

УДК 533.6.011.5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИПОТЕЗЫ ИСКРИВЛЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ОПЕРЕННОГО ТЕЛА

МИНОСЦЕВ В. Б., РОЗИН А. В.

Рассматривается пространственное сверхзвуковое обтекание осесимметричных оперенных тел, вращающихся относительно продольной оси, потоком идеального газа. Излагается метод расчета, основанный на численном решении уравнений Эйлера конечно-разностным методом. Влияние вращения тела учитывается в рамках гипотезы искривления [1], которая позволяет при условии малости безразмерной скорости вращения свести решение нестационарной пространственной задачи сверхзвукового обтекания вращающегося тела к решению стационарной задачи обтекания невращающегося тела с искривленными специальным образом консолями оперения. Приводится решение задачи о раскрутке оперенного тела под действием набегающего потока.

1. Рассмотрим сверхзвуковое пространственное обтекание осесимметричного тела равномерным потоком невязкого нетеплопроводного газа. Если консоли оперения, установленные на теле, имеют угол установки, отличный от нуля, то под действием набегающего потока компоновка начинает вращаться вокруг своей оси. Скорость вращения растет до выхода на установившийся режим, который в дальнейшем будем называть режимом авторотации, а соответствующую угловую скорость — скоростью авторотации. На этом режиме угловая скорость тела совершает периодические колебания около своего среднего значения. Поэтому, говоря о скорости авторотации, будем иметь в виду ее среднее значение.

Предположим, что линейная скорость концевых точек консоли оперения много меньше компоненты скорости потока вдоль оси тела. Действительно, отношение скоростей, как правило, не превышает нескольких сотых. Поэтому точную постановку задачи можно упростить, считая относительную скорость вращения тела малой величиной.

В нулевом приближении можно оценить силы и моменты, действующие на вращающееся оперенное тело, положив скорость вращения равной нулю (приближение квазистатики). Это условие означает, что частица газа успевает пролететь вдоль консоли за время, за которое консоль практически не успевает сместиться. При авторотирующей компоновке это условие выполняется, когда тангенс угла установки консоли (а он приближенно равен отношению линейных скоростей точек консоли и частиц газа) близок к нулю. Расчету в нулевом приближении была посвящена работа [2], где в частности, было показано, что при угле установки консолей, равном нулю, нормальная сила и момент тангажа слабо зависят от угла крена.

Однако в нулевом приближении нельзя вычислить скорость вращения тела. Для учета эффектов вращения в первом приближении можно использовать гипотезу искривления.

Введем декартову систему координат (x_1, y_1, z_1) . Ось x совместим с осью тела, плоскость x_1y_1 — плоскость угла атаки. Наряду с декартовой введем цилиндрическую систему координат (x_1, r_1, φ_1) .

Вращение оперения вокруг оси тела приводит к тому, что в произволь-

ной точке консоли появляется дополнительный местный угол атаки $\Delta\alpha = \Omega r_1/u$. Здесь Ω — угловая скорость вращения тела, r_1 — радиус точки на поверхности консоли, u — проекция вектора скорости газа на ось тела.

Вместо того чтобы рассматривать вращающиеся консоли оперения, можно представить себе эквивалентные невращающиеся консоли, искривленные таким образом, чтобы местные углы наклона поверхности к вектору скорости потока увеличились бы на угол $\Delta\alpha$. Суммарный угол атаки будет равен [3] $\alpha = \alpha_m + \delta + \Delta\alpha$. Здесь α_m — угол подхода частиц газа к меридиональной плоскости, в которой лежит точка консоли, δ — угол установки консоли. При такой замене консоль из плоской становится винтообразной.

