

УДК 532.51.013.4

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СФЕРИЧЕСКОГО ФРОНТА РЕАКЦИИ, СОПРОВОЖДАЮЩЕЙСЯ СИЛЬНЫМ УВЕЛИЧЕНИЕМ ВЯЗКОСТИ

ЖИЖИН Г. В., СЕГАЛЬ А. С.

Гидродинамическая устойчивость фронта химической реакции связана с процессами переноса, протекающими в его окрестности. В газовой фазе все процессы переноса локализуются в узкой (порядка толщины зоны подогрева) зоне и могут стабилизировать коротковолновые возмущения фронта, длинноволновые возмущения оказываются неустойчивыми в соответствии с решением Ландау [1]. Этот результат получен в [2] для плоского и в [3] для сферического фронтов, распространяющихся по неподвижной реакционной среде.

При распространении фронта в конденсированной фазе диффузионные эффекты проявляются, как правило, в очень узкой (толщины, много меньшей зоны подогрева) зоне и не влияют на устойчивость фронта. Вязкие эффекты, напротив, могут распространяться на всю область течения и влиять на возмущения всех длин волн. Это, в частности, показано в [4] для случая плоского фронта реакции, сопровождающейся переходом вещества в газовую фазу (и, следовательно, уменьшением вязкости).

В данной работе рассматривается гидродинамическая устойчивость стационарного сферического фронта реакции, сопровождающейся сильным увеличением вязкости, в радиальном центрально-симметричном потоке конденсированной реакционной среды. Поток считается ограниченным двумя проницаемыми сферическими концентрическими поверхностями. Исследование устойчивости проводится в линейном приближении по малым возмущениям. Получена зависимость инкремента возмущений от параметров задачи: отношения вязкостей среды на фронте, отношения радиусов граничных поверхностей к радиусу фронта, безразмерных гидравлических сопротивлений граничных поверхностей. Показано, что фронт устойчив почти во всей физической области изменения параметров, неустойчивость возникает лишь в случае малого гидравлического сопротивления внешней граничной поверхности при приближении фронта к ней.

Постановка рассматриваемой задачи связана с вопросом о возможности возникновения в данном случае явления «пробоя», т. е. резкого искривления и вытягивания фронта в радиальном направлении. Это явление возникает при течении в каналах реагирующих сред, вязкость которых увеличивается с глубиной превращения (например, при полимеризации [5–7]). Отметим, что исследование теплоустойчивости стационарного цилиндрического фронта в радиальном осесимметричном потоке, выполненное в [8], не учитывает возмущений полей скорости и давления, обусловленных скачком вязкости на фронте, и на вопрос о «пробое» не отвечает.

1. Ограничимся случаем возмущений, длина волны которых велика в сравнении с толщиной зоны подогрева фронта. В этом случае фронт можно рассматривать как поверхность разрыва, распространяющуюся относительно реакционной среды с постоянной скоростью  $U$  [1, 2]. Плотность среды положим постоянной, а инерционные эффекты в ней вследствие сильного увеличения вязкости на фронте — пренебрежимо малыми [5, 6]. Тогда движение среды до и после фронта описывается уравнениями Стокса и неразрывности

$$\nabla p_i = \mu_i \nabla^2 \mathbf{V}_i, \quad \nabla \mathbf{V}_i = 0 \quad (1.1)$$

где  $p$  — давление,  $\mu$  — вязкость,  $\mathbf{V}$  — вектор скорости, индекс  $i$  принимает значения 1 или 2 для областей течения до и после фронта соответственно. Граничные условия к уравнениям (1.1) ставятся на проницаемых по-

верхностях, ограничивающих течение, и на фронте, в рамках принятых допущений они имеют вид

$$p_i - p_{i0} = (-1)^i V_{ni} \sigma_i, \quad V_{ri} = 0 \quad (r = R_i) \quad (1.2)$$

$$V_1 = V_2, \quad P_{n1} = P_{n2}, \quad N - V_n = U \quad (r = R) \quad (1.3)$$

Здесь  $R_i$  — радиусы граничных поверхностей,  $\sigma_i$  — коэффициенты, имеющие смысл гидравлических сопротивлений граничных поверхностей [10],  $R$  — поверхность фронта, задаваемая уравнением  $R(\mathbf{r}, t) = 0$  ( $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, проведенный из центра течения,  $t$  — время),  $V_{ni}$  и  $V_{ri}$  — соответственно нормальная и касательная к поверхности, на которой ставится условие, составляющие вектора скорости  $V_i$ ,  $P_{ni} = P_i n$  — вектор напряжения на поверхности фронта ( $P_i$  — тензор напряжений,  $n = \nabla R / |\nabla R|$  — единичный вектор нормали к фронту),  $N = -(\partial R / \partial t) / |\nabla R|$  — скорость распространения поверхности фронта в направлении нормали,  $p_{i0}$  — давления вне области, ограниченной проницаемыми поверхностями (внутри для  $i=1$  и снаружи для  $i=2$ ).

