]

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_{10} \frac{\partial v}{\partial x} = -I, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \rho_{20} \frac{\partial v}{\partial x} = I \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0$$

$$I = 4\pi a_0^2 n_0 j, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \alpha_2 = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

Индекс $i=1,2$ относится соответственно к параметрам жидкости и газа; $\rho_i, \rho_i^0, p, v, n, a$ — соответственно возмущения средней по смеси и средней по фазе плотности, давления, скорости, числа пузырьков в единице объ-

ема смеси и радиуса пузырьков, I и j — интенсивности растворения газа в жидкости, отнесенные к единице объема смеси и к единице площади поверхности раздела фаз. Параметры, соответствующие невозмущенному состоянию, снабжены дополнительно индексом ноль внизу.

В общем случае процессы межфазного теплопереноса в пузырьковой среде определяются распределением микропараметров (температуры и концентрации) внутри и вокруг пузырьков. Если влияние обтекания пузырька мало, что часто реализуется в пузырьковых средах, то правомочной становится сферически-симметричная схема описания микропроцессов.

Введем в каждой макроскопической точке среды x сферическую ячейку с «пробным» пузырьком в центре нее и приходящейся на него жидкостью. Размер ячейки зависит от объемного газосодержания и равен $a\alpha_2^{-1/3}$. Центры «пробного» пузырька и ячейки совпадают и движутся с макроскопической скоростью газовой фазы в этой точке $v(t, x)$. Микропараметры (отмеченные штрихом вверху) внутри и вокруг «пробного» пузырька будем считать зависящими от времени t , положения центра «пробного» пузырька или ячейки x и расстояния r микрочастицы до центра (в системе координат, движущейся вместе с пузырьком со скоростью $v(t, x)$, микропараметры внутри пузырька зависят только от времени и расстояния от центра пузырька). Распределение микропараметров внутри и вокруг «пробного» пузырька описывается уравнениями соответствующих микропроцессов. При этом граничные условия на поверхности «пробного» пузырька и определяют интенсивность межфазного теплопереноса в среде. Исследование микрополей физических параметров вблизи пузырьков служит тем самым для замыкания системы уравнений для усредненных характеристик. Система уравнений, описывающих распределения микропараметров внутри и вокруг гомобаричного «пробного» пузырька, может быть записана в виде

$$\rho_{10}c_1 \frac{\partial T_1'}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1 r^2 \frac{\partial T_1'}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial g'}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(D r^2 \frac{\partial g'}{\partial r} \right) \quad (r > a_0)$$

$$\rho_{20}c_{2p} \frac{\partial T_2'}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2 r^2 \frac{\partial T_2'}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_2}{\partial t} \quad (r < a_0)$$

где r — микрокоордината, в качестве которой взято расстояние, отсчитываемое от центра пузырька; T_i' ($i=1, 2$) — температура; g' — массовая концентрация растворенного газа в жидкости; λ_i ($i=1, 2$) — коэффициент теплопроводности фаз; D — коэффициент диффузии; c_1, c_{2p}, c_{2v} — соответственно удельные теплоемкости жидкости, газа при постоянном давлении и объеме. Здесь штрихами наверху снабжены микропараметры (т. е. параметры, кроме прочего зависящие еще от r).

Заметим, что в данной работе задача о распространении возмущений рассмотрена в рамках линейного приближения. Поэтому стефановские потоки (конвективные слагаемые в уравнениях теплопроводности и диффузии (2)), представляющие собой величины второго порядка малости, при линеаризации отброшены.

Уравнения состояния фаз и для пульсационного движения примем в виде

$$p_1 = p_{10} + C_1^2 (\rho_1^\circ - \rho_{10}^\circ), \quad p_2 = \rho_2^\circ R T_2' \quad (3)$$

$$a_0 \frac{\partial w_1}{\partial t} + 4 \frac{v_1 w_1}{a_0} = \frac{p_2 - p_1 - 2\sigma/a}{\rho_{10}^\circ} \quad (4)$$

где C_1 — скорость звука в жидкости, R — газовая постоянная; w_i ($i=1, 2$) — массовые скорости фаз на межфазной поверхности; σ — коэффициент поверхностного натяжения; v_1 — кинематический коэффициент вязкости жидкости.

