

УДК 532.526.2.013.4

**ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ  
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

**УСТИНОВ М. В.**

Один из способов увеличения числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода — использование периодических воздействий на пограничный слой, таких, как придание поверхности формы бегущей волны или периодического вдува-отсоса на поверхности. В [1, 2] рассматривался периодический вдув-отсос в противофазе с волной Толлмина — Шлихтинга. Использование такого воздействия уменьшает амплитуду волны Толлмина — Шлихтинга. В [3] методом теории возмущений исследовалось влияние на устойчивость пограничного слоя бегущей волны с параметрами  $(\alpha, \omega)$ , близкими к волне Толлмина — Шлихтинга в некоторой точке нейтральной кривой, причем фаза волны предполагалась произвольной. Получено, что бегущая волна вызывает значительные изменения нейтральной кривой вблизи соответствующей точки на плоскости  $(\alpha, R)$ . Однако влияние бегущей волны на всю нейтральную кривую и на число Рейнольдса перехода не было изучено.

В настоящей работе исследуется влияние на устойчивость и ламинарно-турбулентный переход бегущей по поверхности волны и вдува-отсоса в форме бегущей волны, при этом параметры возмущений предполагаются не связанными с параметрами волны Толлмина — Шлихтинга. Найдены параметры, при которых число Рейнольдса перехода возрастает в 2–2,5 раза.

1. Рассмотрим обтекание плоской пластины длины  $L$  потоком вязкой несжимаемой жидкости со скоростью  $u_\infty$ , плотностью  $\rho$  и коэффициентом кинематической вязкости  $\nu$ . Будем рассматривать два вида граничных условий на пластине — поверхность в форме бегущей волны и периодический вдув-отсос (первая и вторая строки соответственно)

$$y_w' = a'(x') \cos \frac{2\pi}{\lambda'}(x' - c't'), \quad u'(x', y_w') = 0, \quad v'(x', y_w') = \frac{dy_w'}{dt'}$$

$$u'(x', 0) = 0, \quad v'(x', 0) = v_0'(x') \cos \frac{2\pi}{\lambda'}(x' - c't')$$

Здесь  $y_w'(x', t')$  — форма поверхности,  $a'$  — амплитуда волны,  $\lambda'$  — ее длина,  $c'$  — фазовая скорость,  $v_0'$  — амплитуда скорости вдува-отсоса,  $u'$  и  $v'$  — продольная и поперечная составляющие вектора скорости.

Длина волны  $\lambda'$  предполагается порядка толщины пограничного слоя, а амплитуды волны  $a'$  и скорости вдува-отсоса  $v_0'$  меняются на свой порядок на длине порядка  $L$ . Введем безразмерные переменные, которые будем обозначать буквами без штриха

$$x' = \delta^* X, \quad y' = \delta^* Y, \quad t' = (\delta^*/u_\infty)t, \quad p' = \rho u_\infty^2 p, \quad v' = u_\infty v$$

$$u' = u_\infty u, \quad \delta^* = d\sqrt{Lv/u_\infty}$$

Здесь  $\delta^*$  — толщина вытеснения пограничного слоя Блазиуса,  $d=1,721$ .

Перейдем в систему отсчета, связанную с бегущей волной, т. е. движущуюся относительно лабораторной системы со скоростью  $c$ . Для этого сделаем замену переменных  $X - ct \rightarrow X, u - c \rightarrow u$ .

Амплитуду бегущей волны будем считать малой по сравнению с  $\delta^*$ , а амплитуду скорости вдува-отсоса  $v_0'$  — малой по сравнению со скоростью

набегающего потока  $u_\infty$ . Используя для обозначения этого малый параметр  $\varepsilon$ , запишем граничные условия в безразмерных переменных (первая и вторая строки соответствуют бегущей волне и вдуву-отсосу)

$$Y_w = \varepsilon a \cos kX, \quad v(X, Y_w) = \varepsilon k a c \sin kX, \quad u(X, Y_w) = -c, \quad u(X, \infty) = 1 - c$$

$$v'(X, 0) = \varepsilon v_0 \cos kX, \quad u(X, 0) = -c, \quad u(X, \infty) = 1 - c$$

$$a'(x') = \varepsilon \delta^* a(X), \quad k(X) = \frac{2\pi \delta^*}{\lambda'(X)}, \quad v_0' = \varepsilon u_\infty v_0$$

