

УДК 533.6.011.55

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА
НЕРАВНОМЕРНЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА ПРИ ПОДАЧЕ
ГАЗА С ПОВЕРХНОСТИ

ЕРЕМЕЙЦЕВ И. Г., ПИЛЮГИН Н. Н., ЮНИЦКИЙ С. А.

Рассматривается осесимметричное обтекание гладких затупленных тел неравномерным потоком газа при больших числах Маха. Набегающий поток представляет собой параллельное осесимметричное течение, в котором скорость и температура зависят от радиального расстояния от оси симметрии, а давление постоянно. На оси симметрии скорость имеет минимум, а температура — максимум. Характерной особенностью такого обтекания является существование двух качественно различных режимов течения: отрывного [1–4], когда в ударном слое на лобовой поверхности есть замкнутая область возвратно-циркуляционного течения, и безотрывного [5, 6], когда такой зоны нет. В настоящей работе исследуется случай безотрывного обтекания. Уравнения тонкого вязкого ударного слоя с обобщенными условиями Ранкина — Гюгонио на ударной волне и граничными условиями на теле, учитывающими подачу газа с поверхности, решены численно. Анализируется влияние подачи газа на условия безотрывного обтекания в зависимости от числа Рейнольдса, получены критические значения параметра неравномерности $a = a_k$ [5]. Показано, что при больших числах Рейнольдса подача газа с поверхности практически не влияет на величину a_k , а при малых и умеренных — уменьшает область безотрывного обтекания.

При больших числах Рейнольдса и интенсивной подаче газа с поверхности для окрестности критической точки получено асимптотическое решение задачи, которое сравнивается с численным.

Ранее сверхзвуковое обтекание тел с непроницаемой поверхностью неравномерным потоком рассматривалось в ряде экспериментальных [1, 2] и теоретических [3–6] работ. Для моделирования отрывных режимов обтекания применялись уравнения Навье — Стокса и Эйлера [3, 4]. Асимптотический анализ невязкого ударного слоя проведен в [5], численное решение уравнений вязкого ударного слоя получено в [6].

1. Постановка задачи. Рассмотрим обтекание затупленного тела неравномерным потоком вязкого сжимаемого газа, распределение газодинамических параметров в котором имеет вид [3]

$$\begin{aligned} V_1(z) &= 1 - ae^{-bz^2}, & P_1(z) &= \text{const} \\ \rho_1(z) &= B[1 + C(1 - dV_1^2)]^{-1} \\ B &= 1 + C(1 - d), & d &= (1 - a)^{-2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $V_\infty V_1$, $\rho_\infty \rho_1$, $\rho_\infty V_\infty^2 P_1$ — соответственно скорость, плотность, давление газа в набегающем потоке; $R_0 z$ — расстояние до оси симметрии потока, R_0 — характерный линейный размер обтекаемого тела; a , b , C — параметры, характеризующие неравномерность набегающего потока; V_∞ , ρ_∞ — скорость и плотность газа при $z \rightarrow \infty$.

Для расчета a , b , C могут быть использованы, например, формулы, полученные в [7]. Параметр a характеризует величину дефекта скорости на оси симметрии, его значение зависит от коэффициента сопротивления первого тела и расстояния между телами. С увеличением расстояния дефект скорости уменьшается. Параметр b зависит от соотношения диаметров тел и определяет ширину профиля. Дефект температуры характеризуется параметром C . Отметим, что случай $a=0$ соответствует обтеканию тела равномерным потоком газа.

Пусть x, y — система ортогональных криволинейных координат, нормально связанных с поверхностью тела; x определяет расстояние вдоль образующей тела, измеренное от критической точки, y — расстояние по нормали к поверхности тела.

