

УДК 532.516

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДОЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ГАЗА ВО ВНЕЗАПНО РАСШИРЯЮЩЕМСЯ ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

ФЕДОРЧЕНКО А. Т.

Рассматривается задача численного моделирования нестационарных дозвуковых течений вязкого газа на конечном участке плоского канала с внезапным симметричным расширением поперечного сечения. Постоянный интерес многих исследователей к данной задаче связан с тем, что в ее рамках может быть рассмотрен целый ряд фундаментальных явлений развития неустойчивости сдвиговых дозвуковых потоков. Отдельную проблему представляет оценка роли нелинейных акустико-вихревых взаимодействий в эволюции исследуемых нестационарных процессов.

Некоторые свойства подобных течений изучались экспериментально, в том числе в условиях, когда явления потери устойчивости первоначально симметричного (относительно оси канала) потока с ростом числа Рейнольдса носили в основном двумерный характер [1, 2]. Однако многие их особенности еще остаются малоизученными, тем более на существенно нестационарных режимах, когда используемая экспериментальная техника не позволяет детально анализировать структуру мгновенных распределений основных параметров течения.

Известные попытки численного решения задач близкого типа были ограничены в основном расчетами стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости при относительно низких числах Рейнольдса [2-4]. Отсутствуют примеры численного решения подобных задач, где на основе использования полной системы уравнений Навье - Стокса моделировались бы нелинейные процессы развития неустойчивости дозвукового течения с одновременным анализом акустических явлений.

В данной работе в широком диапазоне характерных параметров численно исследованы нелинейные процессы развития неустойчивости рассматриваемого течения с учетом акустико-вихревых взаимодействий. Обнаружены эффекты звукового самовозбуждения струи, истекающей в широкую часть канала. Получены приближенные формулы для резонансных условий самовозбуждения. Оценено влияние входных профилей средней скорости на эволюцию потока. Проанализированы особенности формирования и дальнейшего взаимодействия когерентных структур.

1. При решении задачи использовалась полная двумерная система дифференциальных уравнений, описывающая динамику вязкого совершенного газа (уравнение непрерывности, два уравнения движения и уравнение энергии, записанные в дивергентной форме). Коэффициенты вязкости μ_0 и теплопроводности κ_0 полагались постоянными, число Прандтля $Pr = \mu_0 c_p / \kappa_0 \approx 1$, показатель адиабаты $\gamma = 1.4$. Далее безразмерные значения координат (x, y) , времени t , компонент скорости (u, v) , давления p , плотности ρ и температуры T выражены соответственно в единицах $l_0, l_0/u_0, u_0 = Ma_0, p_0, \rho_0, T_0$, где l_0 - ширина входного сечения канала; $a_0 = (\gamma RT_0)^{1/2}$ - адиабатическая скорость звука; T_0 - постоянная температура стенок канала; ρ_0, p_0 - характерные величины плотности и давления ($p_0 = R\rho_0 T_0$); $M = u_0/a_0, Re = \rho_0 l_0 u_0 / \mu_0$ - заданные характерные числа Маха и Рейнольдса.

Течение рассматривалось в двумерной области G , где ось x направлена вдоль оси симметрии канала. Газ истекал из канала единичной ширины $(-b < x < 0, |y| < 1/2)$ в канал ширины $H = 3$ ($0 < x < L, |y| < H/2$). Во всех решениях $b = 1/2, L = 3 - 20$.

Определим граничные условия задачи. На непроницаемых боковых стенках канала $T = 1, u = v = 0$.

Во входном сечении Γ_1 ($x=-b$, $|y|<1/2$) на основе использования моделей [5, 6] для четырех независимых параметров течения u , v , p , T ($u \geq 0$) были заданы три независимых функциональных соотношения следующего вида:

$$v=0, \quad \rho^s u - U(y) + \varphi(y, t) = 0, \quad \xi = 0; \quad 1 \quad (1.1)$$

$$T - (s \cdot p^{(r-1)/r} - 1) f(\delta_s) - 1 = 0, \quad s > 0 \quad (1.2)$$

$$U(y) = f(\delta_u), \quad \varphi(y, t) = c_1(p - p_1) f(\delta_s), \quad c_1 \geq 0$$

$$f=1 \quad (|y| < 0,5 - \delta); \quad f=1 - (|y| + \delta - 0,5)^n \delta^{-n} \quad (0,5 > |y| > 0,5 - \delta)$$

Таким образом, с помощью функции $U(y)$ задан характерный (средний) профиль u или ρu ; $\varphi(y, t)$ определяет малые (здесь $|\varphi| \ll 1$) изменения этого профиля при отклонении локальной величины давления p от среднего значения p_1 , а связь (1.2) обеспечивает неизменную величину энтропии s в ядре $|y| < 0,5 - \delta_s$ (в расчетах было задано $\delta_s \ll 1$, $p_1 \approx 1$, $s=1$). Путем выбора определенных значений ξ , c_1 можно реализовать эффективное поглощение звуковых волн, приходящих к Γ_1 из области G [6] (например, при $c_1 \approx (\gamma M)^{-1}$, $\xi=0$, $\delta_u \ll 1$, $M^2 \ll 1$).

