

УДК 532.516

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИАПАЗОНА ПРИМЕНИМОСТИ РЕШЕНИЯ ВТОРОЙ ЗАДАЧИ СТОКСА

БУКРЕЕВ В. И.

Экспериментально показано, что течение в пограничном слое на гладком круглом цилиндре, синусоидально колеблющемся вдоль своей оси, при определенных условиях теряет устойчивость и становится похожим на турбулентное. Приведены критические значения соответствующих безразмерных комплексов.

1. К числу точных решений уравнений движения несжимаемой вязкой ньютоновской жидкости относится решение второй задачи Стокса, которое в неподвижной прямоугольной системе координат  $x, y, z$  имеет вид [1]

$$p = \text{const}, \quad v = w = 0$$
$$u = a\omega e^{-\eta y} \cos(\omega t - \eta), \quad \eta = y \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} \quad (1)$$

где  $p$  — отклонение давления от гидростатического;  $u, v, w$  — проекции скорости на оси  $x, y, z$ ;  $t$  — время;  $a, \omega, \nu$  — константы.

По физическому смыслу (1) описывает течение, обусловленное продольным колебанием бесконечной плоской пластины в безграничной жидкости по гармоническому закону  $x_* = a \sin \omega t, y_* = 0, z_* = \text{const}$ , где  $x_*, y_*, z_*$  — координаты поверхности пластины. На этой поверхности принимается условие прилипания жидкости, при  $y \rightarrow \infty$  жидкость находится в состоянии покоя, параметры  $a$  и  $\omega$  имеют смысл амплитуды и круговой частоты колебаний,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Особенность решения (1) состоит в том, что при  $(a, \omega) \rightarrow \infty$  оно предсказывает неограниченный рост градиентов  $\partial u / \partial t$  и  $\partial u / \partial y$ , так что при некотором значении своих параметров решение (1) перестанет описывать реальное поведение жидкости. Поэтому упомянутое течение представляет интерес с точки зрения изучения на нем вопросов гидродинамической устойчивости, влияния нестационарности на характер потери устойчивости и движения жидкости после этого, постановки граничных условий в закритическом режиме и др. В экспериментальном плане задача состоит в реализации соответствующего критического режима и его изучении.

В прикладном аспекте решение (1) представляет интерес при анализе воздействия волн на дно и перемещения ими наносов. В связи с такими приложениями опыты выполнялись, например, в [2, 3], где содержится информация и о более ранних исследованиях. В этих экспериментах на поверхность пластины наносились песок, сферические или цилиндрические элементы шероховатости и т. д., что, естественно, сужало область соответствия экспериментальных данных и решения (1) по сравнению со случаем гладкой пластины. Численный анализ соответствующей линейной задачи теории гидродинамической устойчивости проведен в [4].

Данное исследование имеет две особенности. Во-первых, рассматривается осесимметричный аналог решения (1), из которого это решение получается как предельный случай. Во-вторых, в опытах критический режим наблюдался на столь гладкой поверхности, что вносимые в поток воз-

мущения действительно могли считаться малыми для корректного использования линейной теории гидродинамической устойчивости.

Полученный при участии автора Г. Е. Стуровым осесимметричный аналог решения (1) имеет вид

$$p = \text{const}, \quad v = w = 0 \quad (2)$$

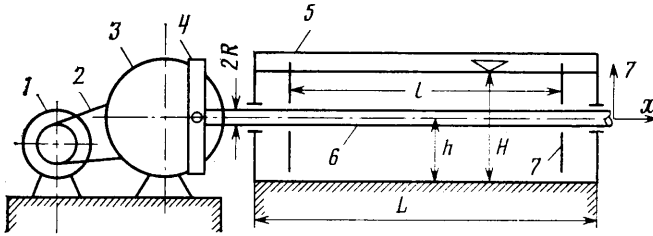
$$u = a\omega \text{ Real} [e^{i\tau} K_0(\xi\sqrt{i}) / K_0(\xi_0\sqrt{i})]$$

$$\tau = \omega t, \quad \xi = r\sqrt{\omega/\nu}, \quad \xi_0 = R\sqrt{\omega/\nu}, \quad \xi \geq \xi_0, \quad i = \sqrt{-1}$$

Здесь  $x, r, \theta$  — цилиндрическая система координат,  $u, v, w$  — соответствующие проекции скорости,  $K_0$  — функция Бесселя второго рода нулевого порядка,  $R$  — константа.