Уравнения гиперзвукового вязкого ударного слоя в безразмерных переменных в системе координат x, y имеют вид [6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho r_w u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r_w v) &= 0 \\ \rho Du &= -\varepsilon \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \rho \kappa u^2 = \frac{\partial P}{\partial y} \\ \rho DT &= 2\varepsilon u \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{2\mu}{K} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1.2) \\ P &= \rho T, \quad \mu = T^\omega, \quad D \equiv u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \\ K &= \varepsilon \operatorname{Re}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{2\gamma}, \quad \operatorname{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_0}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \\ \sigma &= \frac{\mu_0 \mu c_p}{\lambda}, \quad \mu_0 = \mu(T_0), \quad T_0 = \frac{V_\infty^2}{2c_p}, \quad G = \frac{\rho_w V_w}{\rho_\infty V_\infty} \\ \Lambda &= \frac{\rho_w V_w^2}{\rho_\infty V_\infty^2} \end{aligned}$$

Здесь $V_\infty u, \varepsilon V_\infty v$ — компоненты вектора скорости, соответствующие осям x, y ; $\rho_\infty V_\infty^2 P, \varepsilon^{-1} \rho_\infty \rho, T_0 T, \mu_0 \mu, \lambda$ — соответственно давление, плотность, температура, коэффициенты вязкости и теплопроводности; c_p, c_v — удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме, κ — продольная кривизна поверхности тела, r_w — расстояние до оси симметрии. Все линейные размеры отнесены к характерному размеру R_0 , нормальная координата — к εR_0 ; в качестве R_0 выбирался радиус кривизны тела при $x=0$. Индексы ∞, w относятся к величинам в набегающем потоке и на поверхности тела.

На ударной волне будем задавать обобщенные условия Рэнкина — Гюгонио [8, 9], которые в сверхзвуковом приближении при неравномерном обтекании имеют вид

$$\begin{aligned} y = y_s(x): \quad \rho \left(v - u \frac{\partial y_s}{\partial x} \right) &= \rho_1 V_1 v_\infty, \quad P = \rho_1 V_1^2 v_\infty^2 \\ \rho_1 V_1 v_\infty (u - V_1 u_\infty) &= \frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.3) \\ \rho_1 V_1 v_\infty (T + u^2 - V_1^2) &= \frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{2\mu}{K} u \frac{\partial u}{\partial y} \\ u_\infty &= \cos \alpha, \quad v_\infty = -\sin \alpha \end{aligned}$$

Здесь α — угол между касательной к поверхности тела и осью симметрии $z=0$.

На поверхности тела зададим условие прилипания для продольной составляющей скорости, расход газа и температуру стенки

$$y=0: \quad u=0, \quad \rho v=G(x), \quad T=T_w(x) \quad (1.4)$$

Применимость модели тонкого вязкого ударного слоя с обобщенными условиями Рэнкина — Гюгонно на ударной волне для описания гиперзвукового равномерного обтекания гладких затупленных тел обоснована в [8, 9]. При подаче газа с поверхности тела ($\Lambda \rightarrow 0$) система (1.2) верно описывает течение в ударном слое [10]. Уравнения невязкого ударного слоя [11] с обычными условиями Рэнкина — Гюгонно (записанные в гиперзвуковом приближении) получаются из (1.2), (1.3) предельным переходом $K \rightarrow \infty$. В [6] модель тонкого вязкого ударного слоя обобщена на случай неравномерного обтекания.

Численное решение задачи получено методом [6], основанным на применении неявной конечно-разностной схемы четвертого порядка точности по поперечной координате [12]. При численном решении система (1.2) — (1.4) записывалась в переменных типа Дородницына

$$\xi = x, \quad \eta = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho dy, \quad \Delta = \int_0^{y_s} \rho dy$$

$$u = u_\infty \frac{\partial f}{\partial \eta}, \quad T = v_\infty^2 \vartheta, \quad \rho r_w v = - \frac{\partial}{\partial x} (r_w \Delta u_\infty f) \quad (1.5)$$

Подробно алгоритм численного решения изложен в [6].

