

УДК 533.6.011

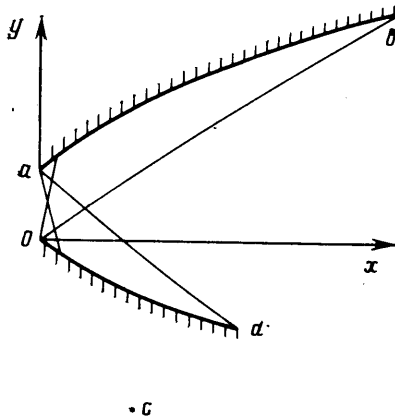
К АНАЛИЗУ ОПТИМАЛЬНЫХ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ПЛОСКИХ
СОПЕЛ С УЧЕТОМ МОМЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

РЫЛОВ А. И.

Исследованы некоторые особенности течения в несимметричных плоских соплах, реализующих максимальный момент относительно заданной точки [1]. Получены условия максимума момента, следующие из анализа второй вариации. Численный анализ проведен на примере сопел с относительно короткой нижней стенкой. Характерной особенностью таких сопел является то, что они создают не только тягу, как, например, осесимметричные сопла, но и подъемную силу и момент сил. В настоящее время исследуется возможность применения подобных сопел в перспективных силовых установках [2]. Существенно, что тяга таких установок, как ожидается, из-за различных потерь будет составлять лишь 20–40% тяги сверхзвукового сопла. Поэтому изменение тяги сопла, например, на 0,4% приведет к изменению тяги установки на 1–2%, а малое смещение вектора силы сопла вверх или вниз приведет к заметно большему смещению вектора силы установки (примерно в 2,5–5 раз).

Из сказанного видна актуальность задачи построения оптимальных несимметричных сопел с учетом как силовых, так и моментных характеристик, и широкий круг таких сопел может быть построен с помощью условий оптимальности из [1].

1. Рассмотрим сверхзвуковое несимметричное плоское сопло с не взаимодействующими контурами ab и Od (фиг. 1). Течение в нем предполагается



Фиг. 1

невязким, нетеплопроводным и безударным. В [1], основываясь на анализе первой вариации, получены необходимые условия максимума момента m_c , создаваемого соплом относительно некоторой точки c . Напомним те из них, которые понадобятся в дальнейшем. На отрезках характеристик hb и fd они имеют вид

$$\frac{r^2 \rho w^2 \cos^2(\theta - \varphi)}{\sqrt{M^2 - 1}} = \text{const} \quad (1.1)$$

В безвихревом случае имеет место еще одно условие

$$\frac{rw \sin(\varphi - \theta \pm \alpha)}{\cos \alpha} = \text{const} \quad (1.2)$$

Здесь r , φ — координаты текущей точки характеристик hb и fd в полярной системе координат с центром в точке c ; w , θ — модуль и угол наклона вектора скорости; M , α — число Маха и угол Маха, ρ , p — плотность и давление, κ — показатель адиабаты, знак плюс (минус) отвечает hb (fd).

Укажем на ряд новых результатов, следующих из (1.1) и (1.2) и не отмеченных в [1].

Если в какой-то точке отрезка hb или fd выполнено равенство $\text{abs}(\theta - \varphi) = \pi/2$, то из (1.1) следует, что оно будет выполнено на всем отрезке. В безвихревом случае из (1.2) видно, что на указанном отрезке выполняется равенство $wr = \text{const}$, описывающее круговое течение типа «потенциальный вихрь» с центром в точке c .

Если в какой-то точке отрезка hb (fd) выполнено равенство $\varphi - \theta + \alpha = 0$ ($\varphi - \theta - \alpha = 0$), то в безвихревом случае, согласно (1.2), это равенство будет выполнено на всем отрезке hb (fd), из чего в свою очередь следует, что этот отрезок является поперечной характеристикой в простой централизованной волне с центром в точке c .

