

УДК 532.526-3

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ В ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

ГУРЕВИЧ Ю. Г., ШУБИН Е. Б.

Для расчета течений вязкой жидкости при больших числах Re теория пограничного слоя Прандтля не всегда применима. В трехмерных течениях одна из причин этого состоит в следующем: так как для уравнений пограничного слоя необходимо задать граничные условия на некоторой поверхности, из которой линии тока выходят, и при этом невозможно удовлетворить заданным условиям на поверхности, в которую линии тока втекают, то при расчете конкретных течений могут возникать области, в которых линии тока в пограничном слое пересекаются (конус, установленный под углом атаки [1]) или втекают в одну из обтекаемых поверхностей (вторичные течения в межлопаточных каналах [2, 3]).

Достаточно подробный анализ и классификация особенностей, возникающих в трехмерных пограничных слоях, имеется в [1], однако вопрос о расчете целого ряда течений вблизи этих особенностей, там, где теория пограничного слоя неприменима, до сих пор мало изучен.

В настоящей статье с помощью известного из теории сращиваемых асимптотических разложений подхода, связанного с выделением подобластей с различными масштабами, рассматриваются течения, относительно которых предполагается, что они описываются уравнениями пограничного слоя почти везде вблизи обтекаемой поверхности, за исключением достаточно узкой области, в которой происходит взаимодействие втекающих в нее пограничных слоев. Выделены два характерных типа взаимодействия. Предложена приближенная теория, описывающая течение в области взаимодействия и позволяющая найти расположение области взаимодействия на обтекаемой поверхности.

В рамках некоторых упрощений проведен расчет течения с взаимодействием на торцевой стенке межлопаточного канала. Представлены результаты экспериментального исследования такого течения и показано, что предлагаемая теоретическая модель описывает трехмерный угловой отрыв, который возникает в окрестности линии пересечения торцевой поверхности с выпуклой стороной лопатки.

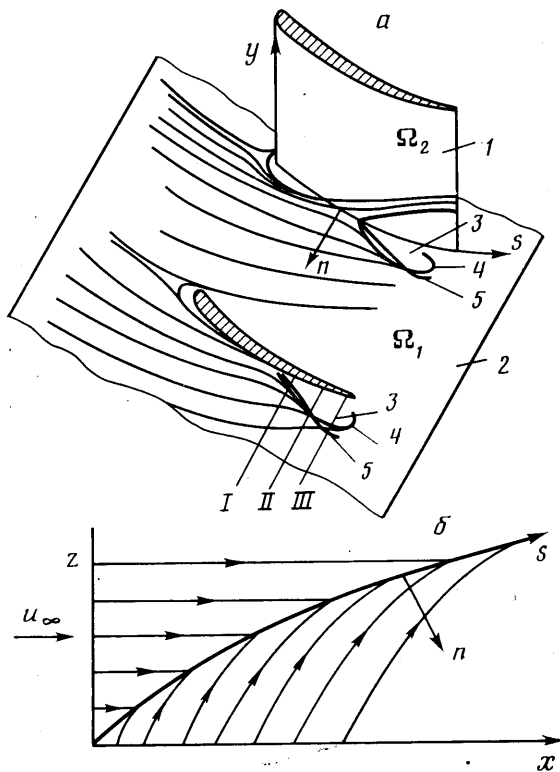
1. Пример течения с взаимодействием трехмерного пограничного слоя показан на фиг. 1, а, где представлена полученная экспериментально картина предельных линий тока в межлопаточном канале, образованном решеткой лопаток 1, установленных на торцевой поверхности 2. Для удобства показана одна лопатка и место расположения соседней на торцевой поверхности. Здесь сформировавшийся на торцевой поверхности пограничный слой натекает на выпуклую сторону лопатки. Цифрой 3 отмечена область трехмерного углового отрыва.

Другим примером течения с взаимодействием пограничных слоев является задача о пограничном слое на пластине с боковым вдувом. Ее двумерный аналог — это задача о пограничном слое на пластине с вдуваемой навстречу потоку пристенной струей. Пусть пластина ограничена линиями $x=0$ и $z=0$ (фиг. 1, б), а координата y направлена по нормали к ней. Скорость набегающего потока u_∞ направлена вдоль оси x . В пограничном слое кроме обычных условий прилипания на линии $z=0$ заданы профили скорости $u_z(x, y)$ и $u_x(x, y)$; при $y \rightarrow \infty$ $u_x \rightarrow u_\infty$ и $u_z \rightarrow 0$ (y измеряется в масштабе толщины пограничного слоя); на линии $x=0$ заданы профиль скорости $u_x=u(y)$ и $u_z=0$. В такой постановке в рамках теории пограничного слоя Прандтля задача решения не имеет.