Величины  $p_{i0}$  в (1.2) делают постановку задачи (1.1) — (1.3) незамкнутой, так как для их определения, вообще говоря, необходимо решать сопряженные задачи в соответствующих областях или накладывать дополнительные условия. Отметим, что в силу допущения о пренебрежимой малости инерционных эффектов производная по времени содержится в явном виде только в условии, отвечающем постоянству относительной скорости распространения фронта, поэтому рассматриваемая задача квазистационарна: гидродинамические поля мгновенно подстраиваются под изменение положения фронта.

Уравнения (1.1) с граничными условиями (1.2) — (1.3) допускают центральносимметричные стационарные решения (обозначаются верхним индексом ноль) [9, 10]

$$V_i^0 = G r / 4\pi r^3, \quad p_1^0 - p_2^0 = (\mu_2 - \mu_1) G / \pi (R^0)^3 \quad (1.4)$$

где  $G$  — объемный расход реакционной среды,  $R^0$  — радиус фронта (давление до и после фронта не меняется, а на фронте происходит его скачок, определяемый радиусом фронта). Для замыкания задачи в данном случае используется расходно-напорная характеристика насоса, подающего реакционную среду  $\Delta p = p_{10} - p_{20} = f(G)$  [10]. В частности, если среда подается с постоянным расходом  $G > 0$ , то фронт имеет единственное стационарное состояние, задаваемое радиусом  $R^0 = (G / 4\pi U)^{1/2}$ .

Если среда подается с постоянным перепадом давления  $\Delta p = p_{10} - p_{20} > 0$  между граничными поверхностями, то при

$$\Delta p < \Delta p_* = 6U(2\pi\sigma\Delta\mu^2)^{1/2} \quad (\sigma = \sigma_1/4\pi R_1^2 + \sigma_2/4\pi R_2^2, \quad \Delta\mu = \mu_2 - \mu_1)$$

стационарных состояний фронта не существует и он сносится к центру течения. При  $\Delta p > \Delta p_*$  существует два стационарных состояния, в которых радиус фронта определяется положительными корнями уравнения  $(R^0)^3 - (\Delta p / 4\pi\sigma) R^0 + (\Delta\mu / \pi\sigma) = 0$ . При  $\Delta p = \Delta p_*$  (критическое условие) существует единственное стационарное состояние фронта, задаваемое критическим радиусом  $R^0 = R_*^0 = (\Delta\mu / 2\pi\sigma)^{1/2}$ .

Если характеристика  $f(G)$  может быть аппроксимирована квадратичной зависимостью (это выполняется для большинства используемых насосов), то число стационарных состояний фронта и характер его изменения соответствует случаю подачи среды с постоянным перепадом давлений  $\Delta p$ .

2. Для анализа устойчивости стационарных состояний фронта к малым возмущениям (обозначаются штрихом) положим

$$V_i = V_i^0 + V_i', \quad p_i = p_i^0 + p_i', \quad R = R^0 + R' \quad (n = n^0 + n') \quad (2.1)$$

и подставим эти равенства в (1.1) — (1.3). Подстановка (2.1) в линейные

уравнения (1.1) и линейные граничные условия на проницаемых поверхностях (1.2) приводит их к равенствам для возмущений, по виду совпадающим с исходными. Нелинейные граничные условия на фронте (1.3) после подстановки в них (2.1) и линеаризации относительно малых возмущений приобретают вид

$$\begin{aligned} \mathbf{V}'_1 &= \mathbf{V}'_2 \\ (\mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}'_2) \mathbf{n}^\circ + 6U \Delta \mu (2R' \mathbf{n}^\circ - R^\circ \nabla R') (R^\circ)^{-2} &= 0 \\ \frac{\partial R'}{\partial t} + \mathbf{V}' \mathbf{n}^\circ + 2U \frac{R'}{R^\circ} &= 0 \quad (r=R^\circ) \end{aligned} \quad (2.2)$$

При линеаризации учитывается центральная симметрия невозмущенного течения, а также справедливое для произвольного скалярного поля  $F$  соотношение

$$F(R) = F^\circ(R^\circ) + F'(R^\circ) + \nabla F^\circ(R^\circ) \mathbf{n}' + \dots$$

Исследование устойчивости фронта сводится к решению задачи на собственные значения для уравнений (1.1) с граничными условиями (1.2), (2.2) ((1.1)–(1.2) записываются для возмущений).