Наличие множителя r^2 в (1.1) делает возможным появление на hb или fd точек, в которых производная dw/dl , взятая вдоль соответствующей характеристики, обращается в бесконечность (здесь l — длина дуги, отсчитываемая вдоль характеристики). Для политропного газа соответствующее условие имеет вид

$$f(M, \theta, \varphi) = \left(\frac{\kappa + 1}{M^2 - 1} M^4 - 4 \right) \sin\left(\theta - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) - 4\sqrt{M^2 - 1} \cos\left(\theta - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (1.3)$$

Ранее условие обращения в бесконечность производной dw/dl на замыкающей характеристике для осесимметричных сопел максимальной тяги было получено в [3] и, как оказывается, оно совпадает с (1.3) при $\varphi = \pi/2$.

Функция $f(M, \theta, \varphi)$ из (1.3) входит и в условия максимума момента. Эти условия, имеющие вид неравенств, получаются из анализа второй вариации вспомогательного функционала, приведенного в [1], при одновременном равенстве нулю первой вариации. Следуя [4] и используя ряд приведенных там выражений, находим следующие соотношения для hb и fd :

$$f(M, \theta, \varphi) < 0 \quad (m_c > 0), \quad f(M, \theta, \varphi) > 0 \quad (m_c < 0) \quad (1.4)$$

Наличие двух условий связано с тем, что под максимальным моментом понимается момент, максимальный по модулю. Но он может быть как положительным, так и отрицательным, если точка c расположена, например, над соплом. Первое условие (1.4) в предельном случае при удалении точки c на бесконечность переходит в условие максимума тяги [5], в том числе и при заданной подъемной силе [6], при этом в первом случае $\varphi = \pi/2$.

2. Перейдем к численному анализу, основанному на рассмотренных выше условиях оптимальности. Напомним [1], что сопло максимальной тяги χ_x при заданных значениях подъемной силы χ_y и момента m_s относительно точки s есть не что иное, как сопло, реализующее максимальный момент m_c относительно точки c , координаты которой зависят от χ_y , m_s и положения точки s . Тем самым построение указанного сопла сводится к двумерному поиску такой точки c , для которой сопло, реализующее $m_c = \text{max}$, удовлетворяет условиям на χ_y и m_s . В ряде случаев задача сводится к одномерному поиску точки c . Одной из таких задач и посвящен численный анализ.

Пусть требуется построить сопло, реализующее максимальную тягу χ_x при заданной величине момента m_0 относительно начала координат — точки 0, или, что то же, при заданном значении ординаты точки пересечения вектора силы с осью y . Для решения этой задачи воспользуемся тем, что класс указанных сопел совпадает с классом сопел, реализующих максимальный по модулю момент m_c относительно точек c , лежащих на одной вертикали с точкой 0, т. е. на оси y . Данный факт следует из равенства $m_c = m_0 - \chi_x y_c$.

Ограничимся рассмотрением несимметричных сопел с относительно короткой нижней стенкой (фиг. 2). Как отмечалось выше, такие сопла характеризуются не только тягой χ_x , но и заметными величинами подъемной силы χ_y и момента сил m_0 . На фиг. 2 в сечении $0a$ поток равномерный и горизонтальный с числом $M=1,01$, течение в сопле безударное, газ полнотропный с $\kappa=1,33$. На начальном участке aq верхнего контура задан радиус кривизны $R=0,5$ (все линейные размеры отнесены к сечению $0a$). Длина сопла $x_b=16$. На фиг. 2, a нижняя стенка прямая, а на фиг. 2, b она вогнута в поток таким образом, что в области $aa^{\circ}dmq$ имеет место течение типа простой волны, примыкающей к равномерному потоку на характеристике aa° . В обоих случаях $x_a=2$, на фиг. 2, a $y_a=0$, а на фиг. 2, b , согласно численным расчетам, $y_a=0,2249$. Выбор формы нижней стенки на фиг. 2, a является достаточно традиционным. Во втором случае этот выбор основан на показанном ранее факте улучшения некоторых геометрических и тяговых характеристик за счет вогнутости нижней стенки [7, 8]. В рассматриваемом случае представляется возможность рассмотреть влияние указанной вогнутости одновременно на силовые и моментные характеристики.