Если на линии $x=0$ не задавать $u_z=0$, то решение можно построить. При этом во всей области течения, включая линию $x=0$, составляющая

скорости u_z отлична от нуля. С другой стороны, как из физических соображений, так и из имеющихся экспериментальных данных ясно, что должна существовать граница влияния бокового вдува, перед которой пограничный слой будет близок к двумерному. Качественная картина течения в пограничном слое показана на фиг. 1, б.

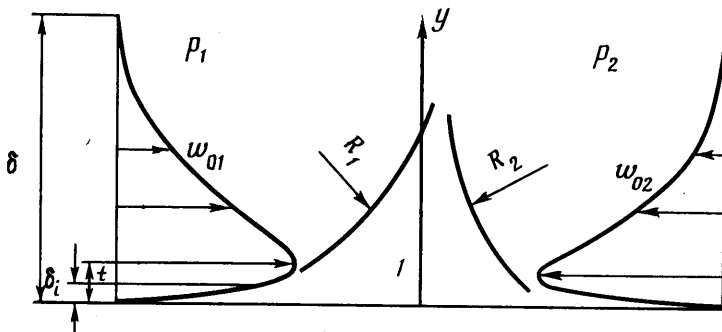
В приведенных примерах вблизи линий $n=0$ происходит столкновение притекающих с разных сторон пограничных слоев (фиг. 1, б) или столкновение пограничного слоя с поверхностью (фиг. 1, а). Эти течения не могут быть описаны в рамках теории пограничного слоя, так как физическая



Фиг. 1

постановка задачи содержит граничные условия, которым нельзя удовлетворить в рамках этой теории. В первом примере это условие непротекания на выпуклой стороне лопатки; во втором — задание бокового вдува и отсутствие схода потока на передней кромке. Существующие экспериментальные данные указывают на то, что в таких течениях возникают области, в которых на сравнительно небольших длинах происходит сильное изменение продольных составляющих скорости и нормальная к обтекаемой поверхности составляющая скорости не является малой. В дальнейшем эти области будем называть областями взаимодействия пограничных слоев. Попытаемся выделить некоторые закономерности течений с взаимодействием.

Пусть имеется течение вязкой несжимаемой жидкости при $Re \gg 1$ вблизи некоторой поверхности Ω_1 . Выберем криволинейную ортогональную систему координат s, n, y , где y отсчитывается от обтекаемой поверхности по нормали к ней. Компоненты скорости обозначим соответственно u, w, v . С двух сторон от некоторой поверхности Ω_2 , описываемой уравнением $n=0$, на поверхности Ω_1 формируются трехмерные пограничные слои с масштабом изменения параметров по координатам s и n , равным $L \sim 1$,



Фиг. 2

и по координате y , равным $\delta \ll 1$. (Соотношения масштабов L и δ в пограничном слое заданы, как обычно, условием равенства вязких и инерционных сил.) Параметры пограничных слоев слева и справа от поверхности Ω_2 в дальнейшем обозначаются индексами 1 и 2 соответственно.

В окрестности поверхности Ω_2 происходит взаимодействие притекающих к ней пограничных слоев либо, если Ω_2 — тоже обтекаемая поверхность, взаимодействие пограничного слоя с этой поверхностью, как на фиг. 1, а. Предполагается, что характерный размер изменения параметров в направлении s в области взаимодействия имеет порядок $L \sim 1$, а размер области взаимодействия в направлении n $\Delta \ll 1$. Характерные масштабы изменения компонент скорости u и w в области взаимодействия определяются соответствующими значениями скоростей в пограничных слоях перед областью взаимодействия при $|n| > \Delta$ и приняты равными единице. Тогда оценка слагаемых в уравнениях Навье — Стокса показывает, что при пренебрежении малыми величинами в области взаимодействия течение описывается двумерными уравнениями Эйлера относительно скоростей w и v в каждом сечении $s = \text{const}$, а составляющая скорости u сохраняется вдоль линии тока квазидвумерного течения.