В центре пузырька и на поверхности раздела фаз примем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned}
 r=0: \quad & \frac{\partial T_2'}{\partial r} = 0 \\
 r=a_0: \quad & T_1' = T_2', \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1'}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2'}{\partial r} \\
 & \left(w_2 - \frac{\partial a}{\partial t} \right) \rho_{20} = -\rho_{10} D \frac{\partial g'}{\partial r} = j \\
 & w_1 = \frac{\partial a}{\partial t}, \quad g' = h p_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

Последнее условие означает, что на поверхности раздела фаз для концентрации насыщения выполняется закон Генри [5]. Чтобы замкнуть систему граничных условий для уравнений теплопроводности и диффузии, необходимо задать еще по одному условию для T_1' и g' . В тех случаях, когда температурные и концентрационные перепады в жидкости вблизи межфазной границы реализуются на расстояниях значительно меньших, чем средние расстояния между пузырьками, можно положить

$$T_1' = T_0, \quad g' = g_0 \quad (r = \infty) \tag{6}$$

Возможны ситуации, когда длины температурных и концентрационных волн, инициируемых радиальными движениями пузырьков, могут быть сравнимы с межпузырьковыми длинами. Тогда положим, что нет перетоков тепла и газа между массами жидкостей, приходящимися на соседние включения (все пузырьки для фиксированной макрочастицы равноправные). Эти условия в рамках сферической симметрии можно записать

$$\begin{aligned}
 r=a_*: \quad & \frac{\partial T_1'}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial g'}{\partial r} = 0 \\
 & a_* = a_0 \alpha_{20}^{-1/3}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь за a_* принят радиус сферической ячейки [1]. Решение приведенной системы ищем в виде бегущей затухающей волны

$$\begin{aligned}
 \Delta a, p, v, w, n & \sim \exp[i(Kx - \omega t)] \\
 \Delta T' & = T(r) \exp[i(Kx - \omega t)] \\
 \Delta g' & = g(r) \exp[i(Kx - \omega t)]
 \end{aligned}$$

где ω — частота возмущений, K — волновой вектор. Из условия существования решения такого вида имеем дисперсионное уравнение

$$\frac{K^2}{\omega^2} = \rho_0 \left(\frac{\alpha_{10}}{\rho_{10} C_1^2} + \frac{3\alpha_{20}}{\psi} \right) \tag{8}$$

$$\psi = \frac{3\gamma p_{20}}{\Pi} - \rho_{10} \omega^2 a_0^2 - 4i\rho_{10} v_1 \omega - \frac{2\sigma}{a_0}$$

$$\Pi = 1 + \frac{3(\gamma-1)\Pi_2}{Z_2^2[1+\Pi_2/\lambda_*(1+Z_1\Pi_1)]} + \frac{3\gamma\chi(1+Z_3\Pi_3)}{Z_3^2}$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{i\omega}{\omega_i}} \quad (i=1, 2, 3), \quad \omega_i = \frac{\kappa_i}{a_0^2} \quad (i=1, 2)$$

$$\omega_3 = \frac{D}{a_0^2}, \quad \kappa_1 = \frac{\lambda_1}{\rho_1^{\circ} c_1}, \quad \kappa_2 = \frac{\lambda_2}{\rho_{20}^{\circ} c_{2p}}$$

$$p_{20} = p_{10} + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad \lambda_* = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad \gamma = \frac{c_{2p}}{c_{2v}}$$

$$\chi = \frac{h p_{20} \rho_{10}^{\circ}}{\rho_{20}^{\circ}}, \quad \Pi_2 = \sqrt{Z_2} \operatorname{cth} \sqrt{Z_2} - 1$$

Если использовать граничные условия (6), то для распределения концентраций имеем

$$g = h \frac{\exp[Z(1-\xi)]}{\xi} p_2 \quad \left(\xi = \frac{r}{a_0} \right) \quad (9)$$