Численное решение получено для случая $G(x) = \text{const}$, $T_w(x) = \text{const}$ в следующем диапазоне определяющих параметров задачи:

$$1 \leq \text{Re} \leq 10^6; \quad 1,1 \leq \gamma \leq 1,4; \quad 0,1 \leq T_w \leq 0,3$$

$$0 \leq G \leq 0,3; \quad 0,5 \leq \omega \leq 1; \quad \sigma = 0,71$$

$$0 \leq a \leq a_k; \quad 0 < b < \infty; \quad 3 < C < 5$$

При значениях параметра a , больших a_k , в ударном слое образуются возвратно-циркуляционные зоны, расчет которых необходимо проводить в рамках полных уравнений Навье — Стокса [4].

2. Численное решение уравнений вязкого ударного слоя в окрестности критической точки. Рассматривая (1.1) — (1.4) в переменных Дородницына (1.5) при $\xi = 0$, получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений с граничными условиями на ударной волне $\eta = 1$ и на поверхности тела $\eta = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(l \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) = \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{1}{\xi} \frac{\partial P}{\partial \xi} - 2f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{l}{\sigma} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right) = - 2f \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial P_2}{\partial \eta} = 2\Delta \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2$$

$$P = \rho \vartheta, \quad l = \frac{\mu \rho}{K \Delta^2}, \quad P_2 = \frac{1}{\xi} \frac{\partial P}{\partial \xi} \quad (2.2)$$

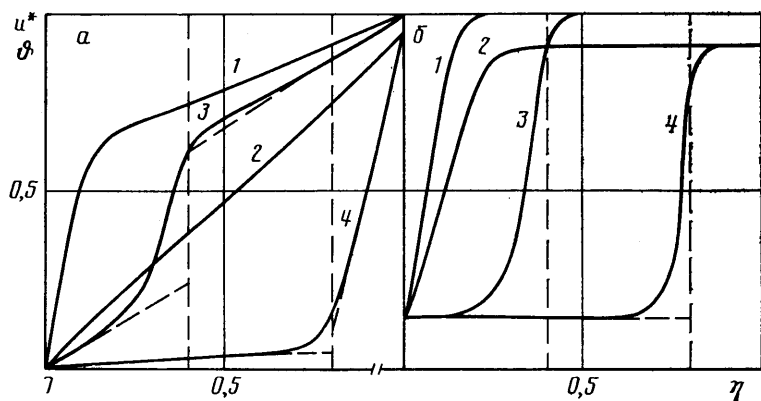
$$\eta = 1: \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{l \Delta}{\rho_1 V_1} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = V_1, \quad \vartheta + \frac{l \Delta}{\rho_1 V_1 \sigma} \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} = V_1^2$$

$$f = \frac{\rho_1 V_1}{2\Delta}, \quad P = \rho_1 V_1^2, \quad P_2 = 2\rho_1 V_1^2 \left[\frac{2ab(1+C)}{V_1} - 1 \right] \quad (2.3)$$

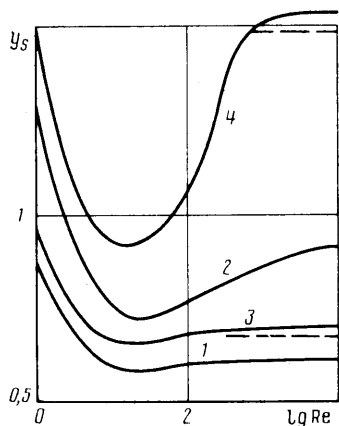
$$\eta=0: \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, \quad f = -\frac{G}{2\Delta}, \quad \vartheta = \vartheta_w$$