Заметим, что  $a$ ,  $v_0$  и  $k$  являются медленно меняющимися функциями  $X$ . Они изменяются на свой порядок при изменении  $X$  на величину порядка  $R$  ( $R = u_\infty \delta^* / \nu$  — число Рейнольдса по толщине вытеснения). В задаче имеются два малых параметра  $\varepsilon$  и  $R^{-1}$ . Для определенности будем предполагать, что они связаны соотношением  $\varepsilon = R^{-\alpha}$ , где  $\alpha$  — некоторое положительное число. Допустимые пределы изменения  $\alpha$  будут указаны ниже.

Для случая бегущей волны перейдем к криволинейным ортогональным координатам  $S, N$ , связанным со стенкой. При малых  $\varepsilon$  выражения старых координат через новые могут быть представлены в виде разложения по степеням  $\varepsilon (R^{-\alpha})$  [4]

$$X = S + R^{-\alpha} a e^{-kN} \sin kS + R^{-2\alpha} \frac{ka^2}{2} e^{-2kN} \sin 2kS + O(R^{-3\alpha}) + O(R^{-1-\alpha})$$

$$Y = N + R^{-\alpha} a e^{-kN} \cos kS + R^{-2\alpha} \frac{ka^2}{2} e^{-2kN} \sin 2kS + O(R^{-3\alpha}) + O(R^{-1-\alpha})$$

Члены порядка  $R^{-1-\alpha}$  появляются из-за медленной зависимости  $a$  и  $k$  от  $X$ .

Воспользуемся методом многих масштабов. Для этого введем две переменные по продольной оси: быструю  $X$  и медленную  $x$  ( $S \rightarrow X, S \rightarrow R d^{-2} x + ct$ ) и будем считать, что параметры потока зависят от обеих переменных. Вместо  $N$  будем далее везде писать  $Y$ . При такой замене переменных течение в малом масштабе рассматривается в системе, связанной с бегущей волной, а в крупном масштабе — в лабораторной системе. В новых переменных уравнения Навье — Стокса и граничные условия примут вид

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 c}{R W} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{d^2}{R} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial Y} - uv \frac{\partial \ln W}{\partial Y} + v^2 \frac{\partial \ln W}{\partial X} + \\ & + \frac{d^2}{R} v^2 \frac{\partial \ln W}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial X} - \frac{d^2}{R} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{W}{R} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} \right) - \frac{2}{R} \frac{\partial W}{\partial Y} \times \\ & \quad \times \frac{\partial v}{\partial X} + \frac{2}{R} \frac{\partial W}{\partial X} \frac{\partial v}{\partial Y} + O(R^{-1-2\alpha}) + O(R^{-2}) \\ & \frac{d^2 c}{R W} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial X} + \frac{d^2}{R} u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial Y} + u^2 \frac{\partial \ln W}{\partial Y} - \\ & - uv \frac{\partial \ln W}{\partial X} - \frac{d^2}{R} uv \frac{\partial \ln W}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{W}{R} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial Y^2} \right) + \\ & + \frac{2}{R} \frac{\partial W}{\partial Y} \frac{\partial u}{\partial X} - \frac{2}{R} \frac{\partial W}{\partial X} \frac{\partial u}{\partial Y} + O(R^{-1-2\alpha}) + O(R^{-2}) \\ & \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{d^2}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial Y} + u \frac{\partial \ln W}{\partial X} + \frac{d^2}{R} u \frac{\partial \ln W}{\partial x} - v \frac{\partial \ln W}{\partial Y} = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$W = 1 + R^{-\alpha} W_1 + R^{-2\alpha} W_2, \quad \ln W = R^{-\alpha} K_1 + R^{-2\alpha} K_2$$

$$W_1 = K_1 = kae^{-kx} \cos kX$$

$$u(X, x, 0) = -c - R^{-\alpha} kac \cos kX + O(R^{-2\alpha})$$

$$v(X, x, 0) = 0, u(X, x, \infty) = 1 - c$$

В случае вдува-отсоса справедливы уравнения (1.1) с  $W=1$  и следующими граничными условиями:

$$u(X, x, 0) = -c, v(X, x, 0) = v_0 \cos kX, u(X, x, \infty) = 1 - c$$

Начальные условия в некотором сечении  $x_0$  имеют вид  $u(x_0 Y) = f(Y/(d\sqrt{x_0}))$ , где  $f$  — функция Блазиуса. Амплитуды  $a$  и  $v_0$  в этом сечении предполагаются равными нулю. В малом масштабе основная часть течения является невязкой. Вязкость проявляется только в тонких слоях, расположение которых зависит от фазовой скорости  $c$ . При  $c \ll 1$  вязкость проявляется в пристеночном слое толщиной  $\sim R^{-1/2}$  и в критическом слое в окрестности  $Y_c (u_0(Y_c) = c)$  толщиной  $R^{-1/2}$ . При  $c \sim R^{-1/2}$  критический слой сливается с вязким пристеночным слоем в единый слой толщиной  $R^{-1/2}$ .

В невязкой части течения разложения для параметров течения имеют вид

$$u = u_0 - c + R^{-\alpha} u_1 + R^{\beta-2\alpha} u_2$$

$$v = R^{-\alpha} v_1 + d^2 R^{-1} V_0 + d^2 R^{\beta-1-2\alpha} V_2, p = R^{-\alpha} p_1 \quad (1.2)$$

Значение  $\beta$  определяется из анализа течения в вязких слоях. При  $c \ll 1$  в критическом слое разложения для параметров течения имеют вид

$$u = u_0 - c + R^{-\alpha} \ln(R^{-1/2}) u_1 + R^{-\alpha} u_{11} + R^{\beta-2\alpha} u_2$$

$$v = R^{-\alpha} v_1 + R^{-1/2-\alpha} \ln(R^{-1/2}) v_{11} + R^{-1/2-\alpha} v_{12}$$

$$p = R^{-\alpha} \ln(R^{-1/2}) p_1 + R^{-\alpha} p_{11}$$

В вязком пристеночном слое разложения для  $u$  и  $p$  имеют вид (1.2) при любом  $c$ , а разложения для  $v$  при  $c \ll 1$  имеют вид (1.3), а при  $c \sim R^{-1/2}$  определяются формулами (1.4)

$$v = R^{-1/2-\alpha} v_1, v = R^{-\alpha} v_0 + R^{-1/2-\alpha} v_1 \quad (1.3)$$

$$v = R^{-1/2-\alpha} v_1, v = R^{-\alpha} v_0 + R^{-1/2-\alpha} v_1 \quad (1.4)$$

В (1.3) и (1.4) первое равенство относится к случаю бегущей волны, а второе — к случаю вдува-отсоса. Подставляя (1.2) и аналогичные разложения в вязких слоях в (1.1), получим, что члены порядка  $\varepsilon$  описываются следующей композитной системой уравнений:

$$(u_0 - c) \frac{\partial u_1}{\partial X} + v_1 \frac{\partial u_0}{\partial Y} = -\frac{\partial p_1}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u_1}{\partial Y^2}$$

$$(u_0 - c) \frac{\partial v_1}{\partial X} + (u_0 - c)^2 \frac{\partial K_1}{\partial Y} = -\frac{\partial p_1}{\partial Y} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial X} + \frac{\partial v_1}{\partial Y} + (u_0 - c) \frac{\partial K_1}{\partial X} = 0$$

$$u_1(X, 0) = -kac \cos kX, v_1(X, 0) = 0, u_1(X, \infty) = v_1(X, \infty) = 0 \quad (1.6)$$

$$u_1(X, 0) = 0, v_1(X, 0) = v_0 \cos kX, u_1(X, \infty) = v_1(X, \infty) = 0 \quad (1.7)$$

В случае бегущей волны имеем граничные условия (1.6), а в случае вдува-отсоса — граничные условия (1.7) и  $K_1=0$  в (1.5). В систему уравнений (1.5) медленная переменная не входит явно, и ее решение зависит от  $x$  как от параметра.