В соотношениях (8) следует положить при этом $\Pi_1 = \Pi_3 = 1$. При граничных условиях (7) выражения для распределения концентрации и амплитуды возмущений для остальных параметров имеют вид

$$g = h p_2 \frac{(AZ+1)e^{Z(\xi-A)} + (AZ-1)e^{-Z(\xi-A)}}{\xi [(AZ+1)e^{Z(1-A)} + (AZ-1)e^{-Z(1-A)}]} \quad (10)$$

$$\Pi_i = \frac{AZ_i \operatorname{th} Z_i(A-1) - 1}{AZ_i - \operatorname{th} Z_i(A-1)} \quad (11)$$

$$A = \alpha_{20}^{-1/2} \quad (i=1, 3)$$

Выражение для параметра χ можно привести к виду $\chi = \rho_1^{\circ} / \rho_2^{\circ}$, где ρ_1° — равновесная плотность растворенного газа в жидкости при значении плотности газа ρ_2° внутри пузырька.

Для многих веществ обычно $D \ll \kappa_1 \ll \kappa_2$. Для воды с пузырьками углекислого газа, например, [6] $D = 1,5 \cdot 10^{-9}$ м²/с, $\kappa_1 = 1,4 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $\kappa_2 = 10^{-5}$ м²/с. В тех случаях, когда необходимо учитывать массообменные процессы, можно полагать условие температурной равновесности ($T_1' = T_2' = T_0$). Поэтому выражение для функции Π , ответственной в дисперсионном выражении (8) за тепломассообменные процессы, можно упростить

$$\Pi = \gamma [1 + 3\chi(1 + Z\Pi_3)/Z^2] \quad (Z = Z_3) \quad (12)$$

В дальнейшем ограничимся только этим случаем.

На основании полученных выражений (11) и (12) можно анализировать малые колебания одиночного пузырька. Будем использовать соотношения, полученные при граничных условиях (6) ($\Pi_3 = 1$). Тогда корни уравнения

$$\Psi(\omega') = 0 \quad (\omega' = -i\omega) \quad (13)$$

соответствуют собственным колебаниям пузырька ($p_i = 0$). Здесь Ψ — резонансная функция (8). Методами теории функции комплексного переменного [7] можно показать, что уравнение (13) имеет два комплексно-сопряженных корня, соответствующих затухающим колебаниям, и один положительный корень, описывающий рост амплитуды возмущений радиуса по экспоненте. Приближенные выражения для первой пары решений,

которые удовлетворяют условиям $|Z| \gg 1$, χ , имеют вид

$$\operatorname{Im}\{\omega'\} = \omega_0 = \left[\frac{3p_{10}}{\rho_{10} a_0^2} \left(1 + \frac{4\sigma}{3a_0 p_{10}} \right) \right]^{1/2} \quad (14)$$

$$\operatorname{Re}\{\omega'\} = \Delta_v + \Delta_D$$

$$\Delta_v = -\frac{2\nu_1}{a_0^2}, \quad \Delta_D = -\frac{9\chi p_{20}}{2\rho_{10} a_0^2 \omega_0} \sqrt{\frac{\omega_3}{2\omega_0}} \quad (15)$$

При $p_{10} = 0,1$ МПа, $T_0 = 293$ К, $a_0 = 10^{-6}$ м для пузырька углекислого газа в воде, используя для коэффициента диффузии и растворимости данные, приведенные в [6], имеем $\omega_0 = 2,5 \cdot 10^7$ с $^{-1}$, $\Delta_v = -2 \cdot 10^6$ с $^{-1}$, $\Delta_D = -2 \cdot 10^5$ с $^{-1}$. Для кислородного пузырька аналогичная оценка дает $\Delta_v = -6 \cdot 10^3$ с $^{-1}$. Анализ решений (14) и (15), а также приведенный численный пример показывают, что для большинства газов диффузионными процессами в плане определения коэффициента затухания собственных колебаний можно пренебречь. Следовательно, интенсивность угасания свободных колебаний столь мелких пузырьков ($a_0 \sim 1$ мкм) определяется вязкостью, а для более крупных пузырьков — теплообменом.

Из формул (15) видно, что декремент затухания свободных колебаний растворимого в жидкости пузырька прямо пропорционален параметру χ или константе Генри h . Однако при исследовании колебания пузырьков, наполненных хорошо растворимыми в воде газами, такими, как аммиак, хлористый водород, двуокись серы, необходимо учитывать кинетику происходящих при их растворении химических реакций и выделяемое при этом тепло.