Аналогичная задача, возникающая при исследовании устойчивости плоского фронта, в силу симметрии постановки не содержит в явном виде независимых переменных, поэтому разложение произвольного возмущения по гармоникам  $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$  ( $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $\omega$  – инкремент) сводит ее к задаче на собственные значения для системы линейных однородных алгебраических уравнений [1, 2, 4]. В данном случае этот прием неприменим, так как в сферической системе координат  $(r, \varphi, \theta)$ , связанной с центром течения, уравнения и граничные условия для возмущений содержат в явном виде переменные  $r$  и  $\theta$ . Однако в силу сферической симметрии задачи ее также удается свести к алгебраической с помощью некоторой модификации метода, предложенного в [11, 12] для расчета медленных течений в областях со сферической (или близкой к ней) границей. Воспользуемся общим решением Лэмба уравнений Стокса и непрерывности в сферической системе координат (коэффициенты разложения в данном случае зависят от времени) [11]

$$\begin{aligned} \mathbf{V}'_i &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[ \nabla \times (r \chi_{ki}) + \nabla \varphi_{ki} + \frac{(k+3)}{2(k+1)(2k+3)\mu_i} \nabla \pi_{ki} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{k}{(k+1)(2k+3)\mu_i} r \tau_{ki} \right], \quad p'_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi_{ki} \\ (\chi_{ki}, \varphi_{ki}, \pi_{ki}) &= (X_{ki}, \Phi_{ki}, P_{ki}) r^k S_k e^{-\omega t} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь  $\chi_{ki}$ ,  $\varphi_{ki}$  и  $\pi_{ki}$  – объемные сферические функции  $k$ -го порядка,  $S_k = S_{-(k+1)}$  – поверхностные сферические функции  $k$ -го порядка,  $X_{ki}$ ,  $\Phi_{ki}$  и  $P_{ki}$  – коэффициенты разложения,  $\omega$  – инкремент возмущений. При этом возмущения вектора напряжения на сферической поверхности радиуса  $r$  имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{P}'_{n^\circ i} = \mathbf{P}'_i \cdot \mathbf{n}^\circ &= \frac{\mu_i}{r} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[ (k-1) \nabla \times (r \chi_{ki}) + 2(k-1) \nabla \varphi_{ki} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k(k+2)}{(k+1)(2k+3)\mu_i} \nabla \pi_{ki} - \frac{(2k^2+4k+3)}{(k+1)(2k+3)\mu_i} r \tau_{ki} \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Разложим также возмущения формы фронта по поверхностным сферическим функциям

$$R' = \sum_{k=0}^{\infty} f_k, \quad f_k = F_k S_k e^{-\alpha t} \quad (2.5)$$

где  $F_k$  — коэффициенты разложения.

Совокупность членов разложений (2.3) — (2.5), отвечающих функции  $S_k$  ( $k=0, 1, \dots$ ), будем называть  $k$ -й модой возмущения. Легко видеть, что возмущение суммарного расхода реакционной среды обусловлено нулевой модой, так как в силу ортогональности сферических функций [11] только она дает вклад в интеграл от  $V_{ni}'$  по полному телесному углу. В связи с этим условия подачи реакционной среды влияют на устойчивость стационарных состояний фронта только к нулевой моде возмущения, устойчивость к высшим модам от них не зависит.

Нулевая мода возмущения рассмотрена в [10]. Для замыкания задачи по-прежнему используется зависимость  $f(G)$ . Показано, что при подаче реакционной среды с постоянным расходом  $G > 0$  стационарное состояние фронта устойчиво, инкремент возмущения определяется равенством  $\omega = G/2\pi(R^0)^3$ . При подаче с постоянным перепадом давления  $\Delta p > 0$  устойчиво стационарное состояние, отвечающее большему радиусу фронта, и неустойчиво отвечающее меньшему, инкремент возмущений имеет вид  $\omega = U(\Delta\mu - 2\pi\sigma(R^0)^3)/(\Delta\mu + \pi\sigma(R^0)^3)R^0$ . Данный вывод остается справедливым при квадратичной зависимости  $f(G)$ .

