

УДК 532.5.84

**РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ НАСОС-ТУРБИН
НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЙ ПРЯМОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ
ТЕОРИИ ГИДРОМАШИН**

КЛИМОВИЧ В. И.

Численное решение прямой осесимметричной задачи для гидротурбин рассматривалось, например, в [1-3], а методы расчета трехмерных течений в лопастных системах гидромашин — в [4-6].

В данной статье рассматривается прямая осесимметричная задача теории гидромашин для течений в турбинном и насосном режимах работы. При постановке и численном решении задачи учитываются условия на кромках лопастных систем [7, 8], выражающие основные законы сохранения. Расчет пространственного распределения давления в лопастных системах осуществлялся с использованием асимптотических соотношений [1, 9]. Приведены результаты расчетов и сопоставление расчетных и экспериментальных данных для течений в проточной части быстроходной насос-турбины.

1. Математическая модель. На фиг. 1 изображена меридиональная проекция проточной части гидромашин: D_1, D_3, D_5 — области свободного вихревого потока, D_2 — направляющий аппарат (НА), D_4 — рабочее колесо (РК).

Уравнения, описывающие осесимметричное течение идеальной несжимаемой ($\rho = \text{const}$) жидкости в РК гидромашин, имеют вид (см., например, [1])

$$\frac{1}{H_1 H_2} \left(\frac{\partial H_2 c_2}{\partial q_1} - \frac{\partial H_1 c_1}{\partial q_2} \right) = F \quad (1.1)$$

$$F = - \frac{1}{c_1 H_2} \frac{\partial I}{\partial q_2} - \frac{1}{H_1 H_2} \left(\frac{\partial R c_u}{\partial q_1} \frac{\partial \Phi}{\partial q_2} - \frac{\partial R c_u}{\partial q_2} \frac{\partial \Phi}{\partial q_1} \right) \quad (1.2)$$

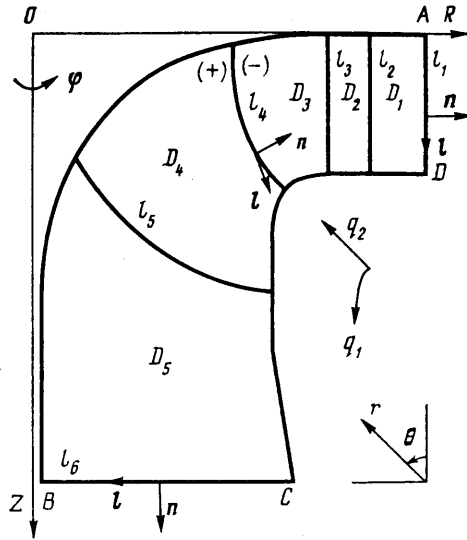
$$\frac{\partial}{\partial q_2} (\tau H_1 H_3 c_2) + \frac{\partial}{\partial q_1} (\tau H_2 H_3 c_1) = 0 \quad (1.3)$$

$$c_u - \omega R = \frac{H_3}{H_1} \frac{\partial \Phi}{\partial q_1} c_1 + \frac{H_3}{H_2} \frac{\partial \Phi}{\partial q_2} c_2 \quad (1.4)$$

$$I = I(\psi) = G - \omega R c_u, \quad G = p/\rho + 1/2 c^2$$

Здесь $H_1, H_2, H_3 = R$ — коэффициенты Ламе, соответствующие криволинейным координатам $q_1, q_2, q_3 = \varphi$ (см. фиг. 1); $c_1, c_2, c_3 = c_u$ — компоненты абсолютной скорости c ; $\Phi = \Phi(q_1, q_2)$ — уравнение среднеканальной поверхности тока, отождествляемой со средней поверхностью лопасти; $\tau(q_1, q_2)$ — коэффициент стеснения потока лопастями; ω — угловая скорость вращения РК; I и G — константы Бернулли в относительном и абсолютном движениях соответственно; p — давление; ψ — функция тока меридионального течения, определяемая равенством