2. Рассмотрим нестационарное сверхзвуковое обтекание вращающегося оперенного тела. Течение в цилиндрической системе координат описывается следующим векторным уравнением [4]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t_1} + \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r_1} + \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \varphi_1} = \mathbf{f} \quad (2.1)$$

$$\sigma = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w)^T, \quad \mathbf{a} = (\rho u, p + \rho u^2, \rho uv, \rho uw)^T,$$

$$\mathbf{b} = (\rho v, \rho uv, p + \rho v^2, \rho vw)^T, \quad \mathbf{c} = (\rho w, \rho uw, \rho vw, p + \rho w^2)^T$$

$$r\mathbf{f} = -(\rho v, \rho uv, \rho v^2 - \rho w^2, 2\rho vw)^T$$

Перейдем к новым независимым переменным

$$x_* = x_1, \quad r_* = r_1; \quad \varphi_* = \varphi_1 - \Omega t_1, \quad t_* = t_1$$

В новых переменных координаты тела не зависят от времени, но от времени зависит вектор скорости набегающего потока. Пусть $d\Omega/dt \ll 1$, тогда векторное уравнение (2.1) принимает вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t_*} + \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_*} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r_*} + \frac{\partial}{\partial \varphi_*} (\mathbf{c} - \Omega \sigma) = \mathbf{f} \quad (2.2)$$

Перейдем к криволинейным координатам

$$x_k = x_*, \quad r_k = r_*; \quad \varphi_k = \varphi_* + \omega \cdot (x_* - x_F), \quad t_k = t_*$$

Здесь ω — параметр искривления, а x_F определяет плоскость $x_* = x_F$, в которой угловые координаты точек не меняют своего значения.

Уравнение (2.2) в криволинейных координатах примет следующий вид:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t_k} + \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_k} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r_k} + \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \varphi_k} + \frac{\partial}{\partial \varphi_k} (\omega \mathbf{a} - \Omega \sigma) = \mathbf{f}$$

Теперь воспользуемся приближением квазистатики, т. е. будем считать, что все функции слабо зависят от t_k , тогда производными по времени можно пренебречь

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_k} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r_k} + \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \varphi_k} + \frac{\partial}{\partial \varphi_k} (\omega \mathbf{a} - \Omega \sigma) = \mathbf{f} \quad (2.3)$$

Уравнение (2.3) совпадает по внешнему виду с уравнением, описывающим стационарное течение в цилиндрической системе координат, за исключением последнего члена в левой части. Выберем параметр искривления ω таким образом, чтобы этот член был мал. Положим $\omega = \Omega / \langle u \rangle$, где $\langle u \rangle$ — среднее значение компоненты скорости u вблизи консолей оперения. Или

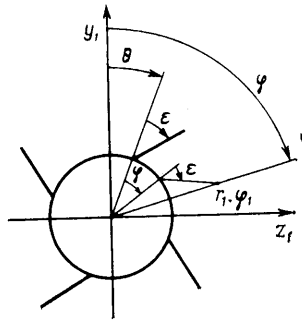
$$\Omega = kU\omega$$

Здесь k — коэффициент, равный отношению $\langle u \rangle$ и компоненты скорости U невозмущенного потока.

Выражение в скобках в уравнении (2.3) примет вид:

$$\frac{\Omega}{\langle u \rangle} \begin{pmatrix} \rho u - \rho \langle u \rangle \\ p + \rho u^2 - \rho u \langle u \rangle \\ \rho v u - \rho v \langle u \rangle \\ \rho w u - \rho w \langle u \rangle \end{pmatrix}$$

Считаем разность $(u - \langle u \rangle)$ малой величиной порядка $O(\Omega r/U)$. Это справедливо при небольших углах атаки. Покажем, что при этих условиях $\partial p/\partial \varphi_k$ также есть величина порядка $O(\Omega r/U)$. Действительно, из третьего уравнения системы (2.3) следует, что $\partial p/\partial \varphi_k$ того же порядка малости, что и w . А из сделанных предположений и граничных условий на консолях оперения следует, что w есть величина порядка $O(\Omega r/U)$. Таким образом, векторное уравнение (2.3) с точностью до членов второго порядка



Фиг. 1

малости $O(\Omega^2 r^2/U^2)$ совпадает с уравнением, описывающим стационарное течение идеального газа в цилиндрической системе координат. Аналогичные рассуждения справедливы и для уравнения энергии. Граничные условия на вращающихся консолях при сделанных выше предположениях переходят в условие непротекания на соответствующих искривленных консолях. Следовательно, задача о нестационарном течении около вращающегося оперенного тела сводится к стационарной задаче для тела с искривленными консолями оперения.