Решение (2) описывает течение во внешней области цилиндра радиуса  $R$ , колеблющегося вдоль своей оси (совпадающей с осью  $x$ ) по синусоидальному закону с амплитудой  $a$  и частотой  $\omega$ . На поверхности цилиндра принимается условие прилипания, при  $r \rightarrow \infty$  — состояние покоя. Следует отметить, что (2) является также одним из решений уравнения теплопроводности, рассмотренных, например, в [5].

2. Опыты выполнялись на установке, схема которой приведена на фиг. 1. Бак 5 с прозрачными стенками, имеющий длину  $L=100$  см и ши-



Фиг. 1

рину  $B=30$  см, заполнялся на глубину  $H=30$  см дистиллированной водой. В продольной плоскости симметрии бака на расстоянии  $h=20$  см от дна располагался горизонтально цилиндр 6 радиуса  $R$ . Высота выступов шероховатости на его поверхности имела порядок  $10^{-4} R$ .

Цилиндр совершал возвратно-поступательное движение в подшипниках скольжения из капрлона, закрепленных в торцевых стенках бака. Гидроизоляция осуществлялась войлочными сальниками. Цилиндр приводился в движение системой, детально описанной в [6]. Она включала двигатель постоянного тока 1, ременную передачу 2, маховик 3 с устройством для регулировки амплитуды и кулисный механизм 4, преобразующий вращательное движение в возвратно-поступательное по строго синусоидальному закону. Частота  $\omega$  измерялась с погрешностью не более 0,5% фотоэлектрическим счетчиком [6]. Амплитуда устанавливалась с погрешностью не более 0,5%, суммарный люфт в системе привода не превышал 1% от амплитуды.

Для изучения движения жидкости применялись два метода визуализации: частицами алюминиевой пудры микронных размеров и уранином. Освещение осуществлялось солнечным светом или охлаждаемым воздухом иодистыми лампами мощностью 1 кВт. В жидкость с помощью щелевой диафрагмы, расположенной параллельно образующей цилиндра, направлялся световой «нож» толщиной 2–3 мм. Для ослабления нагрева жидкости, порождающего конвективные движения, устанавливался тепловой фильтр из прозрачного стекла. Регистрация движения частиц-меток или процесса переноса уранина осуществлялась фотосъемкой.

3. С точностью до таких вызывающих малые возмущения факторов, как отклонения от синусоидального закона движения цилиндра, микро-неровности его поверхности и др., кинематика рассматриваемого движения характеризуется независимыми размерными параметрами  $a$ ,  $\omega$ ,  $R$ ,  $B$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $L$  и  $\nu$ . Решение (2) справедливо в асимптотических условиях  $(B_0, H_0, h_0, L_0) \rightarrow \infty$ , где индекс ноль указывает на то, что соответствующая величина нормирована на  $(\nu/\omega)^{1/2}$ . В опытах при  $r \geq 4$  см жидкость оставалась практически неподвижной, так что по параметрам  $B_0$ ,  $H_0$  и  $h_0$  указанная асимптотика была выполнена. Сложнее обстоит дело с параметром  $L_0$ , поскольку при колебании цилиндра у торцевых стенок бака образуются завихрения, которые могут оказывать влияние и на течение вдали от стенок.