$$d\psi = \tau R (H_1 c_2 dq_1 - H_2 c_1 dq_2) \quad (1.5)$$



Фиг. 1

В зоне направляющих лопаток \$D_2\$ осесимметричное течение несжимаемой жидкости описывается уравнениями (1.1)–(1.4), в которых следует положить \$\omega=0\$. В зонах свободного вихревого потока \$D_1, D_3, D_5\$ течение описывается уравнением (1.1), в котором функция \$F\$ имеет вид (\$G=G(\psi)\$, \$Rc_u=Rc_u(\psi)\$)

$$F|_{D_i} = -\frac{1}{c_1 H_2} \frac{\partial G}{\partial q_2} + \frac{Rc_u}{R^2 H_1 c_1} \frac{\partial Rc_u}{\partial q_2}, \quad i=1, 3, 5 \quad (1.6)$$

С учетом введенной функции тока \$\psi\$ (1.5) уравнение (1.1) преобразуется к виду

$$H_1 H_2 R \operatorname{div} \left(\frac{1}{\tau R^2} \nabla \psi \right) = F' \quad (1.7)$$

Функция \$F'\$ (см. (1.2), (1.6)) в областях \$D_1\$–\$D_5\$ определяется соотношениями

$$F'|_{D_i} = \tau H_1 H_2 R \frac{dI_i}{d\psi} + J(\Phi, Rc_u), \quad i=2, 4 \quad (1.8)$$

$$F'|_{D_i} = H_1 H_2 R \left[\frac{dG_i}{d\psi} - \frac{1}{2R^2} \frac{d}{d\psi} (Rc_{ui})^2 \right], \quad i=1, 3, 5 \quad (1.9)$$

$$J(f_1, f_2) = D(f_1, f_2) / D(q_1, q_2)$$

$$G_i(\psi) \equiv G|_{D_i}, \quad I_i(\psi) \equiv I|_{D_i}, \quad Rc_{ui}(\psi) \equiv Rc_u|_{D_i}$$

Уравнение (1.4) в \$D_2, D_4\$ с учетом введенной функции \$\psi\$ имеет вид (\$\omega=0\$ в \$D_2\$)

$$Rc_u = \omega R^2 + \frac{R}{\tau H_1 H_2} J(\psi, \Phi) \quad (1.10)$$

Уравнения (1.7)–(1.10) справедливы и для турбинного, и для насосного (когда поток жидкости меняет направление на противоположное) режимов работы. При этом соответствующие константы Бернулли для турбинного режима работы определяются соотношениями (\$G_0(\psi)=\$

$$=G(\psi)|_{l_i} \\ G_1(\psi)=G_3(\psi)=I_2(\psi)=G_0(\psi), \quad I_4(\psi)=G_0(\psi)-\omega Rc_{u3}(\psi) \\ G_5(\psi)=G_0(\psi)-\omega Rc_{u3}(\psi)+\omega Rc_{u5}(\psi) \quad (1.11)$$

для насосного режима работы ($G_0(\psi)=G(\psi)|_{l_6}$)

$$G_5(\psi)=G_0(\psi), \quad I_4(\psi)=G_0(\psi)-\omega Rc_{u5}(\psi) \\ G_3(\psi)=I_2(\psi)=G_1(\psi)=G_0(\psi)-\omega Rc_{u5}(\psi)+\omega Rc_{u3}(\psi) \quad (1.12)$$

Здесь $G_0(\psi)$ — заданное распределение константы Бернулли на входе в проточную часть.