Отмеченный положительный корень уравнения (13) найдем при следующих допущениях: $\rho_{10} \sqrt{\omega_0} a_0^2$, $4\rho_{10} \nu_1 \omega' \ll 2\sigma/a_0$. Тогда получим

$$Z^{-1} = \frac{1}{2} [(1+4B)^{1/2} - 1], \quad Z = \sqrt{\frac{\omega'}{\omega_3}}, \quad B = \chi^{-1} \left(\frac{a_0 p_{10}}{2\sigma} + \frac{2}{3} \right) \quad (16)$$

Для указанных выше значений параметров пузырьков углекислого газа и кислорода соответственно имеем $\omega' = 2 \cdot 10^3$ и 50 с $^{-1}$, а при $a_0 = 10^{-5}$ м, $\omega' = 60, 1$ с $^{-1}$. Наличие этого положительного корня означает, что из-за совместного действия поверхностного натяжения и диффузии пузырьки с растворимым газом неустойчивы. Причем темп развития этой неустойчивости (значение ω') зависит от коэффициента диффузии и растворимости и сильно зависит от радиуса пузырьков. С переходом к более мелким пузырькам ω' растет обратно пропорционально четвертой степени радиуса.

В случае вынужденных колебаний радиус пузырька и давление жидкости на низких частотах колеблются в одной фазе аналогично паровым пузырькам [8]. Но существование положительного корня приводит к тому, что вынужденные колебания при частотах $\omega \ll \omega'$ не представляют большого интереса, ибо амплитуда возмущений за период колебаний может многократно возрасти. Коэффициент увеличения амплитуды возмущений может достигать значений $k_1 = \exp(2\pi\omega'/\omega) \gg 500$. Следовательно, вынужденные колебания имеют практический интерес при достаточно высоких частотах $\omega \gg \omega'$. Вместе с тем отметим, что полученные в рамках линейной теории результаты и выводы справедливы лишь для слабых акустических полей. В достаточно сильных полях из-за линейных эффектов происходит направленная диффузия, что в конечном счете приводит к увеличению среднего радиуса пузырьков. Теория таких явлений применительно к явлению акустической кавитации изложена в [9].

Рассмотрим распространение малых возмущений в газожидкостной пузырьковой смеси в предположении, что круговая частота возмущений ω задана. Тогда волновое число $K=k+i\delta$ можно определить из дисперсионного уравнения (8). Причем $C_p=\omega/k$ и δ выражают фазовую скорость распространения и затухания возмущений от плоского поршня, совершающего колебания с частотой ω . Рассмотрим частоты, при которых

$$|Z|(A-1) \ll 1 \quad (17)$$

Физический смысл этого допущения заключается в том, что длины диффузионных волн, инициируемых радиальными движениями пузырьков, больше, чем средние расстояния между пузырьками. При выполнении (17) обычно выполняются также условия: $\rho_{10} \omega^2 a_0^2, 4\rho_{10} \nu_1 \omega \ll 2\sigma/a_0$. Тогда, пренебрегая сжимаемостью жидкости, дисперсионное уравнение можно привести к виду

$$\frac{\omega^2}{K^2} = C^2 \left[\left(1 + \chi \frac{\alpha_{10}}{\alpha_{20}} \left(1 + iM \frac{\omega}{\omega_3} \right) \right)^{-1} - \Sigma \right]$$

$$C^2 = \frac{p_{20}}{\rho_{10} \alpha_{10} \alpha_{20}}, \quad \Sigma = \frac{2\sigma}{3a_0 p_{20}}, \quad M = \frac{(A-1)^3 (5A^3 + 6A^2 + 3A + 1)}{15(A^3 - 1)}$$

Отсюда для частот, удовлетворяющих соотношениям

$$\frac{\omega}{\omega_3} \ll \frac{|1-\Sigma'|}{M'}, \quad \Sigma' = \Sigma \left(1 + \chi \frac{\alpha_{10}}{\alpha_{20}} \right), \quad M' = \frac{\chi M \alpha_{10}}{\alpha_{20} + \chi \alpha_{10}} \quad (18)$$

имеем

$$(\Sigma' < 1) \quad C_p = \frac{C(1-\Sigma')^{1/2}}{(1+\chi\alpha_{10}/\alpha_{20})^{1/2}} (1+o(\omega^2))$$

