

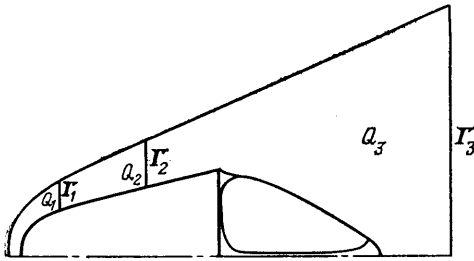
УДК 532.516.5:519.63

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СЛЕДЕ ЗА ЗАТУПЛЕННЫМИ ТЕЛАМИ, ОБТЕКАЕМЫМИ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА

БЕЛОВА О. Н., КОКОШИНСКАЯ Н. С., ПАСКОНОВ В. М.

Излагаются результаты численного исследования на основе полных уравнений Навье – Стокса осесимметричного течения в ближнем следе за сферически затупленными конусами при обтекании их сверхзвуковым потоком вязкого совершенного теплопроводного газа. Рассматриваются числа Маха набегающего потока $M_\infty = 2, 3$ и 4 , при которых газ можно считать совершенным, и числа Рейнольдса, при которых для указанных чисел Маха течение в следе за затупленными конусами, согласно [1–4], является ламинарным, но близко к переходному от ламинарного течения к турбулентному. Подробно описывается структура течения в ближнем следе, исследуется влияние чисел Маха и Рейнольдса на донное давление, полное сопротивление тела и геометрические характеристики следа. Результаты расчетов течения в следе за сферически затупленными конусами сопоставляются с экспериментальными данными [4].

1. Постановка задачи и методика ее решения. При численном исследовании течения в следе за затупленными конусами в качестве расчетной области рассматривалась область Q_3 , изображенная на фиг. 1. В процессе расчета положение левой границы Γ_2 выбиралось над боковой поверхностью тела так, чтобы до нее не доходило влияние возмущений, вызванных течением в донной области, а правая — за областью возвратноциркуляционного течения. В качестве нижней границы расчетной области выбиралась поверхность тела и ось симметрии течения за его дном. Верхней границей области служила тонкая головная ударная волна. В этой области численно способом установления решалась нестационарная система уравнений Навье – Стокса, записанная в цилиндрической системе координат (r, x) в безразмерном виде. Обезразмеривание значений искомых функций к параметрам набегающего потока. В качестве характерного линейного размера при расчетах течения в следе был выбран радиус дна тела R .



Фиг. 1

Граничные условия при решении этой системы уравнений задавались следующим образом. На левой границе области значения искомых функций u, v, ρ, T считались известными из решения задачи обтекания вязким совершенным газом передней части тела. Здесь u и v — продольная и поперечная составляющие скорости, ρ — плотность, T — температура. На поверхности тела задавались условия прилипания ($u_w = 0, v_w = 0$). Температура поверхности тела предполагалась равной заданной постоянной величине ($T_w = \text{const}$). На оси симметрии течения за дном тела ставились условия симметричности течения, на верхней границе — неста-

ционные условия Рэнкина — Гюонио, на правой границе расчетной области — «мягкие» граничные условия типа линейной экстраполяции.

Для численного решения нестационарной системы уравнений Навье — Стокса использовалась явная разностная схема с итерационным процессом Зейделя. Расчеты велись на неравномерной сетке, логарифмически сгущающейся к поверхности тела и к продолжению этой поверхности в следе сверху и снизу. Подробно постановка данной задачи и численная методика ее решения описаны в [5].

Для получения значений искомых функций на левой границе Γ_2 области ближнего следа Q_3 (фиг. 1) были проведены расчеты обтекания головной части тела (область Q_1) и боковой его поверхности (область Q_2).

В области Q_1 способом установления решалась нестационарная система уравнений Навье — Стокса, записанная в сферической системе координат. Значения искомых функций на границе Γ_1 выбирались в качестве начальных условий при решении задачи обтекания боковой поверхности тела в области Q_2 , где маршевым методом решались упрощенные уравнения Навье — Стокса, записанные в цилиндрической системе координат (r, x) [6].

В результате проведенных расчетов получена полная картина обтекания рассматриваемых тел и течения в следе за ними: определено расстояние от оси симметрии течения до головной ударной волны, распределение искомых функций u, v, ρ, T в возмущенной телом области и в следе за ним, получено сопротивление отдельных частей тела и его полное сопротивление. При дальнейшем изложении основное внимание будет уделено анализу результатов расчетов течения в следе за рассматриваемыми телами и сравнению результатов расчетов с экспериментальными данными [4].