В сечении Γ_2 ($x=L$, $|y| < 3/2$) было использовано соотношение

$$p = 1 + \sigma(y, t), \quad |\sigma| \ll 1 \quad (1.3)$$

где вид σ определялся выбором нелокального алгоритма граничного управления процессами генерации и поглощения звуковых волн на Γ_2 (см. [6-8]). Для $L \leq 6$ этот алгоритм мог включать достаточно сложную процедуру вывода интенсивных вихрей через Γ_2 , которая предполагает анализ картины течения в прилегающей зоне G [7, 8]. В результате использования этой процедуры резко снижались нефизические эффекты генерации и отражения звуковых волн на Γ_2 . При $L \geq 8$ применялась в основном модель выходного сечения Γ_2 [5]

$$\sigma = \sigma(t) = c_2 [m(L, t) - \langle m(t) \rangle], \quad c_2 \geq 0$$

$$m(x, t) = \int_{\Gamma(x)} \rho u \, dy, \quad -b \leq x \leq L$$

Здесь $\Gamma(x)$ — сечение канала при фиксированном x ; $\langle m(t) \rangle$ — величина массового расхода в канале, осредненная по продольным акустическим колебаниям с характерным (максимальным) периодом $\tau \gg M$. В частном случае, когда $\xi=1$, $c_1=0$ в (1.1), можно считать $\langle m(t) \rangle = m(-b, t) = m_1$. Обычно осреднение по времени заменялось осреднением по пространству

$$\langle m(t) \rangle \approx \frac{1}{L - x_0} \int_{x_0}^L m(x, t) \, dx, \quad -b \leq x_0 \leq L$$

причем, как правило, $x_0=0$.

Если в рамках подобной модели задать

$$c_2 \approx \frac{\gamma M}{H + \langle m \rangle M} \quad \left(c_2 \approx \frac{\gamma M}{H}, \quad \langle m \rangle = O(1), \quad M \ll 1 \right)$$

то при этом обеспечивалось эффективное поглощение продольных квазиплоских звуковых волн [5], приходящих к Γ_1 из G , а также в значительной мере компенсировались эффекты вихревой генерации звуковых волн на Γ_2 [8]. Использование данной модели в решениях с $L \gg 1$ оправдано тем, что в этом случае основной вклад в генерацию звуковых волн на Γ_2 вносили пересекавшие эту границу достаточно крупные вихри (усиленные по потоку) с характерными размерами $l \gg 1$. Генерируемые таким образом звуковые волны с характерной длиной $\lambda \gg 2l/M > 2H$ достигали

сечения $x=0$ преимущественно в виде нормальной волны нулевого номера (т. е. плоской). Для каждого расчетного варианта выбор конкретного вида граничных условий на Γ_2 мог определяться особенностями развивающегося течения; при этом в ряде случаев производилась смена этих условий со сравнением их эффективности непосредственно в процессе решения.

Так как на всех перечисленных участках границы число независимых граничных функциональных связей $N \leq 3$, то вычисление четырех параметров потока u, v, p, T в граничных узлах сетки осуществлялось на каждом временном слое с привлечением алгоритмов нормальной экстраполяции, обычно имеющих смысл краевых условий второго рода [8].

Для интегрирования исходной системы дифференциальных уравнений применялась разностная схема [5] со вторым порядком точности по x, y, t и с центральной аппроксимацией всех пространственных производных, что является необходимым условием разрешения акустических процессов в дозвуковых потоках. Использовались неравномерные пространственные сетки, которые могли перестраиваться в процессе решения, с минимальными шагами $h_x = h_y = 0,025$ при общем числе узлов по области в диапазоне 3000–8000. Временный шаг $h_t \approx 0,01-0,005$ в вариантах с $M=0,4$.

2. В большинстве проведенных расчетов было задано $M=0,4$, но был рассчитан ряд вариантов и с $M=0,2$. Основными варьируемыми параметрами были число Re , длина L , а также набор величин $\{\delta_u, n, \xi, c_1, c_2, \dots\}$, определяющий граничные условия на Γ_1 .

Рассмотрим вначале вариант решения, где было задано $Re=56$; $M=0,4$; $L=10$; $\xi=1$; $n=2$; $\delta_u=0,5$; $\delta_s=0,1$; $c_1=0$; $c_2 \approx 0,2$. При различных видах начального поля вычисления завершались установлением стационарного течения, симметричного относительно оси $y=0$, с двумя вихрями в области углов B_{\pm} ($x=0, y=\pm H/2$) и с профилем $u(L, y)$, близким к параболе. Все поле течения хорошо согласуется с экспериментальными результатами [2] и численными решениями [2, 3]. В полученное решение вводились различного рода несимметричные импульсные возмущения (например, искажения $U(y)$ с относительными различиями 3–7% в точках равных значений $|y|$); последующие вычисления с первоначальной системой граничных условий опять приводили к устойчивой симметричной форме стационарного течения.