В дальнейшем нулевая мода возмущений не рассматривается и соответствующие члены в разложениях (2.3) — (2.5) опускаются. При этом возмущения не будут менять расход реакционной среды, и для замыкания задачи (в данном случае — для нахождения величин  $p_{i0}'$ , характеризующих проникновение возмущений давления во внешние области) нельзя использовать зависимость  $f(G)$ .

Проведем оценку величин  $p_{i0}'$ . Граничные условия (1.2), переписанные для возмущений, принимают вид

$$p_i' - p_{i0}' = (-1)^i \sigma_i V_{ni}' \quad (r = R_i) \quad (2.6)$$

В областях вне граничных поверхностей имеем  $\nabla p_{i0}' = \mu_i \nabla^2 V_{i0}'$ , откуда, принимая в качестве характерных масштабов этих областей величины  $R_i$ , с учетом неразрывности вектора скорости на границе находим  $p_{i0}'(R_i) \sim \mu_i V_{ni}'(R_i)/R_i$ . Сравнивая эту оценку с (2.6), получаем

$$p_{i0}'(R_i)/(p_i'(R_i) - p_{i0}'(R_i)) \sim \mu_i/R_i \sigma_i = H_i$$

Полученные соотношения показывают, что проникновение возмущений давления во внешние области определяется отношением величин  $\mu_i/R_i$ , которые можно рассматривать как сопротивления внешних областей, к сопротивлениям граничных поверхностей  $\sigma_i$  (параметры  $H_i$  являются гидродинамическими аналогами чисел Био). С учетом сделанных оценок равенства (1.2) перепишем в виде  $(-1)^i p_i'(R_i) = \sigma_i [1 + O(H_i)] V_{ni}'(R_i)$ , откуда следует, что проникновение возмущений давления во внешние области можно рассматривать как эффективное увеличение сопротивлений граничных поверхностей на величину порядка  $H_i$ . В связи с этим замена последних равенств на

$$(-1)^i p_i' = \sigma_i V_{ni}' \quad (r = R_i) \quad (2.7)$$

(замыкание задачи с помощью условия  $p_{i0}' = 0$ ) отвечает уменьшению сопротивления границ. Как будет показано ниже, это может привести только к потере устойчивости фронта, поэтому исследование устойчивости на основе равенств (2.7) проводится «с запасом» (область неустойчивости фронта в пространстве параметров, найденная в результате этого исследования, всегда содержит в себе истинную область неустойчивости, отве-

чающую равенствам (2.6)). При достаточно малых  $H_i$  равенства (2.6) и (2.7) совпадают.

Следуя [12, 13], перейдем от граничных условий для скорости (1.2) (переписанных для возмущений) и (2.2), (2.7) к эквивалентным им условиям, позволяющим избавиться от производных сферических функций

$$\begin{aligned}(\mathbf{r}\nabla)V_{n_i}' &= -2V_{n_i}', \quad \mathbf{r}\nabla \times \mathbf{V}_i' = 0 \quad (r=R_i) \\ V_{n_1}' &= V_{n_2}', \quad (\mathbf{r}\nabla)V_{n_1}' = (\mathbf{r}\nabla)V_{n_2}', \quad \mathbf{r}\nabla \times \mathbf{V}_1' = \mathbf{r}\nabla \times \mathbf{V}_2' \\ T_{n_1}' &= T_{n_2}', \quad (\mathbf{r}\nabla)T_{n_1}' - r\nabla T_1' = (\mathbf{r}\nabla)T_{n_2}' - r\nabla T_2' \\ \mathbf{r}\nabla \times \mathbf{T}_1' &= \mathbf{r}\nabla \times \mathbf{T}_2' \quad (r=R^\circ) \\ \mathbf{T}_i' &= P_i' \mathbf{n}^\circ + 6\mu_i U (R^\circ \nabla R' - 2R' \mathbf{n}^\circ) / (R^\circ)^2\end{aligned}\tag{2.8}$$

$$\mathbf{T}_i' = P_i' \mathbf{n}^\circ + 6\mu_i U (R^\circ \nabla R' - 2R' \mathbf{n}^\circ) / (R^\circ)^2\tag{2.9}$$

Здесь  $\mathbf{T}_i'$  — линеаризованное возмущение вектора напряжения на возмущенном фронте.