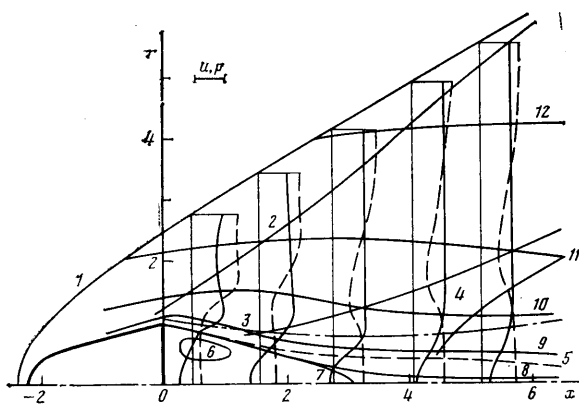
2. Результаты расчетов. Численное исследование течения вязкого совершенного газа в следе за сферически затупленными конусами, имеющими угол полураствора 15° , было проведено при числах Маха набегающего потока $M_\infty=2,3$ и 4 для чисел $Re_{\infty R}=4 \cdot 10^4$; $7,22 \cdot 10^4$; $1,044 \cdot 10^5$ и $4 \cdot 10^4$; $7,16 \cdot 10^4$; $1,03 \cdot 10^5$ соответственно. При вычислении чисел Рейнольдса в качестве характерного размера использовался радиус дна конусов R . Увеличение числа Рейнольдса осуществлялось за счет увеличения длины тела L . Для $M_\infty=2,3$ конус имели длину $L_1=4,6r$, $L_2=10,6r$, $L_3=16,6r$, а для $M_\infty=4$ $L_1=4,6r$, $L_2=10,5r$, $L_3=16,5r$, где r — радиус затупления тела.

Расчеты проводились при числе $Pr=0,72$, показателе адiabаты $\gamma=1,4$. Предполагалась степенная зависимость вязкости и теплопроводности от температуры. Показатель степени ω при степенной зависимости полагался равным 0,75. Температура поверхности тела задавалась равной температуре набегающего потока ($T_w=1$).

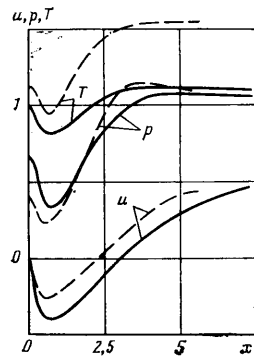
Для всех рассмотренных вариантов на область, расположенную над поверхностью тела, приходилось 31×21 точек сетки. На область, находящуюся за дном тела, для $M_\infty=2,3$ приходилось 60×51 точек сетки, а для $M_\infty=4$ — 65×35 (здесь первый множитель означает количество точек в направлении оси r , а второй — в направлении оси x). Левая граница расчетной области находилась на расстоянии одного радиуса дна рассматриваемого тела от его кормы. Этого расстояния было достаточно, чтобы до левой границы области не доходило влияние течения в донной области.

При проведении расчетов за счет аппроксимации первых производных в уравнениях Навье — Стокса центральными разностными отношениями возникали осцилляции, которые могли существенно исказить решение. Для борьбы с осцилляциями вводилось сглаживание решения на каждом временном слое, описанное в [5]. Расчеты проводились при коэффициенте сглаживания, минимально возможном для рассматриваемых чисел M_∞ , $Re_{\infty R}$ и используемых разностных сеток.

На фиг. 2 приведена общая картина течения в следе за телом при $M_\infty=2,3$ для конуса, имеющего длину $L=4,6r$, $Re_{\infty R}=4 \cdot 10^4$. Такой же характер имеет течение в следе за телом для всех рассмотренных вариантов. На фигуре изображены: положение головной ударной волны (1), отделяющей возмущенную телом область от невозмущенного потока, профили



Фиг. 2



Фиг. 3

давления (штриховые линии) и продольной составляющей скорости (сплошные линии) для $x=0,45; 1,55; 2,75; 4,05; 5,15$, звуковая линия $M=1$ (5), линии тока $\psi=\text{const}$, обозначенные цифрами 6–12 (где 6 – $\psi=-0,03$, 7 – разделяющая линия тока, 8 – $\psi=0,005$, 9 – $\psi=0,05$, 10 – $\psi=0,5$, 11 – $\psi=2,0$, 12 – $\psi=8,0$). По профилям давления, продольной составляющей скорости, наклону линий тока определено примерное положение верхней границы веера волн разрежения (2), верхней границы вязкого слоя смешения и вязкого ядра следа (штрихпунктирная линия 3), положение «размытого» хвостового скачка уплотнения (4).