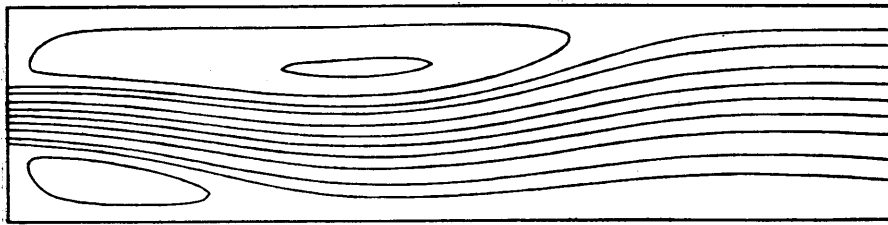
В другом варианте было задано $Re=114$; $M=0,4$; $L=20$; $\xi=1$; $n \approx 3$; $\delta_u=0,5$; $\delta_s=0,1$; $c_1=0$; $c_2 \approx 0,2$. Выбор величины Re и формы $U(y)$ здесь определялся стремлением сравнить полученное решение с экспериментальными результатами работы [2], где характер течения при $Re=114$ был весьма близок к двумерному. В качестве начального поля использовалось упомянутое выше решение с $Re=56$ (профиль $u(10, y)$ был «проэкстраполирован» на $x > 10$). Разумеется, симметрия начального поля была слегка нарушена (с относительными различиями $\epsilon < 3\%$) ранее вводимыми возмущениями. При расчете этого варианта все граничные условия были симметричны относительно оси $y=0$.

В процессе численного решения течение постепенно теряло симметрию, и при $t \gtrsim 100$ устанавливался стационарный режим, в котором струя, истекающая в широкую часть канала, «прилипла» в первую очередь к нижней стенке. Линии тока этого течения приведены для фрагмента области $0 < x < 12$ на фиг. 1. Поле скоростей на стационарном режиме находится в весьма близком соответствии с экспериментально полученной в [2] картиной течения при аналогичных $Re, U(y)$.

В результате дальнейших расчетов проверено, что поле течения, соответствующее «зеркальному отражению» полученной картины (относительно горизонтальной оси с $|y| \geq H/2$), также является решением стационарной задачи с аналогичными граничными условиями на Γ_1, Γ_2 . Этот важный результат, указывающий на неединственность стационарного решения данной задачи, находится в полном согласии с [2], где при $Re=114$ было отмечено явление «инверсии» (т. е. равновероятность реализации

одного из двух «зеркальных» вариантов асимметричного течения при многократном повторении эксперимента). Заметим, что полученные численные стационарные решения при $Re=114$ были устойчивы по отношению к различного рода импульсным возмущениям ($\epsilon < 5\%$), вводимым на Γ_1 .

3. Ниже представлен ряд численных решений, где $Re=1000$. Во всех этих решениях при различных вариантах граничных условий и начальных полей реализовывались только нестационарные асимметричные режимы течения. Начальное поле задавалось обычно в виде гладкого течения, где струя, плавно расширяясь за сечением $x=0$, была несколько отклонена в область $y < 0$ для ускорения развития асимметричных возмущений. Когда переход от одного расчетного варианта к другому соответствовал измене-



Фиг. 1

нию какого-либо определяющего параметра (например, ξ , M и т. д.), то в качестве начального поля мог фигурировать предшествующий вариант. В любом случае «установившееся» при $t \geq 50-80$ нестационарное течение предполагалось в определенной мере свободным от влияния структуры начального поля.

Характерно, что в представленных ниже решениях вихревые возмущения, развивающиеся по потоку, не вводились на Γ_1 извне, а практически полностью генерировались вблизи углов A_{\pm} ($x=0, y=\pm 0,5$) из-за воздействия собственного звукового поля течения. Известно [9-11], что в дозвуковых потоках процессы преобразования акустических возмущений в вихревые происходят в основном у стенок, в особенности вблизи острых кромок. Как показано ниже, эволюция этих нестационарных процессов в значительной степени зависит от средних профилей скорости в сечении Γ_1 .