Подставим (2.3)–(2.5) в (2.8), (2.9), домножим полученные равенства на поверхностную сферическую функцию  $S_l$  ( $l=1, 2, \dots$ ) и проинтегрируем их по полному телесному углу. Тогда в силу ортогональности сферических функций получим линейную однородную систему 13 алгебраических уравнений относительно 13 коэффициентов разложения, отвечающих  $l$ -й моде возмущений:  $X_{l1}, X_{-(l+1)1}, \Phi_{l1}, \Phi_{-(l+1)1}, P_{l1}, P_{-(l+1)1}, X_{l2}, X_{-(l+1)2}, \Phi_{l2}, \Phi_{-(l+1)2}, P_{l2}, P_{-(l+1)2}, F_l$ .

Условием существования ненулевого решения системы является равенство нулю ее определителя

$$\det A = 0\tag{2.10}$$

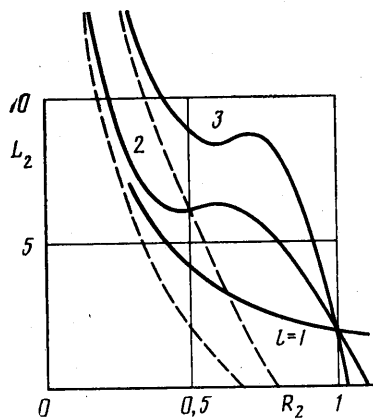
В безразмерных переменных, которые будем обозначать так же, как их размерные аналоги (радиальная координата, время, скорости и давления до и после фронта относятся соответственно к  $R^\circ, R^\circ/U, U, \mu_1 U/R^\circ$  и  $\mu_2 U/R^\circ$ ), уравнение (2.10) задает зависимость инкремента  $\omega$  от пяти безразмерных параметров задачи:  $L_i = \sigma_i R^\circ / \mu_i, R_i, \varepsilon = \mu_1 / \mu_2$ . Матрица  $A$  состоит из двух диагональных блоков девятого и четвертого порядков, зависимость  $\omega$  от параметров определяется первым блоком. В силу квазистационарности задачи только один элемент матрицы  $A$ , отвечающий члену  $\partial R' / \partial t$  в условии (2.2), зависит от  $\omega$  и притом линейно. Поэтому инкремент  $\omega$ , определяемый уравнением (2.10), всегда веществен (переход  $\omega$  в отрицательную область отвечает монотонной потере устойчивости фронта).

3. Зависимость  $\omega$  от  $L_i, R_i$  и  $\varepsilon$  при различных  $l$  исследовалась численно. Раскладывая определитель первого блока матрицы  $A$  по элементам двух строк, содержащих члены, зависящие от  $\varepsilon$  (эти строки отвечают линеаризованным условиям равенства напряжений на фронте, см. (2.2)), после преобразований имеем

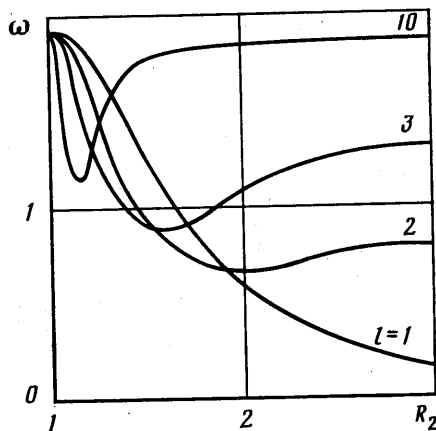
$$\omega(\varepsilon) = (A_0 + A_1 \varepsilon + A_2 \varepsilon^2) / (B_0 + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)\tag{3.1}$$

где коэффициенты  $A_1, A_2, B_1$  и  $B_2$  зависят от параметров  $L_1, L_2, R_1, R_2$  и  $l$ , а коэффициенты  $A_0$  и  $B_0$  — только от параметров  $L_2, R_2$  и  $l$ .