Граничные условия для прямой осесимметричной задачи (т. е. при заданных Φ и τ в D_2, D_4) формулируются следующим образом. Функция ψ для турбинного режима работы на линиях AB и CD принимает соответственно значения

$$\psi|_{AB}=0, \quad \psi|_{CD}=\psi^* \quad (1.13)$$

для насосного режима работы

$$\psi|_{AB}=\psi^*, \quad \psi|_{CD}=0 \quad (1.14)$$

Здесь $Q=2\pi\psi^*$ — заданный расход. На линиях l_1 и l_6 задаются углы наклона γ_1, γ_6 меридиональных линий тока (\mathbf{n} и \mathbf{l} — единичные векторы нормали и касательной к рассматриваемым линиям)

$$\operatorname{tg} \gamma_i(l) = \frac{\partial \psi}{\partial n} \left(\frac{\partial \psi}{\partial l} \right)^{-1}, \quad i=1,6 \quad (1.15)$$

На кромках НА и РК (линиях l_2-l_5) граничные условия имеют вид [7, 8]

$$[\tau c_n]_{-}^{+}|_{l_i}=0, \quad [c_l]_{-}^{+}|_{l_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial l} [Rc_u]_{-}^{+}|_{l_i}=0, \quad i=2, \dots, 5 \quad (1.16)$$

Для турбинного режима работы на выходных по направлению течения кромках НА и РК (линиях l_3, l_5) требуется непрерывность момента окружной скорости

$$[Rc_u]_{-}^{+}|_{l_i}=0, \quad i=3,5 \quad (1.17)$$

Для насосного режима работы условие непрерывности Rc_u ставится на других кромках НА и РК (линиях l_2, l_4)

$$[Rc_u]_{-}^{+}|_{l_i}=0, \quad i=2,4 \quad (1.18)$$

Соотношения (1.16) связывают скачки меридиональной и окружной проекции скорости. При этом на поверхностях разрыва параметров потока, вообще говоря, имеет место излом меридиональных линий тока и возникают «ударные» потери энергии, определяемые кинетической энергией «потерянной» скорости (см. [1]) и дающие существенный вклад в уменьшение КПД на нерасчетных режимах работы.

На входе в проточную часть помимо $G_0(\psi)$ задается также момент скорости; для турбинного режима работы задается $Rc_{u1}=Rc_{u1}(\psi)$, для насосного режима $Rc_{u5}=Rc_{u5}(\psi)$.

Таким образом, прямая осесимметричная задача для турбинного режима работы сводится к решению краевой задачи (1.7)–(1.11), (1.13), (1.15)–(1.17) относительно функции тока ψ . Для насосного режима работы имеем краевую задачу (1.7)–(1.10), (1.12), (1.14)–(1.16), (1.18).

После расчета осесимметричного потока и определения c_1, c_2, c_u рас-

считываются распределения относительных скоростей на двух сторонах (g, p) лопастей РК и НА с помощью асимптотических формул [1, 9]

$$w_{g,p} = w \pm \frac{\tau l c_s}{k w} \frac{\partial R c_u}{\partial S}$$

$$w^2 = c_1^2 + c_2^2 + (c_u - \omega R)^2, \quad c_s = (c_1^2 + c_2^2)^{1/2}$$

Здесь k — число лопастей, S — длина дуги вдоль меридиональной линии тока $\psi = \text{const}$, c_s — меридиональная проекция скорости. Распределение давлений на лопастях НА и РК, необходимое для оценки кавитационных качеств гидромашины, определяется из уравнения Бернулли

$$p_{g,p} = \rho [I^{-1/2} w_{g,p}^2 + 1/2 (\omega R)^2] \quad (1.19)$$

2. Методика численного решения. Рассмотрим основные особенности алгоритма численного решения кривой задачи на примере турбинного режима работы радиально-осевой гидромашины.

Введем криволинейную систему координат $q_1 = \theta$, $q_2 = r$, $q_3 = \varphi$ (см. фиг. 1), тогда $H_1 = r$, $H_2 = 1$, $H_3 = R$. Отобразим расчетную область $D_1 - D_5$ на единичный квадрат в плоскости переменных ξ , η с помощью преобразования

$$\eta = \frac{r - r_1(\theta)}{r_2(\theta) - r_1(\theta)} \quad (2.1)$$

$$\xi|_{D_i} = \xi_i + \frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} (\theta - \theta_i), \quad i = 1, \dots, 5$$

Здесь $r = r_1(\theta)$ и $r = r_2(\theta)$ — уравнения линий CD и AB соответственно. При этом линии l_i , описываемые в плоскости θ, r уравнениями $\theta = \theta_i(r)$, отображаются в прямые $\xi = \xi_i$ на плоскости ξ, η ($0 = \xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_6 = 1$).