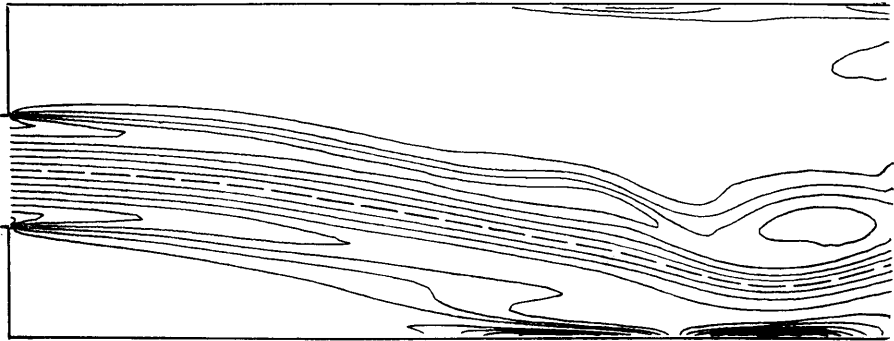
Рассмотрим вначале вариант, где $Re=1000$; $M=0,4$; $L=8$; $\delta_x=0,5$; $n=2$; $\delta_s=0,1$; $\xi=0$; $c_1 \approx 1,8$; $c_2 \approx 0,2$; т. е. задан параболический профиль $U(y)$. В сформировавшейся (при $t \geq 70$) картине нестационарного течения струи, истекающая в широкую часть канала, отклонялась в область $y < 0$ с точкой присоединения, перемещающейся по нижней стенке в пределах $x \approx 6,5-7,5$. Эффект прилипания струи к одной из стенок обеспечивал основной механизм обратной акустической связи, несколько отличный от процесса возбуждения «клиновых тонов» [12]: усилившиеся по потоку вихри, взаимодействуя со стенкой вблизи участка прилипания струи, вызывали излучение звуковых волн, которые, распространяясь против потока, преобразовывались у углов A_{\pm} в возмущения завихренности и т. д.

На фиг. 2 приведено мгновенное поле завихренности $\zeta = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$ (изолинии с шагом $h_z=0,5$) в зоне $x > 0$ исключая пристеночный слой толщиной $h_x=h_y=0,025$. Видно, что вихревые возмущения наиболее заметно усиливаются вдоль верхней границы струи. Вплоть до $x \approx 3-4$ имеет место относительно гладкое струйное течение, но далее уже наблюдается формирование интенсивных вихревых структур ($\zeta \approx 2,2$ при $x \approx 4,2, y \approx -0,1$; $x \approx 7,4, y \approx -0,5$) одновременно с усилением волнообразных перемещений средней осевой линии струи ($\zeta=0$). Временные зависимости параметров в фиксированных точках G носили довольно сложный нерегулярный характер, однако вблизи сечения Γ_2 спектральный анализ этих временных распределений (например, $v(7; -0,5; t)$) позволял явно вы-

делить две доминирующие частоты: $\nu_1 \approx 0,11-0,14$ и $\nu_2 \approx \nu_1/2 \approx 0,06-0,07$. При этом ν_1 отражает движение усиливающихся волн завихренности с длиной $\lambda_c \approx 2,1-2,3$ и фазовой скоростью $u_c \approx 0,3$, что согласуется с оценками по линейной теории [13] и экспериментальными данными [12, 13] для явлений развития асимметричных возмущений в плоской затопленной струе с входным параболическим профилем средней скорости. Эффект слияния последовательно движущихся вихревых возмущений одного знака [14, 15] приводит к появлению вблизи Γ_2 амплитудного пика и на частоте ν_2 (субгармонике).

Проверочные расчеты показали, что нестационарное решение, соответствующее «зеркальному отражению» (относительно горизонтальной оси) описанного выше решения, также удовлетворяет той же самой симметричной системе граничных условий, заданной на Γ_1, Γ_2 .

4. Принципиально иные результаты были получены в серии расчетов, где при $Re=1000$ на Γ_1 были заданы условия с $\delta_u=0,2$; $\delta_s=0,1$; $n=2$ (па-



Фиг. 2

раметры ξ, L, M, c_1, \dots — варьировали), т. е. где профиль $U(y)$ имел в центральной части потенциальное ядро толщиной $l_p \approx 0,6$. В этих решениях наблюдалось развитие нестационарных течений с весьма сложной стохастической динамикой. Основная особенность всех этих течений заключалась в обнаруженных нелинейных эффектах самовозбуждения истекающей струи, которые существенно отличались от автоколебательных явлений, рассмотренных в предыдущем варианте (с $\delta_u=0,5$).

В данной серии расчетов при различных использованных сочетаниях начальных и граничных условий (с $L=3, 6, 8$) течение постепенно ($t \geq 50-80$) выходило на нестационарный автоколебательный режим (но без строгой периодичности), при котором собственное акустическое поле течения вызывало генерацию вблизи A_{\pm} вихревых возмущений значительной интенсивности; эти возмущения, первоначально локализованные в двух достаточно узких свободных сдвиговых слоях на границе струи, усиливались далее по потоку с проявлением сложных нелинейных эффектов взаимодействия. Этот процесс периодического срыва вихрей с углов A_{\pm} приводил к образованию системы двух звуковых излучателей — в первом приближении двух монополей близкой интенсивности в точках $x=0, y=\pm 0,5$ с доминирующей частотой ν (длина звуковой волны $\lambda \approx a/\nu \approx (\nu M)^{-1}$) и относительным фазовым сдвигом θ . В большинстве расчетов (по крайней мере во всех решениях с $M=0,4; L>3$) реализовался случай противофазных излучателей ($\theta \approx \pi$) при поочередном срыве вихрей с углов A_{\pm} .