3. На фиг. 1 изображено сечение тела с несколькими консолями оперения плоскостью $x_1 = \text{const}$. Предположим, что все консоли плоские, тонкие, имеют одинаковую форму в плане и один угол установки (при расчете эти ограничения можно обойти за счет построения соответствующей расчетной сетки).

Введем угол ε — угол между полярным лучом $\varphi_1 = \text{const}$, проходящим через бортовую точку сечения консоли, и сечением консоли. Введем также угол θ — угол, на который сдвинулась бортовая точка сечения консоли в плоскости $x_1 = \text{const}$ по сравнению с начальной плоскостью $x_1 = x_F$.

Углы ε и θ одинаковы для всех четырех консолей оперения, зависят от x_1 и определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \sin \varepsilon(x_1) &= \sin \varepsilon(x_F) - R^{-1}(x_1 - x_F) \operatorname{tg} \delta \\ \theta(x_1) &= \theta(x_F) + \varepsilon(x_F) - \varepsilon(x_1) + \omega(x_1 - x_F) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь δ — угол установки консоли, ω — параметр искривления.

Угол δ считается положительным, если при возрастании δ растет соответственно и $\theta(x_1)$. В формулах (3.1) учтено, что в общем случае $\varepsilon(x_F)$ и $\theta(x_F)$ могут быть отличны от нуля. Введем криволинейную систему ко-

ординат (x, r, φ)

$$x=x_1, \quad r=r_1$$

$$\varphi=\varphi_1-\theta(x_1)-\varepsilon(x_1)+\arcsin(r_1^{-1} \cdot R \cdot \sin \varepsilon(x_1))$$

В этой системе координат консоль оперения будет лежать на поверхности $\varphi=\text{const}$, а уравнение, описывающее течение, примет вид

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \mathbf{a} + \frac{\partial \varphi}{\partial r_1} \mathbf{b} + \mathbf{c} \right) = \mathbf{f} \quad (3.2)$$

Проинтегрируем уравнение (3.2) в пространстве (x, r, φ) по произвольному объему V . После элементарных преобразований получим

$$\oint_{\partial V} \mathbf{a} \, dr \, d\varphi + \mathbf{b} \, dx \, d\varphi + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \mathbf{a} + \frac{\partial \varphi}{\partial r_1} \mathbf{b} + \mathbf{c} \right) dx \, dr = \iiint_V \mathbf{f} \, dx \, dr \, d\varphi \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) справедливо для любого конечного объема V , в частности для любой пространственной расчетной ячейки.

В качестве конечно-разностной аппроксимации используется стационарный сверхзвуковой аналог метода С. К. Годунова [4].

Для вывода разностных уравнений сделаем обычное для метода С. К. Годунова предположение о постоянстве параметров на каждой грани расчетной ячейки. Кроме того, предположим, что производные φ_{x_1} и φ_{r_1} слабо меняются в пределах одной боковой грани и поэтому их можно вынести за знак поверхностного интеграла, заменив значением в средней точке.

При сделанных выше предположениях уравнение (3.3) переходит в систему разностных уравнений

$$S_2 \mathbf{a}(x_k) = S_1 \mathbf{a}(x_0) + \sum_{i=1}^4 \Pi_i + \frac{1}{2} (S_1 \mathbf{f}(x_0) + S_2 \mathbf{f}(x_k))$$

Здесь S_2 и S_1 — площади граней в конечном и начальном сечениях соответственно, а Π_i — поверхностный интеграл по i -й боковой грани. Для каждой грани этот интеграл вычисляется по следующей формуле:

$$\Pi = A S_x + B S_r + ((\varphi_{x_1}) \mathbf{A} + (\varphi_{r_1}) \mathbf{B} + \mathbf{C}) S_\varphi$$

Здесь $\mathbf{S} = (S_x, S_r, S_\varphi)$ — вектор, модуль которого есть площадь боковой грани. Он равен половине векторного произведения диагоналей грани. Знак $\langle \rangle$ означает осреднение. Величины \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} находятся из решения задачи о взаимодействии двух равномерных полубезграничных сверхзвуковых потоков [4].