$$\rho_1 = B, \quad V_1 = 1 - a$$

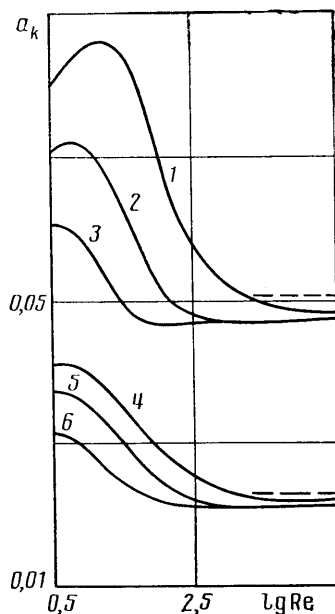
Результаты расчетов для различной неравномерности набегающего потока приведены сплошными линиями на фиг. 1, 2. Характерные профили касательной компоненты скорости $u^* = u/u_\infty$ и температуры ϑ представлены на фиг. 1 для $Re \approx 5623$; $\gamma = 1,4$; $T_w = 0,15$; $b = 2,6$; $C = 4$ (кривые 1, 2 соответствуют $a = 0$; $0,047$; $G = 0$). Здесь же изображены профили для случая интенсивной подачи газа (кривые 3, 4 — $a = 0$; $0,047$; $G = 0,1$). Неравномерность набегающего потока заметно влияет на профили скорости и температуры как для непроницаемой поверхности ($G = 0$), так и при подаче газа ($G = 0,1$). Сформировавшийся у непроницаемой поверхности при больших числах Рейнольдса пограничный слой для скорости u^* (кривая 1 на фиг. 1, а) при увеличении параметра a «размазывается» по ударному слою (ср. с кривой 2). Характер профилей температуры вблизи стенки остается



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

прежним, а в вязкой части ударного слоя температура уменьшается. Расчеты показывают, что неравномерность набегающего потока резко увеличивает толщины ударного слоя и слоя вдуваемых газов (см. также фиг. 2). Так, для условий, приведенных на фиг. 1, толщина слоя вдува в переменных Дородницына η_c увеличивается почти в 2 раза (или приблизительно в 10 раз в физических переменных), в результате чего сильно деформируются профили u^* , ϑ .

На фиг. 2 изображен отход ударной волны в физических переменных y_s в зависимости от числа Рейнольдса для тех же значений параметров, что и на фиг. 1 (обозначения аналогичные). Величина y_s , отнесенная к εR_0 , подсчитывалась по формуле

$$y_s = \Delta \int_0^1 \frac{d\eta}{\rho}$$

Неравномерность набегающего на тело потока сильно влияет на зависимости $y_s(Re)$, особенно при числах $Re \geq 10^2$. При $G=0,1$ для $a=0,047$ наблюдается значительный рост отхода ударной волны (кривая 4).

При малых числах Рейнольдса можно аналогично работе [13] получить приближенное аналитическое решение системы (2.1)–(2.3). Для отхода Δ и значений скорости u_s и температуры ϑ_s на ударной волне при $\omega=1$ находим

$$\begin{aligned} \Delta &= g + \sqrt{g^2 + \frac{2g}{K\rho_1 V_1}}, & g &= \frac{\rho_1 V_1 + G}{2V_1} \\ u_s &= \frac{2V_1 g}{\Delta}, & \vartheta_s &= \frac{\sigma \Delta K \rho_1 V_1^3 + \vartheta_w}{1 + \sigma \Delta K \rho_1 V_1} \end{aligned} \quad (2.4)$$

При $1 \leq Re \leq 50$ профили скорости и температуры в ударном слое близки к линейным [6, 13], поэтому из (2.4) следует:

$$u^* = u_s \eta, \quad \vartheta = \vartheta_w + (\vartheta_s - \vartheta_w) \eta, \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (2.5)$$

Результаты численных расчетов удовлетворительно аппроксимируются аналитическими формулами (2.4), (2.5). Заметим, что соотношения (2.4), (2.5) могут быть использованы и для оценки трения и теплового потока на стенку при малых числах Рейнольдса. Уточнение данного решения может быть проведено методом последовательных приближений, как это сделано в [13].

Зависимость величины a_k от числа Рейнольдса представлена на фиг. 3 для различных значений расхода вдуваемого газа и различной неравномерности набегающего потока ($b=2,6$; $C=4$; $G=0$; $0,1$; $0,3$ — кривые 1–3 соответственно; $b=7,2$; $C=3$; $G=0$; $0,1$; $0,3$ — кривые 4–6). При больших числах Рейнольдса величина a_k выходит на свое асимптотическое значение, не зависящее от расхода вдуваемого газа и числа Re . С увеличением G область безотрывного обтекания при малых и умеренных числах Рейнольдса становится меньше. Сравнение кривых 1–3 и 4–6 показывает существенное влияние параметра неравномерности b на величину области безотрывного обтекания.