Производя конечно-разностную аппроксимацию (1.7) с помощью 11-точечной схемы [10] во всех внутренних узлах расчетной сетки, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений

$$\Delta_{m,n} = \sum_{r=m-1}^{m+1} \sum_{k=n-1}^{n+1} Q_{r,k} \psi_{r,k} + Q_{m,n-2} \psi_{m,n-2} + Q_{m,n+2} \psi_{m,n+2} - F_{m,n}^* = 0 \quad (2.2)$$

В областях НА и РК конечно-разностная аппроксимация (1.7) производится с учетом уравнения (1.10), при этом

$$F^*|_{D_i} = \tau H_1 H_2 R \frac{dI_i}{d\psi} + J(\Phi, \omega R^2), \quad i = 2, 4$$

$$F^*|_{D_i} = F'|_{D_i}, \quad i = 1, 3, 5$$

Рассмотрим разностную аппроксимацию граничных условий на кромках лопастных систем. Вблизи линии l_i ($\xi = \xi_i = (i-1)h_i$) введем две дополнительные прямые $\xi = \xi^- = \xi_i + h_i$ и $\xi = \xi^+ = \xi_i - h_i$, формально совпадающие с сеточными линиями $\xi = \xi_i + h_i$ и $\xi = \xi_i - h_i$ соответственно. Здесь h_i — разностный шаг по координате ξ . Прямую $\xi = \xi^-$ присоединим к области D_{i-1} , а $\xi = \xi^+$ — к области D_i . Соотношения (1.16) в разностной форме после преобразований принимают вид

$$\psi_{l,n}^+ = \psi_{l,n}^- \quad (2.3)$$

$$\psi_{l+1,n} - \psi_{l-1,n}^+ = (\psi_{l+1,n}^- - \psi_{l-1,n}^-) B_{l,n}^- / B_{l,n}^+ + C_{l,n}$$

$$B^{\pm} = \tau^{\mp} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} - \frac{\partial \theta_i}{\partial r} \frac{\partial \xi}{\partial r} \right)^{\pm}$$

$$C = - \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial l} [Rc_u]_{-} + \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial n} [\tau]_{+}^{\mp} \right) \frac{2h_1}{B^{\pm}} \left[\frac{1}{r^2} + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial r} \right)^2 \right]^{\pm 1/2}$$

Введенные фиктивные значения функции тока на линиях $\xi = \xi^{-}$, $\xi = \xi^{+}$, а также $\psi_{i,n}^{-}$ и $\psi_{i,n}^{+}$ входят в конечно-разностные аналоги уравнения (1.7) (см. (2.2)), записанные с обеих сторон линии $\xi = \xi_i$.

Конечно-разностная аппроксимация граничных условий (1.15) производилась стандартным методом. Граничные условия (1.13) имеют вид

$$\psi_{m,1} = \psi^*, \quad \psi_{m,N} = 0, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.4)$$

Таким образом, уравнения (2.2) совместно с граничными условиями (2.3), (2.4) представляют собой замкнутую систему нелинейных алгебраических уравнений.

Отметим, что на границах раздела областей D_i и D_{i-1} ($i = 2, \dots, 5$) коэффициенты разностных уравнений и их правые части, вообще говоря, разрывны (см. (2.1)).