Отход ударной волны на очередном шаге вычисляется согласно [4], но в системе координат предыдущего шага, а затем производится пересчет в систему координат очередного шага по формулам линейной интерполяции по углу φ (координата φ зависит от x).

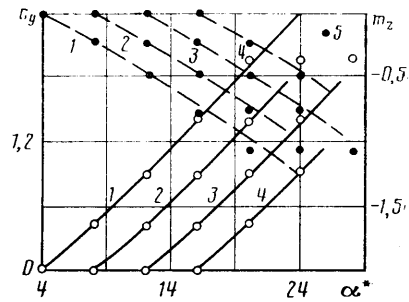
4. В качестве примера рассмотрим сверхзвуковое обтекание оперенного тела, головная часть которого есть острый конус с углом полураствора 15° , а корпус — цилиндр с установленным в конце крестообразным оперением. Консоли оперения тонкие, прямоугольные в плане. Удлинение тела равно 4,5, размах оперения — 2.

За внешнюю границу расчетной области принималась головная ударная волна, за внутреннюю — поверхность тела. На внешней границе значения параметров равны их значениям в набегающем потоке, на внутренней границе, а также на консолях оперения граничным условием является условие непротекания. В расчете консоли оперения считались бесконечно тонкими, боковая кромка консоли отслеживалась с точностью до половины расчетной ячейки.

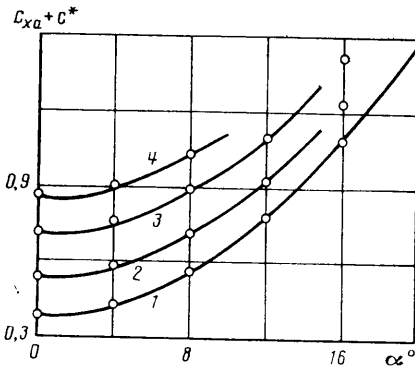
Вычисления проводились последовательно: вначале методом установления рассчитывалось поле течения около кругового конуса, затем маршевым методом — течение около цилиндрического корпуса и в конце — обтекание хвостовой части, включая оперение.

Угловая скорость авторотации и аэродинамические характеристики вращающегося тела находились итерациями при условии стремления к нулю момента крена. На первом шаге $\omega=0$. На втором шаге параметр ω выбирался таким, чтобы при искривлении консоли ее средняя по размаху хорда оказалась лежащей в меридиональной плоскости. На третьем и всех последующих шагах параметр искривления находился методом секущих по результатам расчета на двух предыдущих шагах. Как показали расчеты, трех итераций, как правило, было достаточно, так как зависимость момента крена от параметра искривления близка к линейной.

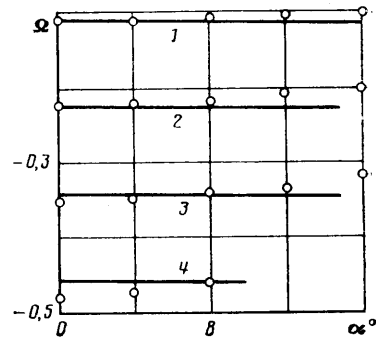
Другим важным с методической точки зрения вопросом является вопрос о выборе угла крена, при котором проводятся итерации. Метод, описанный выше, позволяет находить силы и моменты, действующие на вращающееся оперенное тело, в любой момент времени. Они и, в частности, момент крена будут зависеть от мгновенного положения тела, от его угла крена. Изменение момента крена должно привести к колебаниям угловой скорости, поэтому нужно было проводить вычисления при различных углах крена с последующим усреднением. Момент крена оперенного тела при нулевом угле установки есть нечетная периодическая функция угла крена с периодом 90° . При углах крена $\gamma=0$ и 45° момент