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{M'(1+\chi\alpha_{10}/\alpha_{20})^{1/2} \omega^2}{C(1-\Sigma')^{1/2} \omega_3}$$

$$(\Sigma' > 1) \quad C_p = \frac{2C(\Sigma'-1)^{1/2}}{M'(1+\chi\alpha_{10}/\alpha_{20})} \frac{\omega_3}{\omega}, \quad \delta = \frac{(1+\chi\alpha_{10}/\alpha_{20}) \omega}{C(\Sigma'-1)^{1/2}}$$

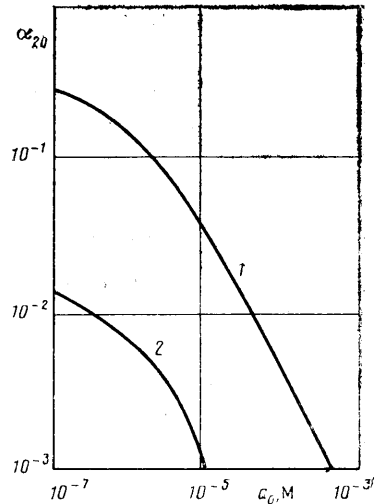
Как видно из этих формул, равновесная скорость конечна, если $\Sigma' < 1$ или

$$\alpha_{20} > \left[1 + \chi^{-1} \left(2 + \frac{3a_0 p_{10}}{2\sigma} \right) \right]^{-1} \quad (19)$$

Если это условие не выполняется, (т. е. $\Sigma' > 1$), то при $\omega \rightarrow 0$ фазовая скорость стремится к бесконечности, коэффициент затухания — к нулю. Это, вообще говоря, является признаком неустойчивости.

На фигуре показаны области неустойчивости пузырьковых систем, построенные по критерию (19). Области, лежащие выше представленных линий, соответствуют устойчивым состояниям смеси воды с пузырьками углекислого газа (1) и кислорода (2) при $p_{10} = 0,1$ МПа.

В том случае, когда $|Z|(A-1) \geq 2$, в (12) можно положить $\Pi_3 \approx 1$. Следовательно, при этом условии граничные условия



(6) и (7) дают близкие результаты. Если, кроме того, выполняются условия $|Z| \gg 1$, χ , то можно положить $\Pi \approx \gamma$ и дисперсионное уравнение приобретает вид, обычный для пузырьковых газожидкостных сред [2]. Таким образом, при достаточно больших частотах, когда диффузионные перепады реализуются в тонких слоях жидкости вблизи межфазной поверхности, при определении фазовой скорости и коэффициента затухания массообменными процессами можно пренебречь.

В отличие от предыдущего, волновое число K в формулах (8) будем считать заданным действительным. Тогда ω можно определить на основе дисперсионного выражения. Такое рассмотрение соответствует эволюции распределенных в начальный момент по объему гармонических возмущений. Если, как и раньше, сделать замену переменных $\omega' = -i\omega$, то можно показать, что уравнение (8) всегда имеет комплексно-сопряженные корни, соответствующие затухающим бегущим волнам, распространяющимся в противоположных направлениях. Кроме того, при $\Sigma' > 1$ уравнение имеет еще одно положительное решение, а это означает, что амплитуды распределенных по объему возмущений с течением времени растут, т. е. равновесное состояние двухфазной среды неустойчиво. Из анализа дисперсионного соотношения видно, что при изменении волнового числа от нуля до бесконечности инкремент ω' растет от нуля до некоторого наибольшего значения ω_∞' . Если ω' удовлетворяет условиям, аналогичным (18), то дисперсионное уравнение можно привести к виду

$$1 - \Sigma' + M \frac{\omega'}{\omega_3} + \left(\frac{\omega}{KC'} \right)^2 = 0, \quad (C'^2 = C^2(1 + \chi\alpha_{10}/\alpha_{20})^{-1})$$

$$\omega' = \frac{[(M'^2/\omega_3^2 + 4(\Sigma' - 1)/K^2C'^2)^{1/2} - M'/\omega_3]}{2K^2C'^2}$$