Таким образом, при сделанных предположениях течение в области взаимодействия трехмерных пограничных слоев сводится к задаче о взаимодействии двумерных потоков в каждом сечении $s = \text{const}$. Профили скорости взаимодействующих потоков $w_{02}(y)$ и $w_{01}(y)$ при $n = \Delta$ и $-\Delta$ соответственно определяются из решения уравнений трехмерного пограничного слоя с двух сторон от области взаимодействия, причем слева и справа от области взаимодействия можно положить $v_{01}(y) = v_{02}(y) = 0$.

Выделим два характерных типа взаимодействия, которые, вообще говоря, не исчерпывают все возможные случаи. Первый — когда величины $w_{01} = w_{02} = 0$ на внешней границе пограничного слоя. Тогда профили скорости взаимодействующих потоков имеют вид, показанный на фиг. 2, и задача о взаимодействии пограничных слоев сводится к задаче о взаимодействии плоских пристенных струй, параметры которых вне области взаимодействия известны. Взаимодействие такого типа возникает на подветренной стороне конуса, обтекаемого под небольшими углами атаки, в течениях, представленном на фиг. 1, а, и в других случаях, когда трехмерный пограничный слой натекает на поверхность или стекается к плоскости симметрии течения.

Второй тип взаимодействия характеризуется ситуацией, когда в пограничном слое с одной стороны от области взаимодействия, например при $n < -\Delta$, величина $w_{01} \rightarrow w_{e1} > 0$ при $y \rightarrow \infty$ и $w_{01} > 0$ при $y \in (0, \infty)$. Тогда с другой стороны от области взаимодействия при $n > \Delta$, по крайней мере на некотором расстоянии от поверхности, также $w_{02} > 0$. Так как линии тока приходят в область взаимодействия с разных сторон, то должен существовать интервал значений y , при котором $w_{02} < 0$, причем на границах

этого интервала $w_{02}=0$. С практической точки зрения наиболее интересен случай, когда интервал значений y , при котором $w_{02} \leq 0$ примыкает к обтекаемой поверхности. Тогда задача о взаимодействии пограничных слоев сводится к двумерной задаче о взаимодействии пограничного слоя с вдуваемой навстречу пристенной струей. Пример такого течения показан на фиг. 1, б.

В общем случае взаимодействие пограничных слоев может приводить к существенному изменению всей картины течения. Тогда под величинами w_{01} и w_{02} следует понимать профили скорости в пограничных слоях перед областью взаимодействия, которые сформировались в потоке с учетом влияния взаимодействия на глобальную картину течения.

Заметим, что приведенные соображения справедливы и для турбулентных пограничных слоев, если выполняются некоторые предположения о поведении характеристик турбулентности в зоне взаимодействия. Например, если параметры турбулентности не сильно изменяются по сравнению с их значениями в пограничном слое.

Дальнейшее рассмотрение относится как к ламинарным, так и к турбулентным пограничным слоям, а под величиной ν понимаются коэффициенты ламинарной и турбулентной вязкости.

2. Рассмотрим задачу о взаимодействии сталкивающихся плоских пристенных струй. Будем считать, что взаимодействие влияет на распределение параметров в струе вверх по потоку на конечном расстоянии Δ . Все параметры невозмущенной струи при $n > \Delta$ известны. Предположим, что в зоне взаимодействия происходит отрыв струи от обтекаемой поверхности, а за отрывом формируется область с малыми скоростями, в которой давление можно считать постоянным (фиг. 2). Из локальной асимптотической теории отрыва плоской ламинарной струи при $Re \rightarrow \infty$ следует, что в пристенной части струи возникает слой толщиной $\delta_i \ll \delta$ (δ — толщина струи), в котором существенна вязкость, и движение в нем описывается уравнениями пограничного слоя [4]. Основная часть струи — это невязкий завихренный поток, отходящий от стенки по кривой с характерным радиусом R , который определяется вытесняющим воздействием вязкого подслоя.

Воспользуемся этими представлениями для построения приближенной модели взаимодействия пограничных слоев в случае, показанном на фиг. 2. Там же представлен типичный для трехмерного пограничного слоя профиль составляющей скорости $w_0(y)$ в направлении, нормальном к линии тока внешнего потока.

Характерные параметры вязкого подслоя: δ_i — толщина, W_i — продольная скорость, l — продольный масштаб, R — радиус кривизны линий тока.

Перепад давления между зоной за отрывом (зона 1 на фиг. 2) и давлением во внешнем потоке — Δp .