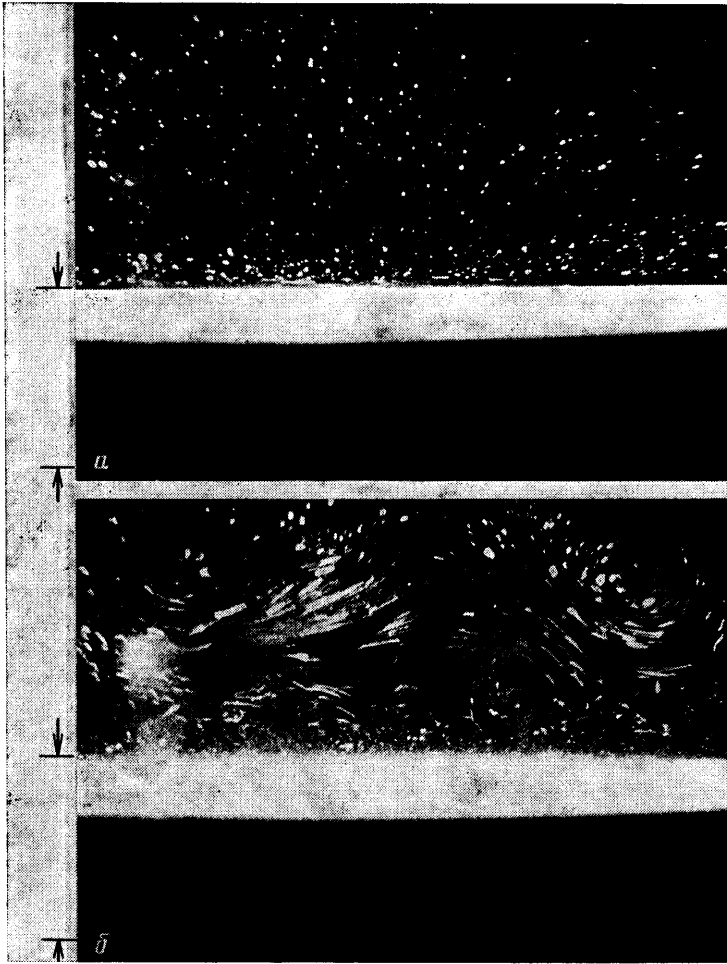
Весьма эффективным для обеспечения необходимой асимптотики по  $L_0$  оказалось применение диафрагм 7 (см. также [3]). Они представляли собой тонкие пластины с отверстиями радиуса  $R_1 = (1,5-2,5)R$ , соосными с цилиндром. При колебании цилиндра образующийся на нем пограничный слой свободно проходил через эти диафрагмы, а завихрения у торцевых стенок полностью изолировались ими от рабочей зоны. Были проведены опыты, в которых расстояние  $l$  между диафрагмами варьировалось от 8,5 до 90 см, и оказалось, что описываемый далее критический режим не зависит от  $l$  в указанном диапазоне его значений. Это позволяет считать, что результаты опытов справедливы при  $L_0 \rightarrow \infty$ .

Из оставшихся параметров можно составить два независимых безразмерных комплекса, причем из решения (2) видно, что в качестве одного из них удобно взять  $\xi_0 = R\sqrt{\omega/\nu}$  — комбинацию характерных гидродинамических критериев подобия Рейнольдса и Струхала. Следует ожидать, что наибольшая универсальность результатов опытов будет иметь место, если в качестве второго безразмерного параметра взять  $A = a\sqrt{\omega/\nu}$ .

4. Фотоснимки на фиг. 2 и 3 (стрелками отмечены верхняя и нижняя кромки цилиндра) показывают, что решение (2) применимо в ограниченном диапазоне значений указанных безразмерных критериев. При определенном их сочетании течение под влиянием малых возмущений резко перестраивается и по внешним признакам становится похожим на турбулентное. В этом случае толщина пограничного слоя значительно увеличивается, в нем наблюдаются интенсивные трехмерные флуктуации с широким спектром частот и пространственных масштабов. Вопрос о том, в какой мере эти флуктуации случайны, пока остается открытым.