В табл. 1 для чисел Маха $M_\infty=2,3$ и 4 и для числа $Re_{\infty R}=4 \cdot 10^4$ приведены полученные в результате расчетов расстояние F от оси симметрии

Таблица 1

M_∞	F		σ	φ	x_0	x_c	θ	l	β
	$x=0$	$x=5$							
2,3	2,5	5,5	32	40	3,05	7,42	8	4	24
4	1,78	3,8	21	30	2,25	4,46	10	3	16

течения до головной ударной волны при $x=0$ и 5, угол наклона ударной волны σ при $x=0$, средний угол наклона верхней границы веера волн разрежения φ , расстояния от дна тела до точек пересечения разделяющей линии тока и звуковой линии с осью симметрии x_0 и x_c соответственно, угол наклона верхней границы вязкого слоя смешения θ над отрывной областью, расстояние l от дна тела до сечения, где вязкое ядро следа имеет минимальную толщину, угол наклона хвостового скачка β .

Из таблицы видно, что с увеличением числа Маха при одном и том же числе Рейнольдса уменьшаются расстояние от оси симметрии до головной ударной волны и угол ее наклона к оси x . Уменьшается также угол наклона верхней границы веера волн разрежения. Меньше становится расстояние от дна тела до точки пересечения с осью симметрии разделяющей линии тока, которая отделяет основной поток, сходящий с кормы тела, от области возвратно-циркуляционного течения. Точка пересечения звуковой линии с осью симметрии приближается к дну тела. Увеличивается угол наклона верхней границы вязкого слоя смешения θ над областью отрывного течения и уменьшается расстояние l от дна тела до сечения, соответствующего минимальной толщине вязкого ядра следа. Сильно зависит от числа Маха наклон хвостового скачка. Углы σ , φ , θ , β , приведенные в табл. 1, выражены в градусах.

Из фиг. 2 по профилям давления видно, что волны сжатия, составляющие хвостовой скачок, начинают образовываться в сверхзвуковой части потока примерно над серединой области возвратно-циркуляционного течения. Область сжатия вблизи звуковой линии имеет протяженность около двух радиусов дна тела.

На фиг. 3 для тех же вариантов при $Re_{\infty r} = 4 \cdot 10^4$ приведено распределение скорости u , давления P и температуры T вдоль оси симметрии течения. Для $M_{\infty} = 4$ все кривые проведены штриховыми, а для $M_{\infty} = 2,3$ — сплошными линиями. По распределению скорости вдоль оси симметрии, как и по поведению линий тока можно судить о положении задней критической точки течения в следе — точки, в которой сливается в единый поток сходящийся с кормы тела вязкий слой смешения. О положении этой точки для рассматриваемых вариантов говорилось выше. Для $M_{\infty} = 2,3$ абсолютная величина скорости в области возвратно-циркуляционного течения имеет максимальное значение при $x = 0,6$, а для $M_{\infty} = 4$ — при $x = 0,5$. Из фиг. 3 видно, что при уменьшении числа Маха абсолютная величина максимальной скорости на оси в области отрывного течения увеличивается. Давление и температура в отрывной области не постоянны. Давление вдоль оси следа сначала уменьшается от своей величины на дне тела до минимального значения, затем увеличивается в области прохождения сверхзвукового течения через серию волн сжатия. Более резко увеличивается давление при $M_{\infty} = 4$. Таким же образом ведет себя вдоль оси следа и температура. Скорость, давление и температура на оси симметрии течения имеют минимальное значение при одном и том же значении x . После прохождения сверхзвуковым потоком течения сжатия давление вдоль оси для $M_{\infty} = 2,3$ и 4 отличается мало и приближается к единице, температура же для $M_{\infty} = 4$ примерно в 1,5 раза выше температуры в этой же области для $M_{\infty} = 2,3$.