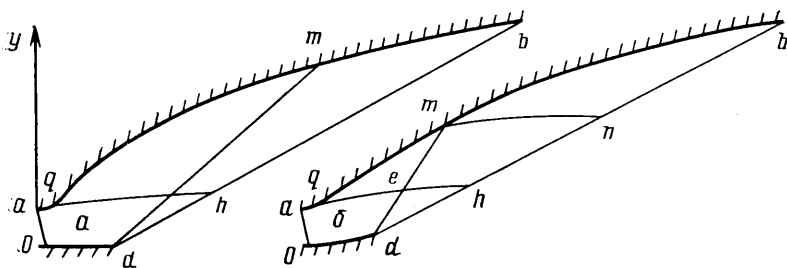
В качестве исходного возьмем сопло с прямой нижней стенкой (фиг. 2, a), реализующее максимальную тягу при свободной ординате точки b и при относительно малом внешнем давлении $p^+=0,005$ (давление отнесено к давлению торможения в сопле). Это сопло может трактоваться как сопло максимального момента относительно точки c , удаленной по оси y на $\pm\infty$. У построенного в результате решения сопла $y_b=y_b^{\circ}=7,1339$ значения тяги и подъемной силы, создаваемые контурами ab и $0d$, без учета внешнего давления равны $\chi_x^{\circ}=0,35906$, $\chi_y^{\circ}=0,16232$, а момент сил относительно точки 0 равен $m_0^{\circ}=5,07184$, т. е. вектор силы сопла пересекает ось y в точке $y=14,125$. Все последующие сопла как с прямой, так и с вогнутой нижней стенкой будем строить, считая заданной ординату концевой точки b : $y_b=y_b^{\circ}=7,1339$. Для анализа силовых и моментных характеристик этих сопел будем рассматривать величины

$$\eta_x = \frac{\chi_x + \varepsilon_x - \chi_x^{\circ}}{X^{\circ}}, \quad \eta_y = \frac{\chi_y + \varepsilon_y - \chi_y^{\circ}}{X^{\circ}}, \quad \eta_m = \frac{m_0 + \varepsilon_m - m_0^{\circ}}{X^{\circ}} \quad (2.1)$$

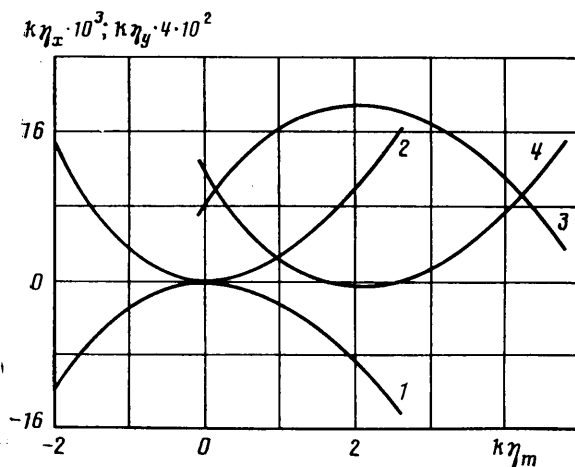
Здесь χ_x , χ_y и m_0 — тяга, подъемная сила и момент сил относительно точки 0, вычисленные без учета внешнего давления; $X^{\circ}=k\chi_x^{\circ}$ — тяга силовой установки, равная тяге сопла с вычетом потерь, связанных с внешним давлением, сжатием потока во входном устройстве и т. д.; ожидается, что $k=0,2-0,4$. В случае прямой нижней стенки $\varepsilon_x=\varepsilon_y=\varepsilon_m=0$, в случае вогнутой нижней стенки приближенно принято $\varepsilon_x=0,00024$, $\varepsilon_y=-0,0052$, $\varepsilon_m=-0,0071$. Эти значения хорошо отражают различия в тяге, подъемной силе и моменте сил по сравнению с соплом с прямой нижней стенкой, вызванные обтеканием внешней поверхности $0d$ (фиг. 2, b) горизонтальным сверхзвуковым потоком с достаточно большим числом Маха. Заметим, что в случае ступенчатого обтекателя на $0d$ ($y=0$ при $0 \leq x \leq x_a$, $x=x_a$ при $0 \leq y \leq y_a$) с нулевым давлением на вертикальном торце $\varepsilon_x=\varepsilon_y=\varepsilon_m=0$.