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

крена равен нулю (течение симметрично относительно плоскости угла атаки). Кроме того, момент крена оперенного тела при отличном от нуля угле установки консолей не зависит от угла крена при $\alpha=0$ и слабо зависит при других углах атаки. Как показали расчеты, амплитуда колебаний величины момента крена при $\alpha=10^\circ$ и $\delta=10^\circ$ при изменении угла крена составляет всего 1%, что сравнимо с точностью расчетов. Поэтому можно находить угловую скорость авторотации при одном угле крена. Были проведены методические расчеты определения угловой скорости при двух значениях угла крена: 0 и 45° . Величины полученных угловых скоростей и аэродинамических коэффициентов совпали, что подтвердило правильность выбранной методики расчета. В дальнейшем все расчеты проводились при нулевом угле крена.

На фиг. 2—4 результаты расчета (кривые) сравниваются с экспериментальными данными (точки) при $M_\infty=3$ [5]. Угловая скорость отнесена к проекции на ось x вектора скорости невозмущенного потока и умножена

на размах оперения. Момент тангажа (пунктир и точки 5 на фиг. 2) вычислялся относительно носика и относился к длине тела. Коэффициенты донного сопротивления и сопротивления трения были получены в расчете с использованием эмпирических данных. Кривые 1–4 соответствуют значениям угла установки консолей оперения, равным 2,5; 5; 7,5; 10°; $\alpha^* = -\alpha + 1,68^\circ$, $c^* = 0,048^\circ$.

5. Для решения задачи о раскрутке тела недостаточно решения аэродинамической задачи — к уравнениям Эйлера необходимо добавить уравнения динамики. Решение общей системы уравнений можно найти, интегрируя по времени уравнения динамики, а аэродинамические коэффициенты в каждый момент времени находить, решая стационарную задачу обтекания тела с искривленными консолями оперения.

Как показали расчеты обтекания различных тел, коэффициент момента крена линейно зависит от угловой скорости. В этом случае система уравнений распадается на систему уравнений для задачи аэродинамики и уравнение динамики для вращающегося относительно неподвижной оси твердого тела. Последнее уравнение можно решить отдельно.

Рассмотрим вращение оперенного тела относительно собственной оси. Оно описывается уравнением

$$Jd\Omega/dt = m_x \quad (5.1)$$

Здесь J — момент инерции тела относительно оси x , а m_x — момент аэродинамических сил.

Начальное условие $\Omega = 0$ при $t = 0$. Пусть $m_x = m_0 - a\Omega$, где m_0 и a — произвольные коэффициенты. Тогда уравнение (5.1) можно проинтегрировать. Получим

$$-J(\ln |m_0 - a\Omega| + C) = at$$

где C — произвольная постоянная, которую определяем из начального условия.

Учитывая, что момент крена с течением времени убывает по абсолютной величине, найдем

$$\Omega = m_0/a(1 - \exp(-at/J)) \quad (5.2)$$

В начальный момент времени момент $m_x = m_0$, а угловая скорость — нулю. Затем тело разгоняется, при этом угловая скорость растет, стремясь к величине m_0/a при $t \rightarrow \infty$, которая есть скорость авторотации. Таким образом, для решения динамической задачи о раскрутке оперенного тела достаточно знать три параметра: начальный момент крена, скорость авторотации и момент инерции тела. Закон раскрутки задается выражением (5.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Оборонгиз, 1962. 548 с.
2. Розин А. В. Исследование обтекания оперенного тела сверхзвуковым потоком газа // Аэродинамика входа тел в атмосферы планет. М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 17–23.
3. Платоу А. С. Эффекты Мангуса на оперенных и неоперенных снарядах // Ракетная техника и космонавтика. 1965. Т. 3. № 1. С. 42–51.
4. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
5. Розин А. В. Сверхзвуковое обтекание вращающегося тела с косопоставленным оперением. М., 1983. 39 с. — Деп. в ВИНТИ 14.10.83, № 5667–83.

Москва

Поступила в редакцию
30.IV.1987