Определим введенные величины соотношениями

$$\frac{1}{2} \rho W_i^2 = \Delta p, \quad \frac{W_i}{\delta_i} = c, \quad c = \left. \frac{dw_0}{dy} \right|_y = 0, \quad \frac{W_i^2}{l} = \frac{\nu W_i}{\delta_i^2}, \quad R = \frac{4}{3} \frac{l^2}{\delta_i} \quad (2.1)$$

Интегральное уравнение импульсов в направлении ψ , нормальном к линии тока в струе, после отрыва, можно записать в виде

$$\Delta p = \int_0^\infty \frac{\rho w^2}{R(\psi)} d\psi = \frac{1}{\langle R \rangle} \int_0^\infty \rho w^2 d\psi \quad (2.2)$$

где w — скорость в струе после отрыва, $R(\psi)$ — радиус кривизны линии тока в струе, $\langle R \rangle$ — средний радиус кривизны линий тока в струе.

Соотношения (2.1), (2.2) — по сути дела оценки, которые следуют из описанной выше физической модели течения, но, записанные в виде стро-

гих равенств, фактически являются определениями для величин W_i , δ_i , l , R , $\langle R \rangle$. Далее предполагается, что средний радиус кривизны линий тока в струе после отрыва $\langle R \rangle$ не меняется в области разворота струи и равен характерному радиусу кривизны линий тока в вязком подслое, а интеграл в соотношении (2.2) равен потоку импульса в невозмущенном потоке перед отрывом

$$R = \langle R \rangle, \quad \int_0^{\infty} \rho w^2 d\psi = \int_0^{\infty} \rho w_0^2 dy = I_0 \quad (2.3)$$

Постоянство величины $\langle R \rangle$ и соотношение (2.3), строго говоря, выполняются только если $\langle R \rangle \gg \delta$. В соотношениях (2.1)–(2.3) величины I_0 , c , v , ρ заданы. Тогда для δ_i , W_i , l , Δp , R из (2.1)–(2.3), положив $\rho=1$, получим выражения для величин, определяющих течение в зоне отрыва струи

$$l = \frac{6^{3/7}}{2} \left(\frac{I_0^3}{c^5 v} \right)^{1/7}, \quad W_i = 6^{1/7} (c^3 I_0 v^2)^{1/7}, \quad \delta_i = 6^{1/7} \left(\frac{I_0 v^2}{c^4} \right)^{1/7},$$

$$R = \frac{6^{5/7}}{3} \left(\frac{I_0^5}{c^6 v^4} \right)^{1/7}, \quad \Delta p = \frac{3}{6^{5/7}} (I_0^2 c^6 v^4)^{1/7} \quad (2.4)$$

Условие взаимодействия пристенных струй состоит в том, что величины давления за точкой отрыва первой и второй струй одинаковы

$$p_1 + \Delta p_1 = p_2 + \Delta p_2 \quad (2.5)$$

Если рассматривается задача о взаимодействии пристенных затопленных струй, то давление $p_1 = p_2$ и условие взаимодействия примет вид $\Delta p_1 = \Delta p_2$ или

$$(I_0 c^3 v^2)_1 = (I_0 c^3 v^2)_2 \quad (2.6)$$

Условие (2.6) определяет место взаимодействия пристенных струй на поверхности, а соотношения (2.4), записанные для обеих струй, описывают течение в зоне взаимодействия.

В случае взаимодействия пограничного слоя с вдуваемой навстречу ему пристенной струей для струи в области взаимодействия справедливы соотношения (2.4). Для пограничного слоя перед отрывом в вязком подслое будут справедливы соотношения (2.1). Далее, воспользовавшись распределением давления на поверхности перед сходом с нее свободной линии тока и уравнением свободной линии тока в окрестности точки отрыва, можно записать [5, 6]

$$\Delta p \approx a_0 l^{1/2}, \quad R^{-1} = \frac{3}{4} a_0 l^{-1/2} \quad (2.7)$$

Соотношения (2.1), (2.7) позволяют выразить Δp , δ_i , l , W_i , R , a_0 через известную величину $c = (dw_{01}/dy)_{y=0}$ в пограничном слое перед областью взаимодействия. Условие взаимодействия имеет вид (2.5).

Необходимо отметить, что давления перед областью взаимодействия с двух сторон от нее, p_1 и p_2 , в общем случае неизвестны и определяются глобальной картиной течения, возникшей вследствие взаимодействия пограничных слоев.