При условиях

$$\nu \geq \nu_c \approx (2NM)^{-1} \quad (\lambda \leq 2H) \quad (4.1)$$

$$2\nu M \neq j^{-1} \quad (\lambda \neq 2/j), \quad j=1, 2, 3, \dots \quad (4.2)$$

эта система излучателей может эффективно возбуждать поперечные звуковые колебания (в общем случае нормальные волны различных номеров [16]) в широкой части канала. Условие (4.1) означает, что ν превышает ν_c — критическую частоту плоского волновода ширины H с жесткими стенками (здесь и далее полагаем $M^2 \ll 1$). Согласно (4.2), в углах A_{\pm} не имеют места узлы давления или скорости собственных звуковых колебаний, для которых в первом приближении можно положить

$$\begin{aligned} v_i(y, t) &\approx v_{0i} \sin [k_i(y+H/2)] \cos \omega_i t \\ p_i(y, t) &\approx -v_{0i} \rho_0 a_0 \cos [k_i(y+H/2)] \sin \omega_i t \\ |y| &\leq H/2, \quad k_i = i\pi/H, \quad \omega_i = 2\pi\nu_i = i\pi/HM, \quad i=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.3)$$

В свою очередь при условии (4.2) компонента v_i может стимулировать поочередный ($\theta = \pi$ при $i=1, 3, 5, \dots$) или одновременный ($\theta = 0$ при $i=2, 4, \dots$) срыв вихревых возмущений с углов A_{\pm} .

Резонансные условия самовозбуждения струи с $\delta_u \ll 1$ реализуются, когда одновременно с выполнением (4.1), (4.2) одна из собственных частот ν_i близка к частоте $\nu_c = u_c/\lambda_c$ ($u_c \approx 0,5$) наиболее усиливающих вихревых возмущений в свободном слое сдвига вблизи углов A_{\pm}

$$\nu \approx \nu_i \approx \nu_c \approx \alpha/\delta_u \quad (4.4)$$

В соответствии с линейной теорией гидродинамической устойчивости [17] здесь $\alpha \approx 0,1$.

Анализ фазовых соотношений на различных стадиях этого процесса показал, что в данном случае массовые источники, определяющие генерацию звука при срыве вихрей с A_{\pm} , практически синфазны с $p_i(\pm 1/2, t)$, т. е. здесь выполняется критерий Рэлея относительно оптимальных условий энергетической подкачки собственных звуковых колебаний распределенными массовыми источниками (см. [9]). Заметим, что полученные условия самовозбуждения не зависят явно от числа Re и практически полностью определяются безразмерными параметрами M, H, δ_u .

Разумеется, при $\nu \geq (2M)^{-1}$ (или $\lambda \leq 2$) рассмотренная система излучателей может возбуждать поперечные колебания и в узкой входной части канала с собственными частотами $\nu_i^{\circ} \approx i/(2M)$, где $i=2, 4, \dots$ для $\theta \approx 0$ и $i=1, 3, 5, \dots$ для $\theta \approx \pi$; однако в этом случае для любого значения i звуковая компонента v_i° имеет узел скорости на стенках $y = \pm 0,5$, а следовательно, и в углах A_{\pm} , что практически исключает элемент обратной связи — генерацию звуковой компонентой v_i° вихревых возмущений вблизи углов A_{\pm} .

Проведенный приближенный анализ процесса находится в удовлетворительном согласии с представленными ниже результатами расчетов. Необходимо отметить, что данный эффект имеет существенные отличия от описанных ранее в литературе [9, 12, 15] автоколебательных явлений в сдвиговых потоках, где механизм обратной акустической связи поддерживался за счет натекания вихрей на клин, помещенный ниже по потоку, на острую кромку обтекаемой каверны и т. д.

5. Рассмотрим, к примеру, вариант, где было задано: $Re=1000, M=0,4; L=8; \xi=0; n=2; \delta_u=0,2; \delta_s=0,1; c_1 \approx 1,8; c_2 \approx 0,2$. В этом варианте на развитем нестационарном режиме имел место поочередный срыв вихревых возмущений с углов A_{\pm} ($\theta \approx \pi$), причем доминирующая частота ν находилась в диапазоне $0,46-0,54; \lambda_c \approx 0,9-1,1; u_c \approx 0,4-0,5$ (для зоны $0 < x \leq 2$). Собственная частота $\nu_i \approx (2HM)^{-1} \approx 0,42$ несколько ниже среднего значения $\nu_c \approx \alpha/0,2 \approx 0,5$, хотя эти величины достаточно близки.

На фиг. 3 представлены мгновенные поля ζ (изолинии с шагом $h_c = 0,5$) из данного варианта при $t=13, 15, 17$ (здесь время отсчитывается от момента очередного изменения пространственной сетки с увеличением общего числа ее узлов до величины $K \approx 8000$ при соответствующем уменьшении шагов h_x, h_y) в зоне $0 < x < 8$.