3. Асимптотическое решение уравнений вязкого ударного слоя в окрестности критической точки при интенсивной подаче газа. При больших числах Рейнольдса задача (2.1)–(2.3) сингулярна и для ее асимптотического решения может быть использован метод внешних и внутренних разложений. В этом случае в ударном слое реализуется трехслойная картина течения [10], согласно которой вязкость и теплопроводность существенны только в области подвешенного пограничного слоя (слоя смещения), а вне его течение в первом приближении описывается невязкими уравнениями.

При решении внешней задачи слой смешения заменяется поверхностью контактного разрыва, на которой задаются условия непрерывности давления P и градиента давления P_2 . Положение поверхности разрыва определяется из условия $f=0$. Решение внешней задачи может быть найдено в квадратурах, если положить $P_2(\eta)=\text{const}$. Обозначим $\beta=\varepsilon P_2$, $\beta=\text{const}$. Для главных членов разложения в слое, прилежащем к поверхности тела, получаем выражения (3.1), а в ударном слое — (3.2):

$$\begin{aligned} \vartheta(\eta) &= \vartheta_w, & \rho(\eta) &= \frac{\rho_1 V_1^2}{\vartheta_w}, & f(\eta) &= -\frac{\beta \cdot \Delta}{2G} \eta^2 - \frac{G}{2\Delta} \\ \beta_* &= \frac{\beta \vartheta_w}{\rho_1 V_1^2}, & P &= \rho_1 V_1^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \vartheta(\eta) &= V_1^2, & \rho(\eta) &= \rho_1, & f(\eta) &= \frac{\rho_1 V_1}{2\Delta} + V_1(\eta-1) + \\ & & & & + \frac{\Delta}{2\rho_1 V_1} (V_1^2 + \beta_*) (\eta-1)^2, & \beta_* &= \frac{\beta}{\rho_1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Для отхода поверхности контактного разрыва η_c и толщины собственного ударного слоя η_{SL} имеем

$$\eta_c = \frac{G}{\Delta \sqrt{1-\beta_*}}, \quad \eta_{SL} = \frac{\rho_1 V_1}{\Delta (V_1 + \sqrt{1-\beta_*})} \quad (3.3)$$

откуда, используя $\eta_c + \eta_{SL} = 1$, получаем отход Δ в переменных Дородницына

$$\Delta = \frac{G}{\sqrt{1-\beta_*}} + \frac{\rho_1 V_1}{V_1 + \sqrt{1-\beta_*}} \quad (3.4)$$

Для расчета отхода контактной поверхности y_c и ударной волны y_s в физических переменных получаем формулы

$$y_c = \frac{G \vartheta_w}{\rho_1 V_1^2 \sqrt{1-\beta_*}}, \quad y_s = y_c + \frac{V_1}{V_1 + \sqrt{1-\beta_*}} \quad (3.5)$$

Величину градиента давления P_2 на контактной поверхности определим из уравнения $dP_2/d\eta = 2\Delta (df/d\eta)^2$, которое, следуя [11], перепишем в виде $dP_2/df = 2\Delta df/d\eta$. Интегрируя, находим выражение для β