Для решения полученной выше системы конечно-разностных уравнений применялся метод последовательных приближений

$$\psi_{m,n}^{j+1} = \psi_{m,n}^j - t \left(\frac{\Delta_{m,n}}{Q_{m,n}} \right)^j \quad (2.5)$$

Здесь j — номер итерации. На линиях l_i , $i = 2, \dots, 5$ метод последовательных приближений (2.5) приводит к следующим соотношениям:

$$(\psi_{i,n}^{-})^{j+1} = (\psi_{i,n}^{-})^j - t \left(\frac{\Delta_{i,n}^{-}}{Q_{i,n}^{-}} \right)^j, \quad (\psi_{i,n}^{+})^{j+1} = (\psi_{i,n}^{+})^j - t \left(\frac{\Delta_{i,n}^{+}}{Q_{i,n}^{+}} \right)^j \quad (2.6)$$

Для определения на l_i величин $\psi_{i-1,n}^{+}$, $\psi_{i+1,n}^{-}$ соотношения (2.3), (2.4), (2.6) преобразуются к виду, удобному для применения метода прогонки.

Найденные значения $\psi_{i-1,n}^{+}$, $\psi_{i+1,n}^{-}$ используются в методе последовательных приближений (2.6).

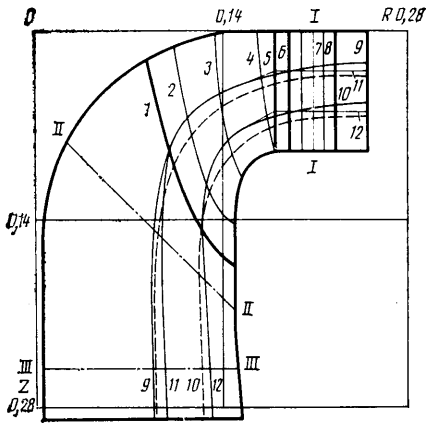
Итерационный процесс (2.5) заканчивался при достижении заданной точности ϵ .

На определенных режимах работы гидромашин возможно появление инерционного отрыва за РК (см., например, [1]). При расчете предусматривалось выделение зоны инерционного отрыва, которая моделировалась «застойной» областью со значением расходной скорости, равной нулю.

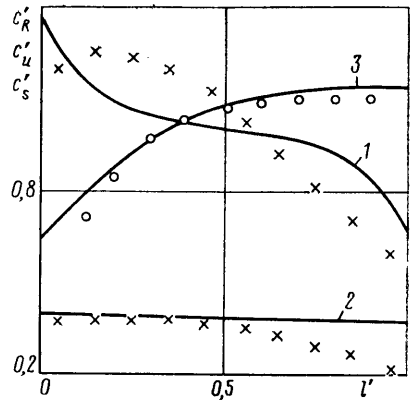
Постановка задач расчета течений в проточной части гидромашин для турбинного и насосного режимов работы по существу одинакова, и поэтому расчеты турбинного и насосного режимов работы гидромашин проводятся по единой методике.

Описанный метод позволил эффективно рассчитывать осесимметричный поток в проточной части реальных гидромашин; для расчетной сетки 10×40 затраты машинного времени на ЭВМ ЕС-1060 составляли 2–3 мин.

3. Примеры расчетов. Расчеты проводились для быстроходной насос-турбины, меридиональная проекция которой изображена на фиг. 2. В качестве рабочего колеса выбиралось РК ОРО-29 (число лопастей $k=7$), спроектированное и испытанное в ЛПИ им. М. И. Калинина на модели диаметром $d_1=0,362$ м. На фиг. 2 в зонах НА и РК кривые 1–8 — линии