Как показали проведенные расчеты, давление вдоль радиуса дна тела непостоянно оно резко падает от кормы тела до линии отрыва, затем несколько повышается и остается примерно постоянным до середины радиуса дна тела. От середины радиуса дна тела до его центра давление увеличивается. Такой же характер имеют профили давления в отрывной области, расположенной между дном тела и точкой минимума скорости на оси течения. Но при удалении от дна тела с ростом значения x уменьшается давление вблизи оси течения, сглаживается минимум давления, имевший место вблизи линии отрыва на дне тела, давление поперек области отрывного течения выравнивается и после $x = 0,6$, для $M_{\infty} = 2,3$ и $x = 0,5$ для $M_{\infty} = 4$ оно становится практически постоянным от оси симметрии до разделяющей линии тока вдоль оси r . Но вдоль оси x давление в отрывной области и на некотором расстоянии за задней критической точкой течения меняется сильно. Повышение давления в центральной части дна тела и температуры вблизи дна в этой области вызвано набегающим потоком вдоль оси следа на преграду (дно тела). Общий уровень давления на дне тела выше для $M_{\infty} = 2,3$.

Проведенные расчеты позволили определить осредненное по площади дна донное давление, сопротивление отдельных частей рассмотренных тел, их полное сопротивление, вклад донного сопротивления в полное сопротивление тел.

В табл. 2 для рассмотренных чисел Маха и Рейнольдса приведены значения осреднения по площади дна донного давления P_D , отнесенного к давлению в набегающем потоке, полного сопротивления тела C_D , отнесенного к $\rho_{\infty} U_{\infty}^2$, отношения донного сопротивления к полному сопротивлению тела K , выраженного в процентах.

Как видно из таблицы, донное давление уменьшается при увеличении числа Маха, полное сопротивление тела — увеличивается. При уменьшении числа Маха увеличивается вклад донного сопротивления в полное сопротивление тела.

3. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными. Результаты выполненных расчетов могут быть сравнены с экспериментальными данными, полученными на баллистической установке в Ленинградском физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе и опубликованными в [4]. В этой работе для чисел $M_\infty=2,3$ и 4 для 15-градусных сферически затупленных конусов приводится зависимость средней донной плотности и геометрических характеристик ближнего следа (угла схода потока с кормы тела и расстояния от дна тела до горла следа) от числа Рейнольдса. Рассматриваются $Re_{\infty D}=8 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^6$ (D — диаметр дна тела). Изменение числа Рейнольдса при проведении экспериментов осуществлялось как за счет изменения давления в полигоне, так и за счет изменения

Таблица 2

$Re_{\infty R}$	$M_\infty = 2,3$			$Re_{\infty R}$	$M_\infty = 4$		
	P_D	C_D	K		P_D	C_D	K
$4 \cdot 10^4$	0,4461	2,483	24,7	$4 \cdot 10^4$	0,296	6,703	2,47
$7,22 \cdot 10^4$	0,4052	8,110	27,9	$7,16 \cdot 10^4$	0,294	11,517	4,59
$1,04 \cdot 10^5$	0,4082	15,87	29,8	$1,03 \cdot 10^5$	0,275	18,401	5,54

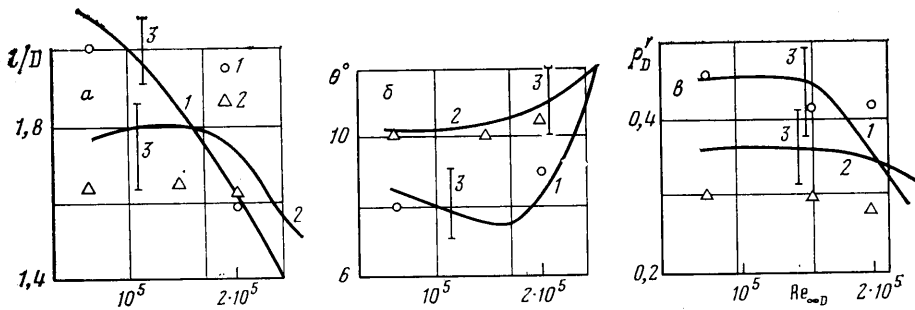
длины тела (следовательно, и его диаметра). Затупленные конусы находились в полете небольшое время и не успевали прогреться, поэтому можно считать, что температура их поверхности равнялась температуре набегающего потока. Как свидетельствуют экспериментальные данные [4], течение в следе ламинарное для $M_\infty=2,3$ до $Re_{\infty D}=10^5$, а для $M_\infty=4$ до $Re_{\infty D}=1,5 \cdot 10^5$. При больших значениях $Re_{\infty D}$ для этих чисел Маха течение в следе за конусами является переходным от ламинарного к турбулентному затем турбулентным.