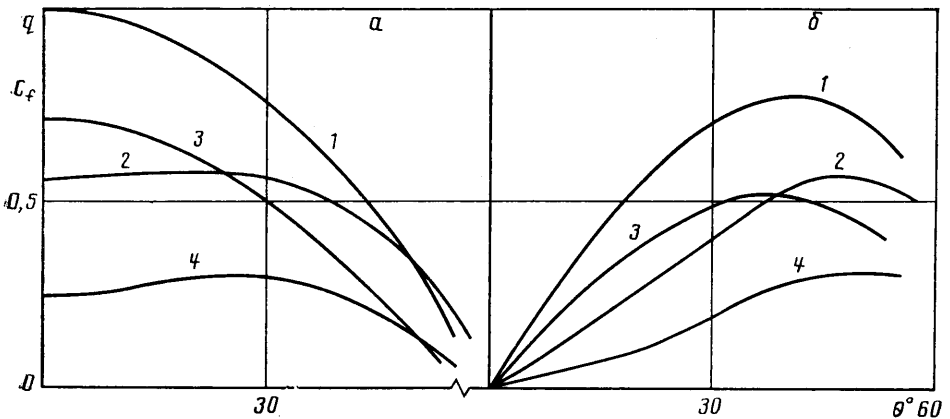
$$\beta = 2\varepsilon \rho_1 V_1^2 \left[\frac{2ab(1+C)}{V_1} - \frac{4}{3} \right] \quad (3.6)$$

Отметим, что построенное выше асимптотическое решение остается справедливым до тех пор, пока $\beta < 0$. В случае равномерного обтекания при $a=G=0$ формулы (3.1)–(3.6) переходят в известное решение [10].

Критические значения параметра неравномерности a_h^∞ находятся из условия $\beta=0$

$$a_h^\infty = [1 + 1,5b(1+C)]^{-1} \quad (3.7)$$

Некоторые результаты расчетов по асимптотическим формулам (3.1)–(3.7) приведены штриховыми линиями на фиг. 1–3. Как видно из фиг. 1, профили скорости и температуры, полученные из численного и асимптотического решений задачи, хорошо согласуются друг с другом вне слоя смешения, т. е. в области, где действие вязкости и теплопроводности незначительно. С ростом параметра неравномерности a различие между численным и асимптотическим решением становится меньше. Вертикальные



Фиг. 4

штриховые линии на фиг. 1 соответствуют поверхности контактного разрыва. Величины y_s и Δ , рассчитанные по асимптотическим формулам (3.4), (3.5), также хорошо согласуются с численным решением при числах $Re \geq 10^3$.

Заметим, что полученное в (3.7) выражение для критического значения a_k^∞ не зависит от параметра G . Следовательно, при $a \leq a_k^\infty$ в ударном слое независимо от того, есть подача газа или ее нет, наблюдается безотрывное течение без возвратно-циркуляционных зон при любых числах Рейнольдса. При $a > a_k^\infty$ в ударном слое возможны возвратные течения. Подчеркнем, что полученное асимптотическое решение справедливо при больших числах Рейнольдса и интенсивной подаче газа. Оно остается верным и может быть применено к расчету обтекания при больших числах Рейнольдса и $G=0$.

4. Расчет обтекания сферы. Поведение характеристик течения на боковой поверхности затупленного тела было изучено на примере обтекания сферы. Влияние неравномерности набегающего потока на распределения теплового потока q и коэффициента трения c_f вдоль проницаемой поверхности тела при умеренном числе $Re=100$ проиллюстрировано на фиг. 4, а, б ($\gamma=1,4$; $\omega=0,5$; $T_w=0,15$; $b=2,6$; $C=4$; кривые 1, 2 соответствуют $a=0$; $0,047$; $G=0$; кривые 3, 4 — $a=0$; $0,047$; $G=0,1$). Выражения для q и c_f имеют вид (тепловой поток отнесен к $1/2\rho_\infty V_\infty^3$, коэффициент трения — к $1/2\rho_\infty V_\infty^2$)

$$y=0: q' = \frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad c_f' = \frac{2\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$q = q' \sqrt{Re}, \quad c_f = c_f' \sqrt{Re}$$