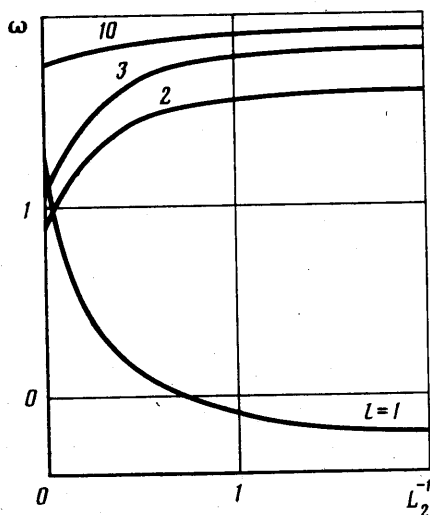
На фиг. 1 в плоскости параметров  $L_2$  и  $R_2$  сплошными и пунктирными линиями изображены кривые, на которых соответственно  $A_0$  и  $B_0$  обращаются в нуль. В физической области изменения параметров ( $L_2 > 0, R_2 > 1$ ) величина  $B_0$  нигде не обращается в нуль, поэтому зависимость  $\omega(\varepsilon)$  при малых  $\varepsilon$  регулярна. В нулевом приближении по малым  $\varepsilon$  инкремент  $\omega$  зависит только от параметров с индексом 2, и, следовательно, устойчивость фронта с точностью до членов порядка  $\varepsilon$  определяется характеристиками течения после фронта. В этом приближении линии  $A_0 = 0$  и  $B_0 = 0$  на фиг. 1 играют роль нейтральных кривых и делят плоскость параметров на зоны постоянного знака  $\omega$ . Величина  $A_0$  при заданном  $l$  положительна



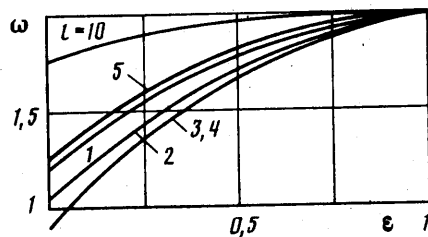
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

в области, лежащей выше  $l$ -й сплошной кривой, величина  $B_0$  — в области, лежащей выше  $l$ -й пунктирной. Область неустойчивости  $l$ -й моды, таким образом, заключена между соответствующими сплошной и пунктирной линиями. В физической области изменения параметров фронт теряет устойчивость в полосе, ограниченной сверху гиперболой  $L_2=2/R_2$ . В этой полосе неустойчива первая мода, высшие моды теряют устойчивость в малых участках полосы, ограниченных сверху соответствующими сплошными линиями.

Зависимость  $\omega$  от  $R_2$  при  $L_2=100$  и от  $L_2^{-1}$  при  $R_2=1,5$  в нулевом приближении по  $\epsilon$  изображены на фиг. 2 и 3 соответственно. Фигура 2 отвечает области устойчивости фронта (на фиг. 1 прямая  $L_2=100$  в физической области изменения параметров проходит выше всех нейтральных кривых), поэтому величина  $\omega$  для всех мод остается положительной. Из фиг. 3 видно, что при достаточно малом сопротивлении внешней граничной поверхности величина  $\omega$  для первой моды становится отрицательной и фронт теряет устойчивость. Точка изменения знака  $\omega$  ( $L_2=1,38$ ) соответствует ординате точки пересечения нейтральной кривой  $L_2=2/R_2$  и прямой  $R_2=1,5$  на фиг. 1. Уменьшение сопротивления поверхности может привести только к потере устойчивости фронта.

Зависимость  $\omega$  от отношения вязкостей  $\varepsilon$  при  $R_1=0,28$ ;  $R_2=1,5$ ;  $L_1=L_2=100$  приведена на фиг. 4. Фронт в данном случае устойчив, причем при увеличении  $\varepsilon$  величина  $\omega$  увеличивается (возрастает скорость затухания возмущений). При  $\varepsilon=1$  (вязкость на фронте не меняется)  $\omega=2$  для всех мод (отсутствует дисперсия). Это связано с тем, что возмущения формы фронта не приводят в данном случае к возмущениям гидродинамических полей в его окрестности.