На фиг. 4 приводится зависимость расстояния от дна тела до горла следа l/D , угла схода потока θ , средней донной плотности ρ_D' от числа $Re_{\infty D}$.

Цифрой 1 отмечены кривые, полученные для $M_\infty=2,3$, 2 — кривые для $M_\infty=4$, 3 — величина разброса экспериментальных данных. На этой же фигуре точкой 1 для $M_\infty=2,3$ и точкой 2 для $M_\infty=4$ отмечены значения осредненной по площади дна донной плотности, угла схода потока и расстояния от дна тела до горла следа, полученные при проведении численного исследования течения в следе. Точного определения понятий угла схода потока и расстояния от кормы тела до горла следа в работе [4] нет. Результаты численного исследования позволили уточнить эти понятия. Хорошее согласие экспериментальных и расчетных данных получается, если под углом схода потока понимать угол наклона верхней границы вязкого слоя смещения, а под величиной расстояния от кормы тела до горла следа — расстояние от дна тела до сечения, где вязкое ядро следа имеет минимальную толщину.

Из фиг. 4 видно, что при числах Рейнольдса, для которых течение в следе ламинарное ($M_\infty=2,3$; $Re_{\infty R}=4 \cdot 10^4$; $M_\infty=4$; $Re_{\infty R}=4 \cdot 10^4$; $7,16 \cdot 10^4$), полученные в результате расчетов ρ_D , θ и l/D находятся в пределах разброса экспериментальных данных. Лучшее согласие с экспериментальными данными имеет место для $M_\infty=2,3$ (полученная в результате расчетов величина осредненной по площади дна донной плотности попадает в середину разброса экспериментальных данных).

Решение, полученное при использовании ламинарной модели течения при числах Рейнольдса, находящихся в области переходных значений (в начале этой области), также находится в пределах разброса экспериментальных данных ($M_\infty=2,3$, $Re_{\infty R}=7,22 \cdot 10^4$; $M_\infty=4$, $Re_{\infty R}=1,03 \cdot 10^5$).



Фиг. 4

Однако при увеличении числа Рейнольдса различие между расчетными и экспериментальными данными возрастает. Как свидетельствуют экспериментальные данные, при увеличении числа Рейнольдса в области переходных значений средняя донная плотность резко падает. Полученная же в результате расчетов средняя донная плотность не уменьшается при увеличении числа Рейнольдса ($M_\infty=2,3$; $Re_{\infty R}=1,04 \cdot 10^5$). Более того, выполненные, но не описанные в данной статье расчеты свидетельствуют о том, что она возрастает при увеличении числа Рейнольдса. Таким образом, использование ламинарной модели для расчета течения в следе за телом в области переходных чисел Рейнольдса может привести к большой ошибке в определении донного сопротивления, а тем самым и в определении полного сопротивления тела.

Вопрос о численном моделировании течения в ближнем следе за телами при числах Рейнольдса, находящихся в области переходных значений, требует дальнейшего изучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мишин Г. И., Шелудько Ю. В. О возможностях баллистического метода для изучения особенностей течения в отрывных зонах // Физико-газодинамические баллистические исследования. Л.: Наука, 1980. С. 57–67.
2. Шелудько Ю. В. Измерение донного давления осесимметричных тел малого удлинения // Физико-газодинамические баллистические исследования. Л.: Наука, 1980. С. 68–77.
3. Михалев А. Н., Шелудько Ю. В. Исследование влияния числа Маха на параметры ближнего следа конуса // Физико-газодинамические баллистические исследования. Л.: Наука, 1980. С. 78–87.
4. Михалев А. Н. О влиянии числа Рейнольдса на параметры ближнего следа сверхзвуковых конусов // Физико-газодинамические баллистические исследования. Л.: Наука, 1980. С. 88–98.
5. Кожошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1980. 247 с.
6. Белова О. Н., Кожошинская Н. С., Лузянина Т. Б., Пасконов В. М. Численное моделирование ламинарного обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1986. 82 с.

Москва

Поступила в редакцию
22.XII.1986