Тепловой поток при неравномерном обтекании почти на всей лобовой части сферы (до $\theta \sim 50^\circ$) меньше, чем в равномерном набегающем потоке. С ростом параметра неравномерности a этот эффект усиливается. В случае $a=0$ отношение теплового потока в критической точке при $G=0$ к тепловому потоку при $G=0,1$ равно $\sim 1,4$ для условий обтекания, приведенных на фиг. 4. Аналогичное отношение при $a=0,047$ становится больше и составляет уже $\sim 2,2$. Таким образом, в неравномерном потоке эффективность подачи газа выше, чем в равномерном. Данное свойство сохраняется и на боковой поверхности сферы до $\theta < 50^\circ$. Заметим, что для расчета теплового потока к непроницаемой поверхности при больших числах Рейнольдса можно воспользоваться аналитической формулой [5], обобщающей на случай неравномерного обтекания результаты Лиза

$$q^* = (m_1^2 m_2)^{1/4} (\cos \theta)^{m_3}, \quad q^* = q/q_p$$

$$m_1 = 1 - 2n_1, \quad m_2 = 1 - 3/2 (3/4 a + n_2 + n_3), \quad m_3 = 2/9 (a - 12n_2 + 4n_3)$$

$$n_1 = a(1+C), \quad n_2 = n_1 b, \quad n_3 = aC$$

Здесь q_p — величина теплового потока в равномерном потоке, которая получается либо в результате численного решения задачи, либо задается по формуле Лиза.

Распределения коэффициента трения c_f при $G \neq 0$ (фиг. 4, б) ведут себя в целом как и при $G=0$: сначала c_f возрастает, затем, достигнув в некоторой точке на боковой поверхности тела максимума, убывает. Подача газа уменьшает абсолютные значения коэффициента трения. Действие параметра неравномерности a на c_f проявляется аналогично.

На отход ударной волны y_S неравномерность набегающего потока влияет неодинаково в критической точке и на боковой поверхности тела [6]. При $\xi=0$ рост параметра неравномерности a приводит к увеличению отхода y_S , а на боковой поверхности y_S при $a \neq 0$ растет медленнее, чем y_S при $a=0$ (что приводит к пересечению в некоторой точке зависимостей $y_S(\theta)$, полученных для разных a). При $G \neq 0$ качественный характер зависимостей $y_S(\theta)$ не меняется.

Авторы выражают благодарность Г. А. Тирскому за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Charwat A. F., Ross J. N., Dewey F. C., Jr., Hitz J. A. An investigation of separated flows. Pt 1. The pressure field // J. Aero Space Sci. 1961. V. 28. № 6. P. 457–470.
2. Хлебников В. С. Исследование течения перед сферой, помещенной в следе тела, при сверхзвуковом обтекании // Уч. зап. ЦАГИ. 1971. Т. 2. № 1. С. 42–48.
3. Lin T. C., Reeves B. L., Siegelman D. Blunt-body problem in non-uniform flowfields // AIAA Journal. 1977. V. 15. № 8. P. 1130–1137.
4. Головачев Ю. П., Леонтьева Н. В. Численное исследование обтекания затупленного тела, расположенного в области сверхзвукового следа. Препринт № 918. Л.: ФТИ АН СССР им. А. Ф. Иоффе, 1984. 35 с.
5. Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н. Теплообмен и сопротивление тела, расположенного в дальнем сверхзвуковом следе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 60–67.
6. Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н., Юницкий С. А. Исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя около затупленных тел при неравномерном обтекании // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 3. С. 154–159.
7. Пилюгин Н. Н., Тихомиров С. Г., Чернявский С. Ю. Приближенный метод расчета параметров воздуха и интенсивности излучения в дальнем следе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 165–175.
8. Cheng H. K. The blunt-body problem in hypersonic flow at low Reynolds number // Inst. Aerospace Sci. Paper. 1963. № 92. 100 p.
9. Тирский Г. А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим многокомпонентным потоком газа при наличии вдува // Науч. тр. Ин-та механики МГУ. 1975. № 39. С. 5–38.
10. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и сильном вдуве инородных газов // ПММ. 1974. Т. 38. Вып. 6. С. 1015–1023.
11. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение. 1975. 327 с.
12. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.
13. Гершбейн Э. А., Юницкий С. А. Исследование гиперзвукового пространственного вязкого ударного слоя в окрестности критической точки при наличии вдува или отсоса // ПММ. 1979. Т. 43. Вып. 5. С. 817–828.

Москва

Поступила в редакцию
8.VI.1987