При малых  $R_1$  и больших  $R_2$  граничные поверхности располагаются на больших расстояниях от фронта и слабо влияют на течение в его окрестности. При этом в (3.1) исчезает зависимость  $\omega$  от параметров, характеризующих свойства граничных поверхностей, в нулевом приближении по малым  $R_1$ ,  $R_2^{-1}$  коэффициенты в (3.1) принимают вид

$$\begin{aligned} A_0 &= 8l^4 + 10l^3 - 14l^2 - 4l, & A_1 &= 16l^4 + 32l^3 + 26l^2 + 10l + 6 \\ A_2 &= 8l^4 + 22l^3 + 4l^2 - 22l - 12, & B_0 &= 4l^4 + 8l^3 + 2l^2 + 4l \\ B_1 &= 8l^4 + 16l^3 + 4l^2 - 4l + 3, & B_2 &= 4l^4 + 8l^3 + 2l^2 - 8l - 6 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Зависимость (3.1) с коэффициентами (3.2) слабо отличается от приведенной на фиг. 4, фронт в данном случае устойчив.

Таким образом, в рассмотренном случае фронт оказывается устойчивым в широком диапазоне параметров, неустойчивость фронта возникает лишь в случае малого гидравлического сопротивления внешней граничной поверхности ( $L_2 < 2/R_2$ ); для неустойчивости высших гармоник, кроме того, необходимо, чтобы фронт располагался вблизи этой поверхности (см. фиг. 1).

Данный результат имеет простой физический смысл. В пренебрежении инерционными эффектами в линейном приближении по малым возмущениям устойчивость фронта определяется соотношением локальной скорости потока в места расположения возмущенного фронта и собственной скорости его распространения. При смещении фронта от стационарного положения в направлении от центра скорость потока, с одной стороны, имеет тенденцию к уменьшению за счет удаления от источника, с другой — к увеличению за счет уменьшения эффективного сопротивления фронта при увеличении его радиуса (как известно [11], фронту можно приписать собственное сопротивление порядка  $\Delta\mu/R^3$ ). Если сопротивление внешней граничной поверхности велико в сравнении с сопротивлением фронта ( $L_2 \gg 1$ ), то вторая тенденция выражена слабо и фронт устойчив. При уменьшении этого сопротивления ( $L_2 \sim 1$ ) вторая тенденция начинает преобладать и фронт теряет устойчивость (аналогичные рассуждения справедливы при смещении фронта в направлении к центру).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д. К теории медленного горения // ЖЭТФ. 1944. Т. 14. Вып. 6. С. 240–244.
2. Истратов А. Г., Либрович В. Б. О влиянии процессов переноса на устойчивость плоского фронта пламени // ПММ. 1966. Т. 30. Вып. 3. С. 451–466.
3. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости распространения сферического пламени // ПМТФ. 1966. № 1. С. 67–78.
4. Левич В. Г. К вопросу об устойчивости фронта пламени при медленном горении жидкостей // Докл. АН СССР. 1956. Т. 109. № 5. С. 975–978.
5. Бостанджиян С. А., Боярченко В. И., Жирков П. В., Зиненко Ж. А. Низкотемпературные режимы полимеризации в проточном реакторе // ПМТФ. 1979. № 1. С. 130–137.
6. Жижин Г. В., Сегаль А. С. Стационарные течения в каналах при автоволновом распространении химической реакции с резким изменением вязкости // ПМТФ. 1986. № 1. С. 61–68.

7. Малкин А. Я., Жирков П. В. Течение полимеризующейся жидкости // Теорет. основы хим. технологии. 1986. Т. 20. № 6. С. 784–797.
8. Бабаджанян А. С., Вольперт Вит. А., Вольперт Вл. А. и др. Фронтальные режимы протекания экзотермической реакции в сферических и цилиндрических реакторах: Препринт. Черноголовка: Отд. Ин-та хим. физики АН СССР, 1986. 64 с.
9. Жижин Г. В., Сегаль А. С. Устойчивость и множественность стационарных состояний сферического и цилиндрического фронта химической реакции в конденсированной фазе // Тез. докл. Всесоюз. конф. «Динамика процессов и аппаратов химической технологии». Черкассы, 1985. С. 26–27.
10. Жижин Г. В., Сегаль А. С., Бабаджанян А. С. и др. О стационарных состояниях сферического фронта реакции в жидкости с переменной вязкостью // Кинетика и катализ. 1986. Т. 26. Вып. 6. С. 1310–1314.
11. Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
12. Brenner H. The Stokes resistance of a slightly deformed sphere // Chem. Eng. Sci. 1964. V. 19. № 8. P. 519–539.
13. Хэппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 632 с.

Ленинград

Поступила в редакцию  
16.III.1987