Фотоснимки на фиг. 2 получены при визуализации течения частицами алюминиевой пудры, которые при своем движении оставляют на снимке светлые «треки». Съемка выполнялась с выдержкой 1 с. При значениях параметров  $\xi_0 = 24$ ,  $A = 142$  в полном соответствии с теорией движение наблюдается лишь в очень тонком слое у поверхности цилиндра (в данном опыте — в слое толщиной порядка 2 мм), и только здесь частицы оставляют на снимке заметные треки (фото *a*). Вне этого слоя частицы-метки практически неподвижны и даже при столь значительной выдержке регистрируются в виде светлых точек. Обращает на себя внимание эффект осветления потока с частицами непосредственно у твердой границы. Градиенты скорости здесь так велики, что даже частицы микронных размеров испытывают заметную боковую силу и оттесняются от границы.

В закритическом режиме ( $\xi_0 = 70$ ,  $A = 415$ , фиг. 2) частицы-метки оставляют значительные треки в существенно более широкой области, чем в докритическом. Следует отметить, что из-за трехмерности течения многие частицы в закритических условиях уходят из светового «ножа» за время выдержки 1 с, не оставив на снимке заметных треков. Такой эффект проявляется на небольших расстояниях от цилиндра особенно сильно, и по этой причине на снимке почти нет длинных треков, хотя здесь наблюдаются наиболее интенсивные флуктуации.



Фиг. 2

На фиг. 3 приведены фотоснимки, полученные в до- (фото *a*) и закритическом (фото *b*) режимах течения, с использованием уранина для визуализации и с выдержкой при съемке  $1/30$  с. В докритическом режиме уранин остается только в тонком пограничном слое (светлая полоса на фото *a*), покидая его лишь в результате молекулярной диффузии. Но уранин, выпущенный на поверхность в одной точке, медленно разносится вдоль цилиндра и за пределы интервала чисто конвективного переноса  $\Delta x = 2a$ , хотя в направлении оси  $x$  течение однородно. Это — проявление известного эффекта продольной дисперсии в потоке с градиентом скорости. В закритических условиях уранин, выпущенный на поверхность цилиндра, интенсивно разносится в существенно более широкой области, чем это следует из решения (2).

Визуальные наблюдения показали, что перестройка течения происходит в несколько стадий. Если зафиксировать все размерные параметры задачи и увеличивать только  $\omega$ , то при малых его значениях жидкость движется в полном соответствии с решением (2). Движение близко к одномерному, скорость жидкости в нем отслеживает во времени колебания цилиндра с предсказываемым теорией сдвигом фазы по координате  $r$ . Амплитуда колебаний быстро (по теории — практически экспоненциально) убывает по  $r$ . С ростом  $\omega$  толщина слоя  $\delta$ , в котором происходит заметное движение, уменьшается (по теории  $\delta \sim \omega^{-1/2}$ ).



Фиг. 3

При некоторых значениях  $\omega$  на фоне основного течения периодически появляются редко расположенные вихреобразования, слабо искажающие основное течение. Но при определенном с большой точностью повторяющемся в опытах значении  $\omega_*$ , которое принимается далее за критическое, пограничный слой взрывообразно утолщается и сплошь заполняется «хаотическими» флуктуациями с широким спектром масштабов и частот. При этом нужно ждать несколько минут, чтобы находящийся в строго критических условиях поток внезапно «турбулизовался».

При обратном переходе от закритического состояния к докритическому мелкомасштабные флуктуации исчезали в опытах при частоте, отличающейся от  $\omega_*$  в меньшую сторону на величину порядка 1%. При этом, прежде чем окончательно затухнуть, они периодически вспыхивали в ограниченных областях по координате  $x$ .

5. В отличие от тех гидродинамических задач, в которых критические условия характеризуются одним безразмерным критерием — числом Рейнольдса, в рассматриваемом течении два независимых критерия: числа Рейнольдса и Струхалия или критерии  $\xi_0$  и  $A$ . Поэтому в фазовой плоскости  $(\xi_0, A)$  критические условия изображаются некоторой функцией  $A_*(\xi_0)$ . Если сочетание параметров  $\xi_0$  и  $A$  таково, что соответствующая точка на фазовой плоскости оказывается ниже кривой  $A_*(\xi_0)$ , то движение устойчиво к малым возмущениям. В противном случае из-за потери устойчивости решение (2) теряет смысл.