Фиг. 2

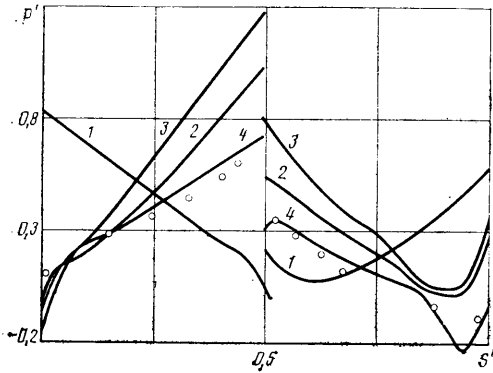


Фиг. 3

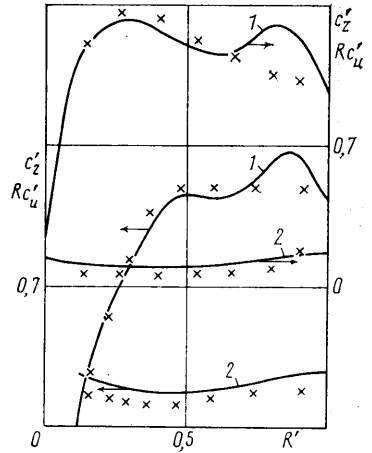
равных значений функции Φ . В РК на линиях 1–4 $\Phi=0; 0,54; 1,08; 1,62$, а в НА на линиях 5–8 $\Phi=0; -0,087; -0,231; -0,3036$. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для насосного режима работы при $Q=0,168 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $\omega=62,83 \text{ с}^{-1}$ показано на фиг. 3 (расчет – сплошная линия). Отметим, что для насосного режима работы расчет и эксперимент проводились без НА. Полагалось $Rc_{u5}(\psi)=0$, $G_0(\psi)=0$. Кривые 1, 2 на фиг. 4 – распределения $c_R'=c_R c_0^{-1}$ и $c_u'=c_u(\omega R)^{-1}$ (c_0 – средняя расходная скорость) в сечении I–I при $R=0,21 \text{ м}$ (l' – безразмерная длина меридионального сечения). Кривая 3 – распределение меридиональной проекции скорости $c_s'=c_s c_{s0}^{-1}$ в сечении II–II; c_{s0} – среднее значение меридиональной проекции скорости. На фиг. 2 кривые 9, 10 – линии тока меридионального течения для насосного режима работы, соответствующие значениям $\psi=0,67 \psi^*$ и $0,33 \psi^*$. На фиг. 4 кривая 1 – распределение давлений на лопасти РК $p'=p_{s,p} N^{-1} Q^{-1}$ (см. (1.19)) на средней линии тока $\psi=0,5 \psi^*$, где S' – безразмерная длина вдоль профиля лопасти, отсчитываемая от выходной кромки по часовой стрелке. Здесь

$$N=2\pi r \omega \int_0^{\psi^*} (Rc_{u5}-Rc_{u3}) d\psi$$

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для двух турбинных режимов работы дается на фиг. 5 (расчет – сплошные линии). Кривые 1, 3 и 2, 4 – распределения $c_z'=c_z H^{-1/2}$ и $Rc_u'=Rc_u H^{-1/2} d_1^{-1}$: 1, 2 отвечают режимным параметрам $\omega=54,978 \text{ с}^{-1}$, $Q=0,19 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $H=4,46 \text{ м}$; 3, 4 – $\omega=60,214 \text{ с}^{-1}$, $Q=0,177 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $H=3,93 \text{ м}$, где H – напор. Полагалось $G_0(\psi)=gH$, $g=9,81 \text{ мс}^{-2}$. Момент скорости на входе в проточную часть определялся спиральной камерой, имевшей угол спирали $\alpha_c=0,4424$; при этом $Rc_{u1}=\psi^*/(b_0 \text{ tg } \alpha_c)$, где b_0 – высота НА. Результаты, представленные на фиг. 5, даны для сечения III–III ($Z=0,25 \text{ м}$); R' – безразмерный радиус меридионального сечения. Отметим, что на режиме с параметрами $Q=0,177 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $\omega=60,214 \text{ с}^{-1}$, $H=3,93 \text{ м}$ (нерасчетный режим) вблизи оси вращения РК гидромашин в зоне отсасывающей трубы возникает область инерционного отрыва, размеры которой удовлетворительно рассчитываются на основании предлагаемого выше метода. На фиг. 4 кривые 2, 3 отвечают распределениям давлений на лопасти РК $p'=p_{s,p} H^{-1} \rho^{-1}$ на средней линии тока для режимов с параметрами $Q=0,19 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $\omega=54,978 \text{ с}^{-1}$, $H=4,46 \text{ м}$ и $Q=0,177 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$, $\omega=60,214 \text{ с}^{-1}$, $H=3,93 \text{ м}$ соответственно. На фиг. 2 кривые 11, 12 – линии тока меридионального течения, соответствующие $\psi=0,33 \psi^*$ и $0,67 \psi^*$, для турбинно-