Смысл выражений для η_x и η_y достаточно ясен, η_m характеризует смещение точки пересечения вектора силы установки с осью y .

В соответствии со сказанным выше анализ сопел максимальной тяги



Фиг. 2



Фиг. 3

при заданном моменте m_0 относительно точки 0 сводится к численному построению серии сопел, реализующих максимальный момент m_c относительно точек c , лежащих на оси y . Полученные результаты представлены на фиг. 3. Кривые 1 и 2 дают значения η_x и η_y для сопел с прямой нижней стенкой, а кривые 3 и 4 — для сопел с вогнутой нижней стенкой. Величины η_m на оси абсцисс и η_x , η_y на оси ординат взяты с множителем k . Далее, левым границам кривых 1 и 2 отвечает значение $y_c=75$, правым — $y_c=-100$, для кривых 3 и 4 соответственно $y_c=80$ и -100 . Максимальным значениям η_x в обоих случаях отвечает $y_c=\pm\infty$.

В дополнение к приведенным на фиг. 3 результатам необходимо отметить, что значения углов θ_q и θ_b в точках q и b практически линейно связаны с величиной $k\eta_m$, при этом с ростом $k\eta_m$ значения θ_q растут, а θ_b убывают. Иными словами, малое изменение выпуклости верхнего контура линейно связано с изменением величины $k\eta_m$.

Рассмотрим сначала кривые 1 и 2 на фиг. 3. Пусть параметр $\delta=\theta_q-\theta_a^\circ$ ($\delta=0$ для исходного сопла) характеризует изменение выпуклости верхнего контура. Тогда, учитывая сказанное выше, для малых значений δ можно принять

$$\begin{aligned} k\eta_x &= -c_1\delta^2, & k\eta_y &= c_2\delta^2, \\ k\eta_m &= c_3\delta, & \eta_x &= -kc_1\eta_m^2/c_3^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

где c_1 , c_2 , c_3 — положительные константы, определяемые формой исходного сопла.

Наличие параметра k в соотношениях (2.2) вытекает из определения η_x , η_y и η_m . Квадратичная зависимость η_x и η_y от δ объясняется тем, что исходное сопло реализует максимальную тягу. В этом случае одновре-

менно выполнены условия равенства нулю первой вариации тяги и подъемной силы при фиксированной концевой точке, т. е. условие постоянства газодинамических параметров на отрезке hb замыкающей характеристики [6, 9]. При допущении вариации ординаты y_b концевой точки b значения η_y и η_m будут линейно зависеть от δy_b .

Из последнего соотношения (2.2) видно, что за счет незначительного уменьшения η_x может быть заметно изменено η_m . С уменьшением k данный эффект проявляется в большей степени. Например, пусть $\eta_x = -0,005$. Тогда при $k=0,4$, согласно фиг. 3, $\eta_m = 2,315(-2,125)$, а при $k=0,2$ $\eta_m = 3,250(-3,005)$. Заметим, что в последнем случае относительная потеря тяги сверхзвукового сопла $\Delta\chi_x/\chi_x^0 = k\eta_x = 0,001$, а изменение величины $\delta = (\theta_q - \theta_q^0) = \pm 1,55^\circ$.

Здесь уместно уточнить геометрический смысл величины η_m . Пусть H — ордината точки пересечения вектора силы силовой установки с осью y (для исходного сопла $H = H^0$). Тогда, согласно (2.1)

$$\eta_m = (m_0 - m_0^0)/X^0 = ((X^0 + \Delta\chi_x)H - X^0 H^0)/X^0 = H - H^0 + H\eta_x$$

Исключая экзотический случай $H \gg 1$ и учитывая последнее из соотношений (2.2) и приведенный выше пример, приближенно можно принять, что $\eta_m = H - H^0$.