3. В качестве примера взаимодействия рассмотрим течение на торцевой поверхности межлопаточного канала с положительным продольным градиентом давления (фиг. 1, а). Координату s направим вдоль линий тока внешнего потока, n — по нормали к ним. На выпуклой стороне лопатки $n=0$.

На торцевой поверхности формируется трехмерный пограничный слой, в котором под действием перепада давлений между вогнутой и выпуклой сторонами канала появляется составляющая скорости w , направленная

к выпуклой стороне канала. Расчет пограничного слоя на торцевой поверхности показывает, что при $n=0$ величина $w \neq 0$. Вдоль линии $n=0$ происходит взаимодействие пограничного слоя с поверхностью лопатки. Используя полученные результаты, будем в каждом сечении $s=\text{const}$ рассматривать задачу с натеканием плоской пристенной струи на преграду. Профиль скорости в струе перед областью взаимодействия должен определяться из расчета параметров пограничного слоя на торцевой поверхности.

Экспериментальное исследование пограничного слоя на торцевой поверхности межлопаточного канала проводилось на модели прямой решетки профилей при скорости набегающего потока $\lambda_\infty=0,3$ и числе $Re \approx 3 \cdot 10^5$ по хорде профиля лопатки. Передняя кромка торцевых пластин выходила за линию фронта решетки так, что набегающий на решетку пограничный слой был турбулентным, с профилем скорости, хорошо описываемым степенной зависимостью $u/u_e = (y/\delta_\infty)^{1/k}$, где $k=6$ (u_e — скорость на внешней границе пограничного слоя; δ_∞ — толщина набегающего пограничного слоя).

В экспериментах измерялись: профили вектора скорости в пограничном слое в 20 точках на торцевой поверхности с помощью трехтрубчатого пневмометрического микронасадка; распределение статического давления на торцевой поверхности и на выпуклой стороне лопатки; распределение давления торможения в семи сечениях по длине канала.

Кроме того, производилась визуализация картины пристенных линий тока на торцевой поверхности и на лопатках. На фиг. 1, а представлена картина пристенных линий тока на выпуклой стороне лопатки и на примыкающей к ней части торцевой поверхности. Видно, что вдоль линии пересечения происходит перетекание пограничного слоя. Вблизи выходной части канала формируется область, в которой обычная картина перетекания пограничного слоя с торцевой поверхности на лопатку изменяется. Эту область называют областью углового отрыва.

Для расчета параметров турбулентного пограничного слоя на торцевой поверхности был использован интегральный метод расчета, подробно описанный в [7]. Профиль продольной составляющей скорости аппроксимировался зависимостью (3.1), а для поперечной составляющей скорости в отличие от [2] используется формула Джонстона

$$\left(\frac{u}{u_e}\right) = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/k} \quad (3.1)$$

$$\frac{w}{u_e} = \frac{u}{u_e} \frac{2\alpha(1-\tau)}{\tau} \quad \left(\tau \geq \frac{u}{u_e} \geq 0\right) \quad (3.2)$$

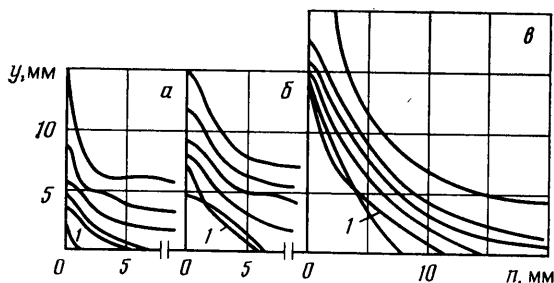
$$\frac{w}{u_e} = 2\alpha \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) \quad \left(\frac{u}{u_e} > \tau\right)$$

где величина k зависит от продольного градиента давления, τ — константа, α — угол поворота линии тока внешнего потока. Профили продольной и поперечной составляющих скорости вблизи стенки подобны [2]. Величина w/u_e достигает максимума при $u/u_e = \tau$. В расчете полагалось $\tau=0,5$. Во внешней части пограничного слоя формула (3.2) совпадает с видом профиля поперечной составляющей скорости, полученным из асимптотического анализа уравнений трехмерного пограничного слоя при $u/u_e \rightarrow 1$ [8].