Для наибольшего значения инкремента можно записать

$$\omega_\infty' = \frac{\omega_3(\Sigma' - 1)}{M'}$$

Это решение удовлетворяет условиям, при которых оно получено, если $\Sigma' - 1 \ll 1$, т. е. когда значения параметров α_{20} и a_0 лежат вблизи границы области неустойчивости. В том случае, когда α_{20} и a_0 лежат достаточно глубоко в области неустойчивости, полагая при этом

$$\rho_{10} \omega'^2 a_0^2, \quad 4\rho_{10} \nu_1 \omega' \ll \frac{2\sigma}{a_0}, \quad |Z|(A-1) \gg 2, \quad \Pi_3 = 1$$

и пренебрегая сжимаемостью жидкости, для зависимости инкремента от волнового числа получим

$$\frac{1}{[1 + 3(1+Z)/Z^2]} + \left(\frac{\omega'}{KC} \right)^2 - \Sigma = 0 \quad (20)$$

Если $|Z^2| \ll \chi$, $|Z| \ll 1$, то (20) можно разрешить относительно ω'

$$\omega' = \frac{[(1 + 4\chi\Sigma\omega_3/K^2C^2)^{1/2} - 1]K^2C^2}{2\chi\omega_3}, \quad \omega_\infty' = \chi\Sigma\omega_3$$

При анализе неустойчивости наиболее важным является определение значения ω_∞' , соответствующего $K = \infty$. Решение (20) относительно ω_∞' в общем случае совпадает с (16).

Таким образом, совместное действие капиллярных эффектов и растворимости газа приводит к принципиальным особенностям поведения пу-

зырьковых газожидкостных сред. В частности, такие смеси могут быть неустойчивыми. Причем отмеченная неустойчивость проявляется обычно для очень мелкодисперсных смесей $a_0 \leq 10^{-6}$ м.

Для выяснения механизма этой неустойчивости рассмотрим некоторую гипотетическую двухфазную пузырьковую среду, у которой жидкая фаза является растворителем со значением коэффициента диффузии, равным бесконечности. Тогда, если принять граничное условие (6), учесть соотношение (5), следующее из закона Генри, то давление в пузырьках будет постоянным $p_2 = p_{20}$. Но поскольку при пренебрежении радиальной инерцией и вязкостью жидкости давления фаз связаны соотношением $p_2 = p_{20} = p_{10} + 2\sigma/a_0$, то возмущения давления жидкости и радиуса пузырька будут связаны соотношением $p_1 = 2\sigma a/a_0^2$.

Заменяя a возмущением средней плотности смеси, представим это соотношение в виде $p_1 = -C^2 \Sigma \rho$. Таким образом, такая гипотетическая идеальная среда на попытку сжатия ($\rho > 0$) отзывается уменьшением давления и, следовательно, она неустойчива. Замена же условия (6) на (7) приводит к сужению области неустойчивости. Если для отмеченной гипотетической среды зависимость между инкрементом и волновым числом линейна $\omega' = C\sqrt{\Sigma K}$, то учет радиальной инерции, вязкости и диффузии приводит к нарушению линейной связи, не затрагивая область неустойчивости. В заключение также отметим, что интенсивность развития рассмотренной неустойчивости лимитируется процессом диффузии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. Губайдуллин А. А., Ивандяев А. И., Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Волны в жидкостях с пузырьками // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Механика жидкости и газа. М., 1982. Т. 17. С. 160–249.
3. Вахитова Н. К., Шагапов В. Ш. О распространении малых возмущений в парожидкостных пузырьковых средах // ПМТФ. 1984. № 5. С. 34–43.
4. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Прибатурин Н. А., Шрейбер И. Р. Акустика жидкости с пузырьками пара // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 808–812.
5. Киреев В. А. Курс физической химии. М.: Химия, 1975. 775 с.
6. Перепелкин К. Е., Матвеев В. С. Газовые эмульсии. Л.: Химия, 1979. 197 с.
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функции комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
8. Хабеев Н. С. Эффекты теплообмена и фазовых переходов при колебаниях паровых пузырьков // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 5. 815–821.
9. Акулиничев В. А. Кавитация в криогенных и кипящих жидкостях. М.: Наука, 1978. 279 с.

Москва

Поступила в редакцию
19.XII.1985