Фиг. 4



Фиг. 5

го режима работы с параметрами $Q=0,177 \text{ м}^3\text{с}^{-1}$, $\omega=60,214 \text{ с}^{-1}$, $H=3,93 \text{ м}$. В расчете на входе в РК наблюдается для этого режима излом меридиональных линий тока (см. (1.16)). На фиг. 2 пунктирные линии — линии тока меридионального течения потенциального потока ($F=0$ в (1.1)), соответствующие $\psi=0,33 \psi^*$ и $0,67 \psi^*$.

На фиг. 4 расчетные кривые 4 сравниваются с экспериментальными данными по распределению давления для средней линии тока на лопасти рабочего колеса радиально-осевой гидротурбины с РК РО-805а (число лопастей $k=16$), спроектированной и испытанной на ПО ЛМЗ. Сравнение производилось на режиме с параметрами $Q=0,58 \text{ м}^3\text{с}^{-1}$, $\omega=7,016 \text{ с}^{-1}$, $H=1 \text{ м}$, $d_1=1 \text{ м}$.

Анализ результатов проведенных расчетов показал, что в турбинном режиме работы течение в общем случае вихревое и может значительно отличаться от потенциального даже для номинального режима. В насосном режиме работы меридиональный поток в общем случае не является равнораспределенным. Так, для приведенного примера расчета меридиональная проекция скорости c_s в РК изменялась от 1,4 до 3,5 мс^{-1} . Эти обстоятельства необходимо учитывать при проектировании и отработке рабочих колес насос-турбин, которые в настоящее время, как правило, проектируются по насосному режиму работы в равнораспределенном потоке.

Приведенные результаты расчетов показывают удовлетворительное согласование с экспериментом. Они свидетельствуют о возможности использования осесимметричной модели движения для последующего расчета двумерных течений через решетки профилей на осесимметричных поверхностях тока [1, 9], расчета пограничного слоя на лопастях и потерь энергии в проточной части гидромашин, а также оптимизации проточной части гидравлических турбин, насосов и насос-турбин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
2. Заболотный Ф. Т. Расчет установившегося осесимметричного вихревого течения несжимаемой невязкой жидкости в радиально-осевой турбомашине // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1979. № 3. С. 147–155.
3. Сироткин Я. А. Осесимметричное вихревое течение в турбинной ступени на переменных режимах // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1983. № 2. С. 120–131.
4. Adler D. Status of centrifugal impeller internal aerodynamics. Pt I: Inviscid flow prediction methods // Trans. ASME, ser. A. 1980. V. 102. № 3. P. 193–206.
5. Lacor C., Hirsch Ch. Non-viscous three-dimensional rotational flow calculations in blade passages // Notes Numer. Fluid Mech. 1982. V. 5. P. 150–161.

6. *Моргунов Г. М.* Интегральный метод трехмерного расчета вихревого баротропного течения в турбомашинах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 3–12.
7. *Сироткин Я. А., Степанов Г. Ю.* Установившееся осесимметричное вихревое течение невязкой жидкости в многоступенчатых турбомашинах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 6. С. 3–15.
8. *Lurie K. A., Fedorov A. V., Klimovich V. I.* Conditions along the boundaries of bladed zones within the flow tracts of turbines // Int. J. Numer. Methods in Fluids. 1982. V. 2. № 3. P. 299–311.
9. *Топаж Г. И., Федоров А. В.* Асимптотический метод решения квазитрехмерной задачи расчета течения жидкости в гидротурбине: Препринт № 809. Л.: ФТИ им. А. Ф. Иоффе АН СССР. 1983. 21 с.
10. *Климович В. И.* Численное решение задачи оптимального профилирования лопастей рабочего колеса гидротурбины в вихревом потоке // Гидромеханика. 1986. Вып. 53. С. 65–72.

Ленинград

Поступила в редакцию
16.II.1987