R, см	a, см	$\omega/2\pi$ , с <sup>-1</sup>	v, см <sup>2</sup> /с	$\xi_0$	A*
1,5	10,00	2,60	0,0105	59,2	394
1,5	8,90	3,10	0,0101	65,9	391
1,5	8,00	3,80	0,0101	72,9	389
1,5	7,40	4,50	0,0101	79,3	391
1,5	6,45	5,80	0,0101	90,1	387
0,9	14,55	1,25	0,0105	24,6	398
0,9	13,55	1,47	0,0106	26,6	388
0,9	11,95	1,79	0,0105	29,4	391
0,9	10,35	2,33	0,0105	33,6	386
0,9	9,25	2,87	0,0105	37,3	383
0,9	8,60	3,47	0,0105	41,0	392
0,9	7,75	4,18	0,0105	45,0	388
0,9	6,75	5,55	0,0105	51,9	389
0,5	14,55	1,29	0,0105	13,9	404
0,5	13,20	1,54	0,0105	15,2	401
0,5	10,25	2,58	0,0105	19,6	403
0,3	11,80	1,93	0,0103	10,3	405
0,15	12,50	2,10	0,0098	5,5	459
0,15	9,10	3,83	0,0098	7,4	451

Можно ожидать, что с ростом  $\xi_0$  функция  $A_*(\xi_0)$  должна стремиться к постоянной величине, характерной для пограничного слоя на плоской пластине. Это соображение основано на том, что решение (2) при замене переменной  $\eta\sqrt{2} = \xi - \xi_0$  приближается с ростом  $\xi_0$  к решению (1). Расчеты на ЭВМ показали, что абсолютное значение разности между решениями (1) и (2) не превышает 1% от  $a\omega$ , если  $\xi_0 \geq 15$ . Докритические профили скорости на плоской пластине, которые получаются и в расчетах для цилиндра при больших  $\xi_0$ , можно найти в [1].

Экспериментальная информация о функции  $A_*(\xi_0)$ , полученная в данной работе, приведена в таблице. Можно видеть, что при  $\xi_0 \geq 24,6$  экспериментальные значения  $A_*$  группируются около постоянной средней величины  $\langle A_* \rangle = 390$  со случайным разбросом, характеризующимся среднеквадратичным отклонением  $\sigma = 3,9$  и коэффициентом вариации  $\sigma/\langle A_* \rangle = 0,01$ . При меньших  $\xi_0$  величина  $A_*$  возрастает, что свидетельствует о повышенной устойчивости осесимметричного течения по сравнению с плоским. Это можно объяснить тем, что после потери устойчивости на пластине могут образовываться вихри с прямой осью, тогда как на цилиндре простейшие вихри имеют форму тора, и на их искривление нужна дополнительная энергия.

Автор благодарит Е. Ф. Ведерникова и Ф. Е. Митковского за техническую помощь при создании экспериментальной установки, а также В. Ф. Левашову за расчеты на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Sleath J. F. A. Velocity measurements close to the bed a wave tank // J. Fluid Mech. 1970. V. 42. Pt 1. P. 111–123.
3. Keiller D. C., Sleath J. F. A. Velocity measurements close to a rough plate oscillating in its own plane // J. Fluid Mech. 1976. V. 73. Pt 4. P. 673–691.
4. Chen C. J., Hwang R. J. Hydrodynamic stability of Stoke's second problem // Theoretical and Applied Mechanics 14th IUTAM Congr. Delft. 1976. Amstr. Amsterdam. North-Holland. 1976. P. 23.
5. Корнев Б. Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях. М.: Физматгиз, 1960. 458 с.
6. Букреев В. И., Зыков В. В., Романов Е. М., Шагин В. М. Экспериментальная установка и методика измерений нестационарного турбулентного течения в трубе // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. 1976. № 7. С. 101–105.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
27.VI.1986