В этом варианте область течения в широкой части канала можно условно разделить по длине на три зоны. В первой ($0 < x \leq 2-2,5$) происходит нарастание вихревых возмущений в двух практически не взаимодействующих слоях сдвига на границе струи. В этой зоне диффузия завихренности в слоях сдвига вызывает достаточно плавное увеличение по потоку характерной длины волны λ_c . Во второй зоне ($2,5-3 \leq x \leq 5-6$) наблюдаются ярко выраженные эффекты взаимодействия последовательно движущихся вихревых структур. Здесь начинают развиваться процессы частичного слияния соседних вихрей с появлением в спектре субгармоники $\nu_c \approx \approx v/2$ (в этой зоне характерная толщина слоя сдвига увеличивается более чем вдвое по сравнению с первоначальной вблизи A_{\pm}). В третьей зоне происходит формирование крупных вихревых структур за счет слияния ряда более мелких; взаимодействие этих крупных вихрей друг с другом и со стенками приводит к сложной перестройке течения по всей ширине канала с вторичной генерацией вихрей различных масштабов.

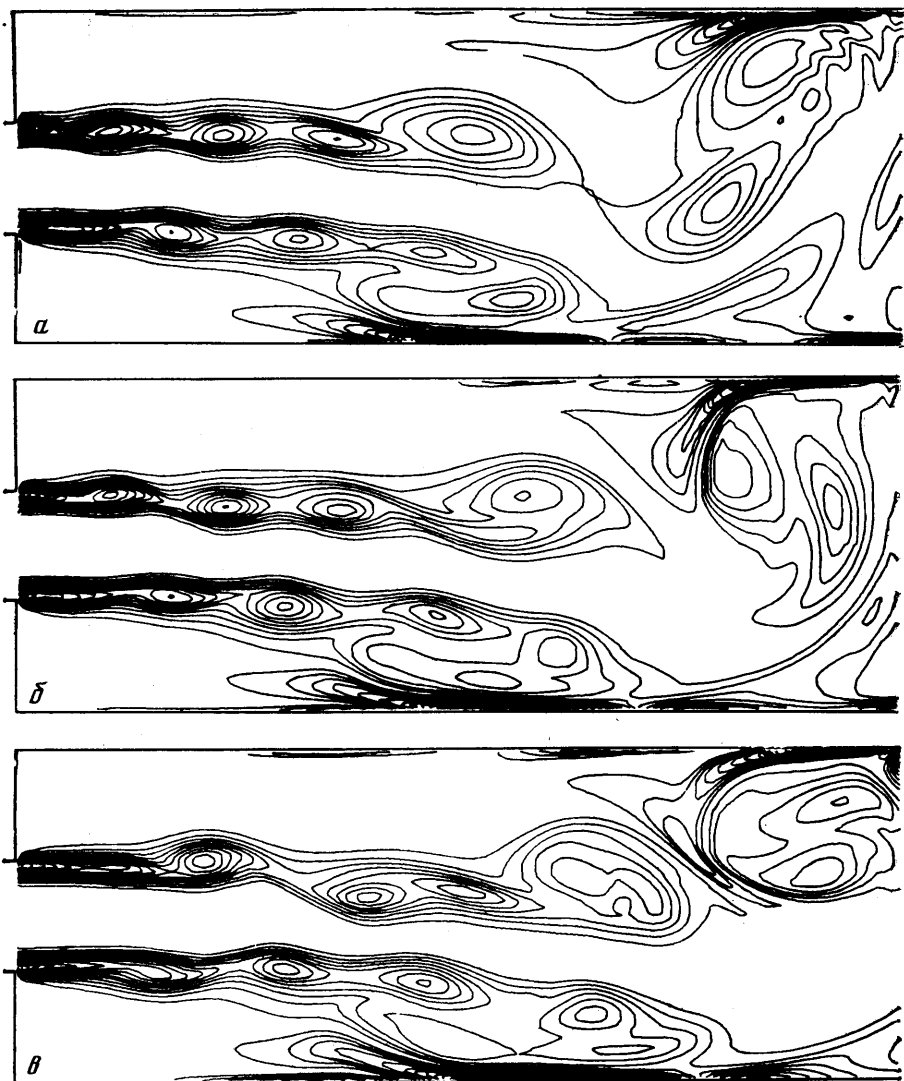
На фиг. 3 отражены последовательные этапы укрупнения вихревых структур вдоль верхней границы струи. Формирование вблизи Γ_2 вихревых структур, занимающих значительную часть сечения канала и играющих роль «тромбов», вызывает заметные колебания сопротивления всего расчетного участка канала. Этот эффект проявляется в том, что среднее давление на Γ_1 изменяется с амплитудами, достигающими 5% (с характерными временами $\tau_p \gg 1/\nu$), а отклонение среднего по длине массового расхода — до 10%.