Вопрос о постановке граничных условий на линии пересечения торцевой поверхности с вогнутой стороной лопатки обсуждался в [2, 3 и др.] В [9] он был рассмотрен на основе анализа асимптотического поведения уравнений Навье — Стокса при $Re \rightarrow \infty$. В соответствии с результатами этой работы толщина пограничного слоя на этой линии полагалась равной нулю. Распределение давления во внешнем потоке было получено путем аппроксимации экспериментальных данных. Результаты расчетов хорошо описывают экспериментальное распределение скорости, параметра k , интегральных толщин вытеснения и потери импульса на всей торцевой поверхности, за исключением зоны «углового отрыва», где в эксперименте в отличие от расчета наблюдается значительный рост толщины вытеснения в продольном направлении и уменьшение величины k до $\sim 1-3$.

Для расчета параметров течения вблизи линии пересечения торцевой поверхности с выпуклой стороной лопатки были использованы соотношения (2.4). Величина I_0 вычислялась с учетом (3.2), τ принималась равной 0,5, а величина турбулентной вязкости $\nu=0,001u_*\delta$ [10]. Величина c вычислялась по формуле $c=W_0/t$, где $W_0=u_0(1-\tau)$, а t — значение координаты y , при котором $w=W_0$. Из (3.1), (3.2) для t получается выражение $t=\tau^k\delta$. При расчете параметров пограничного слоя на торцевой стенке в каждой точке вычислялась величина R . За точку отхода пограничного слоя от поверхности при перетекании через угол принималась такая точка, в которой расстояние от нее до выпуклой стороны лопатки было равно величине R . Это соответствует тому, что введенный ранее средний радиус разворота $\langle R \rangle$ в области взаимодействия совпадает с радиусом разворота «нижней границы» оторвавшегося пограничного слоя. Такое приближение связано с тем, что в профиле скорости w перед областью взаимодействия максимум скорости лежит очень близко к обтекаемой поверхности — примерно на расстоянии $t \approx 0,01\delta$.

На фиг. 3 показаны линии равного значения величины $\xi=2(p_0-p_{00})/\rho u_\infty^2$ (p_0 — давление торможения, p_{00} — давление торможения набегающего потока) в сечениях I, II, III, соответственно указанных на фиг. 1, а.



Фиг. 3

Линия, на которой $\xi=0,94$, считается нижней границей пограничного слоя. Цифрой 1 отмечена линия разворота пограничного слоя в области взаимодействия, полученная теоретически по формулам (2.4). На фиг. 1, а показана линия начала разворота пограничного слоя на торцевой стенке при натекании на лопатку, полученная из расчета (кривая 5). При s меньше некоторого s^0 эта линия практически примыкает к лопатке, а затем отходит от нее. На той же фигуре показана полученная экспериментально предельная линия тока, которая интерпретируется как линия углового отрыва (кривая 4). Достаточно хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных указывает на то, что формирование углового отрыва в рассмотренном течении связано с взаимодействием пограничного слоя торцевой поверхности с выпуклой стороной лопатки. Предложенная модель взаимодействия позволяет приближенно описать это явление.

Отсутствие ярко выраженного углового отрыва в конфузурных межлопаточных каналах [2, 3] объясняется тем, что в ускоренном течении радиус разворота линий тока R (2.4) в пристенной части при перетекании через угол мал из-за роста величины c (2.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шевелев Ю. Д.* Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. М.: Наука, 1986. 366 с.
2. *Степанов Г. Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
3. *Гречаниченко Ю. В., Несгеренко В. А.* Вторичные течения в решетках турбомашин. Харьков: Вища шк., 1983. 119 с.
4. *Smith F. T., Duck P. W.* Separation of jets or thermal boundary layers from a wall // *Quart. J. Mech. and Appl. Math.* 1977. V. 30, № 2. P. 143–156.
5. *Сычев В. В.* О ламинарном отрыве // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1972. № 3. С. 47–59.
6. *Ackerberg R. C.* Boundary-layer separation at a free streamline. Pt 1. Two-dimensional flow // *J. Fluid. Mech.* 1970. V. 44, Pt 2. P. 211–225.
7. *Шальман Е. Ю.* Интегральный метод расчета трехмерного пограничного слоя в криволинейных каналах // *Пограничный слой.* Тр. ЦИАМ. 1985. № 1128. С. 55–80.
8. *Шальман Е. Ю.* Пограничный слой на круговом секторе // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1982. № 1. С. 35–41.
9. *Гуревич Ю. Г.* Течение вязкой жидкости вблизи линии пересечения искривленных поверхностей // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1985. № 3. С. 16–21.
10. *Хилце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.

Москва

Поступила в редакцию
22.IV.1987