Говоря о влиянии вогнутости нижней стенки, можно отметить, что она способствует увеличению тяги и момента сил (смещению вектора силы вверх). Так, максимум $\eta_x = 0,019/k$ достигается при $\eta_m = 2,025/k$. В остальном все сказанное выше о поведении η_x , η_y , η_m , θ_q и θ_b для сопел с прямой нижней стенкой и соотношения (2.2) после очевидного изменения точек отсчета переносится и на сопла с вогнутой нижней стенкой. Анализируя кривые 1 и 3 на фиг. 3, следует также отметить, что совместное влияние вогнутости нижнего и умеренного увеличения выпуклости верхнего контуров ведут к существенному увеличению η_m с сохранением неравенства $\eta_x > 0$. Так, например, крайней правой точке кривой 3 отвечают значения $\eta_m = 4,81/k$, $\eta_x = 0,004/k$.

В случае максимальной тяги, т. е. при $y_c = \pm\infty$, постоянны газодинамические параметры на отрезке hb замыкающей характеристики сопла с вогнутой нижней стенкой. Поэтому эти параметры постоянны и в области qet , так как, по определению, форма Od такова, что в области aa^0deq иммет место течение типа простой волны.

Левой ветви кривой 3 на фиг. 3 соответствуют точки с оси y : $80 \leq y_c < \infty$, при этом, как оказывается, вдоль hb , а следовательно, и вдоль qt (фиг. 2, б) давление убывает. Правой ветви кривой 3 соответствуют точки с: $-\infty < y_c \leq -100$, при этом вдоль hb , а значит, и вдоль qt давление растёт и наибольший положительный градиент достигается при $y_c = -100$. В этом случае давление практически линейно растёт от $p = 0,0708$ при $x_q = 0,311$ до $p = 0,0923$ при $x_m = 4,06$, а число Маха уменьшается от 2,372 до 2,210. Во многих случаях такой градиент допустим с точки зрения безотрывного течения внутри сопла. При недопустимости роста давления вдоль стенок сопла, в рассматриваемом случае — вдоль qt (вдоль a^0d , aq и tb давление падает), соответствующее условие должно быть включено в постановку задачи. В результате при $y_c < 0$ на отрезке hn , лежащем в области влияния участка qt , условие оптимальности (1.1) должно быть заменено на условие $p = \text{const}$.

Все представленные расчеты выполнены с помощью комплекса программ, разработанного на основе метода [10] и условий оптимальности, рассмотренных выше и в [1].

Автор благодарит А. Н. Крайко за обсуждение результатов и ценные советы, В. П. Тенетова и Н. А. Водянову за участие в разработке и усовершенствовании комплекса программ построения оптимальных несимметричных сопел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рылов А. И. Построение несимметричных сопел максимального момента при дополнительных условиях на геометрические и силовые характеристики // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 148–152.
2. Williams R. M. National Aero-Space Plane: Technology for America's future // Aero-space America. 1986. V. 24. № 11. P. 18–22.
3. Стернин Л. Е. О границе области существования безударных оптимальных сопел // Докл. АН СССР. 1961. Т. 139. № 2. С. 335–336.
4. Крайко А. Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.
5. Шмыглевский Ю. Д. Вариационные задачи для сверхзвуковых тел вращения и сопел // ПММ. 1962. Т. 26. Вып. 1. С. 110–125.
6. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики. М.: ВЦ АН СССР. 1963. 142 с.
7. Рылов А. И. Решение вариационной задачи о профилировании сопла, реализующего равномерный сверхзвуковой поток // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 4. С. 85–92.
8. Рылов А. И. К анализу некоторых сверхзвуковых несимметричных сопел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 3. С. 154–156.
9. Рылов А. И. О построении компактных несимметричных сопел максимальной тяги при заданной подъемной силе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 6. С. 132–136.
10. Рылов А. И. Метод характеристик для плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений с произвольными углами наклона вектора скорости // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1983. Т. 14, № 3. С. 140–149.

Новосибирск

Поступила в редакцию
10.II.1986