На фиг. 4 отражено изменение во времени величин $p_a(t) = p(0, H/2, t) - p(0, -H/2, t)$, $v_a(t) = v(0, 0, t)$ из рассматриваемого варианта для $12 < t < 18$. Эти графики наглядно характеризуют звуковое поле течения вблизи сечения $x=0$. Здесь явно выделяется доминирующая частота $\nu \approx \approx 0,54$. Видно, что экстремальные значения v_a сдвинуты относительно экстремальных значений p_a в среднем на $\tau/4$ (период $\tau = 1/\nu \approx 1,85$), что характерно для стоячих звуковых волн (см. (4.3)).

В этом варианте средняя осевая линия струи нерегулярным образом изменяет свою форму во времени и находится на большей своей длине попеременно то в нижней половине области с $y < 0$ (как на фиг. 3), то в верхней. Отмеченный процесс перемещения струи отражен на фиг. 5, где даны зависимости $u_1(t) = u(2; -0,5; t)$, $u_2(t) = u(2; 0,5; t)$. Видно, что кривые u_1 , u_2 постепенно переходят из области $u_1 > u_2$ в область $u_1 < u_2$, а затем, при $t \geq 50$, наблюдается развитие обратного процесса.

6. Расчет варианта, где по отношению к предыдущему были несколько изменены условия на Γ_1 ($\xi = 1$; $\delta_u = 0,2$; $\langle m \rangle = m_1$; $c_2 \approx 0,2$; при этом на Γ_1 средняя нормальная акустическая проводимость $\beta \approx \langle u'/p' \rangle \approx -M$, см. [6]), показал, что в этом случае общий характер развивающегося нестационарного течения оставался аналогичным, с сохранением средней доминирующей частоты $\nu \approx 0,5$, хотя, конечно, в мгновенных полях параметров наблюдались возрастающие различия (расчет проводился от идентичного начального поля). Вообще в вариантах с $L > 3$ из данной серии расчетов некоторые изменения акустических свойств сечений Γ_1 , Γ_2 слабо влияли на общий характер нестационарного течения, определяемый развитием поперечных звуковых колебаний, а не продольных.

Следует обратить внимание на несколько неожиданный результат, полученный в серии расчетов с $\delta_u = 0,2$. Как было отмечено, основная частота ν находилась в диапазоне $0,46-0,54$, т. е. $\langle \nu \rangle \approx 0,5 > \nu_1 \approx 0,42$, хотя можно было предположить, что здесь частота ν будет точно подстраиваться под собственную звуковую частоту ν_1 . Тем более из линейной теории устойчивости известно, что отклонение частоты ν на 10–15% от ν_c не вызовет существенного уменьшения инкремента нарастания вихревых возмущений в слое сдвига [17]. Таким образом, важный вывод состоит в том, что рассмотренные режимы звукового самовозбуждения могут реализовываться с доминирующей частотой ν , соответствующей частоте максимально воз-

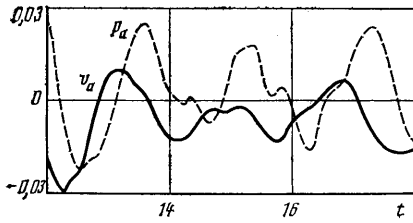


Фиг. 3

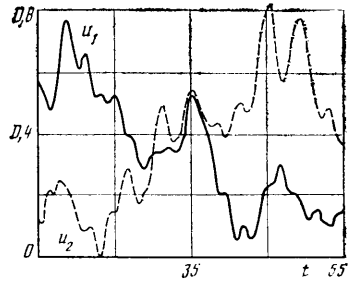
растающих вихревых возмущений в сдвиговом слое, которая отличается от ближайшей звуковой частоты ν_i . Характерно, что когда в определенные периоды решения частота ν снижалась до величины $\nu_{\min} \approx 0,46$ (т. е. условия становились ближе к резонансным), амплитуды p_a , ν_a заметно возрастали.

Был также рассчитан ряд вариантов с различными L , где в отличие от предыдущей серии было задано $\delta_u = 0,25$. Во всех этих вариантах с сохранением общего характера нестационарного течения наблюдалась средняя доминирующая частота $\langle \nu \rangle$, весьма близкая к величине $\nu_1 \approx 0,42$ (здесь $\nu_i \approx 0,1/0,25 \approx 0,4$); при этом амплитуды p_a , ν_a не отличались значительно от соответствующих максимальных значений из предшествующей серии расчетов с $\delta_u = 0,2$.

Сравнительные расчеты с $M = 0,2$ ($\delta_u = 0,25$) показали отсутствие столь ярко выраженного эффекта самовозбуждения, так как в этом случае не выполнялись условия (4.1)–(4.4) из-за того, что все собственные частоты поперечных звуковых колебаний ν_i существенно превышали величину ν_c ($\nu_1 \approx 0,84$; $\nu_i \approx 0,4$).



Фиг. 4



Фиг. 5

7. Явления, в принципе аналогичные рассмотренным, очевидно, могут наблюдаться и в реальных дозвуковых течениях (в том числе при $Re \gg \gg 10^3$) во внезапно расширяющихся пространственных каналах различной конфигурации. Например, для канала, где при $x=0$ прямоугольное сечение $l_y l_z$ симметрично расширяется до сечения $L_y L_z$ ($L_y \geq l_y$, $L_z \geq l_z$), по аналогии с разд. 4 нетрудно вывести приближенные резонансные условия звукового самовозбуждения, причем вместо (4.4) должно выполняться требование

$$v \approx \alpha / \delta_y \approx i / (2ML_y), \quad L_y > l_y \quad \text{или} \quad v \approx \alpha / \delta_z \approx i / (2ML_z), \quad L_z > l_z, \quad i=1, 2, \dots$$

Здесь δ_y , δ_z — характерные толщины погранслоев на стенках $y = \pm l_y/2$, $z = \pm l_z/2$ вблизи кромки (x — центральная ось канала, $\delta_y \ll l_y$, $\delta_z \ll l_z$, $M^2 \ll 1$).

В случае осесимметричного канала, внезапно расширяющегося от r_1 до $r_2 > r_1$, условия самовозбуждения могут реализовываться при периодическом срыве с кромки ($x=0$, $r=r_1$) кольцевых вихрей с одновременным возбуждением радиальных акустических колебаний. Тогда аналог комплекса условий (4.1) — (4.4) имеет вид

$$J_0(2\pi v_i M r_1) \neq 0; \quad J_1(2\pi v_i M r_1) \neq 0; \quad v \approx v_i \approx \frac{\eta_i}{2\pi M r_2} \approx \frac{\alpha}{\delta_u}, \quad i=1, 2, 3, \dots$$

где $\delta_u \ll r_i$ — характерная толщина погранслоя вблизи кромки, η_i — корни уравнения $J_1(\eta_i) = 0$; J_0 , J_1 — бесселевы функции нулевого и первого порядка. Первое условие исключает узел давления на кромке (в противном случае затруднена энергетическая подкачка радиальных колебаний), а второе условие исключает узел скорости v_{r_i} при $r=r_1$.

Проведенные расчеты подтверждают вывод ряда работ (см. [11]) по экспериментальным исследованиям течений в затопленных и спутных струях с внешним звуковым возбуждением о том, что в подобных задачах решающую роль играют процессы вблизи острых кромок в устье истекающей струи. Эти процессы могут определять всю дальнейшую эволюцию потока по длине. Именно поэтому крайне необходим анализ упомянутых локальных процессов с целью выработки способов управляющего воздействия на важнейшие характеристики всего исследуемого течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Abbott D. E., Kline S. J. Experimental investigation of subsonic turbulent flow over single and double backward facing steps // J. Basic Engineering, Trans. ASME, Ser. D. 1962. V. 84. № 3. P. 317–325.
2. Durst F., Melling A., Whitelaw J. H. Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion // J. Fluid Mech. 1974. V. 64. № 1. P. 111–128.
3. Osswald G. A., Ghia K. N. Unsteady Navier – Stokes simulation of internal separated flows over plane and axisymmetric sudden expansion // AIAA Paper. 1984. № 1584.
4. Milos F. S., Acrivos A. Steady flow past sudden expansions at large Reynolds numbers // J. Phys. Fluids. 1986. V. 29. № 5. P. 1353–1359.

5. Федорченко А. Т. О методике численного исследования нестационарных дозвуковых течений вязкого газа в каналах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1981. Т. 21, № 5. С. 1215—1232.
6. Федорченко А. Т. О задачах численного моделирования нестационарных пространственных течений вязкого газа в соплах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1982. Т. 22, № 1. С. 178—196.
7. Федорченко А. Т. О расчетных моделях взаимодействия вихрей с проницаемой границей области дозвукового потока // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273. № 1. С. 66—70.
8. Федорченко А. Т. О проблеме вывода вихрей через проницаемую границу расчетной области нестационарного дозвукового потока // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26. № 1. С. 114—129.
9. Аргамонов К. И. Термогидроакустическая устойчивость. М.: Машиностроение, 1982. 261 с.
10. Crighton D. G. Acoustics as a branch of fluid mechanics // J. Fluid Mech. 1981. V. 106. P. 261—298.
11. Павельев А. А., Цыганок В. И. Влияние акустической регуляризации начальных возмущений на развитие упорядоченных структур // Изв. АН СССР. МЖТ. 1986. № 1. С. 171—174.
12. Powell A. On the edgetone // J. Acoust. Soc. Amer. 1961. V. 33. № 4. P. 395—409.
13. Sato H. The stability and transition of a two-dimensional jet // J. Fluid Mech. 1960. V. 7. № 1. P. 53—80.
14. Winant C. D., Browand F. K. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number // J. Fluid Mech. 1974. V. 63. № 2. P. 237—255.
15. Hussain A., Zaman K. The free shear layer tone phenomenon and probe interference // J. Fluid Mech. 1978. V. 87. № 2. P. 349—383.
16. Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 495 с.
17. Бетцов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир, 1971. 350 с.

Москва

Поступила в редакцию
25.II.1987