Подставляя (1.2) и аналогичные разложения для вязких областей в (1.1), осредняя полученные уравнения по периоду и группируя члены при  $R^{-1}$ , получим уравнения пограничного слоя с нулевым градиентом давления для  $u_0, V_0$  и следующие уравнения для членов порядка  $R^{\beta-2\alpha}$  [4]:

$$u_0 \frac{\partial u_2}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_0}{\partial x} + V_0 \frac{\partial u_2}{\partial Y} + V_2 \frac{\partial u_0}{\partial Y} = - \frac{R^{1-\beta}}{d^2} \left\langle v_1 \frac{\partial u_1}{\partial Y} \right\rangle + \frac{1}{d^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial Y^2} \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial Y} = 0$$

$$u_2(x, 0) = V_2(x, 0) = u_2(x, \infty) = 0, \quad u_2(x_0, Y) = V_2(x_0, Y) = 0$$

Здесь угловые скобки означают осреднение по периоду. Первый член в правой части первого уравнения (1.8) отличен от нуля только в вязких областях. В критическом слое при  $Y - Y_c \sim R^{-1/2}$  ( $c \sim 1$ ) или при  $Y \sim R^{-1/2}$  ( $c \sim R^{-1/2}$ ) наибольшими по порядку становятся члены в правой части (1.8). Из условия равенства их порядков определяется значение  $\beta$ . Отсюда имеем  $\beta = 2/3$  для бегущей волны при  $c \sim R^{-1/2}$  и  $\beta = 1/3$  для бегущей волны при  $c \lesssim 1$  и вдува-отсоса при любых  $c$ .

Допустимые значения  $\alpha$  определяются из условия применимости линейного приближения в критическом слое. В случае  $c \lesssim 1$  это условие дает  $\alpha > 2/3$ , в случае  $c \sim R^{-1/2} - \alpha > 1/3$  [5].

Как видно из (1.2), изменение профиля осредненной скорости в пограничном слое пропорционально квадрату амплитуды возмущений с достаточно большим множителем  $R^\beta$ . Поэтому периодические воздействия сравнительно малой амплитуды могут вызвать достаточно большие изменения осредненной скорости. Для решения (1.5) представим искомые функции в виде  $q = q_a \exp(ikX)$ , где  $q$  и  $q_a$  — векторы с компонентами  $(u_1, v_1, p_1)$  и  $(u_{1a}, v_{1a}, p_{1a})$  соответственно. Тогда систему (1.5) можно представить в виде (1.9)

$$L(k, ck) q_a = \mathbf{F}, \quad \mathbf{F} = (f_1^i, f_2^i, f_3^i), \quad i=1, 2 \quad (1.9)$$

$$L(\alpha_*, \omega) q_a = (l_1, l_2, l_3)$$

$$l_1 = \alpha_* u_{1a}'' - \alpha_* \left[ \alpha_* + iR \left( u_0 - \left( c + \frac{\omega}{\alpha_*} \right) \right) \right] u_{1a} - \alpha_* R u_0' v_{1a} - i \alpha_*^2 R p_{1a}$$

$$l_2 = v_{1a}'' - \alpha_* \left[ \alpha_* + iR \left( u_0 - \left( c + \frac{\omega}{\alpha_*} \right) \right) \right] v_{1a} - R p_{1a}'$$

$$l_3 = v_{1a}' + i \alpha_* u_{1a}$$

$$f_1^1 = f_2^1 = 0 \quad (k=1, 2, 3), \quad f_2^1 = -1/2 k^2 a R (u_0 - c)^{-2e-kY}, \quad f_3^1 = 1/2 i k^2 a (u_0 - c)^{2e-kY}$$

Здесь  $L$  — линейный дифференциальный оператор,  $\mathbf{F}$  — вектор правых частей,  $i=1$  соответствует случаю бегущей волны,  $i=2$  — вдува-отсоса. Граничные условия для бегущей волны и вдува-отсоса имеют вид (1.10) и (1.11) соответственно

$$u_{1a}(0) = -\frac{kac}{2}, \quad v_{1a}(0) = 0, \quad u_{1a}(\infty) = v_{1a}(\infty) = 0 \quad (1.10)$$

$$u_{1a}(0) = 0, \quad v_{1a}(0) = \frac{v_0}{2}, \quad u_{1a}(\infty) = v_{1a}(\infty) = 0 \quad (1.11)$$

В оператор  $L$  здесь добавлены внепорядковые члены, отсутствующие в (1.5). Это сделано для того, чтобы однородная система (1.9) с нулевыми граничными условиями была эквивалентна уравнению Орра — Зоммерфельда.

При этом достигается лучшая сопоставимость результатов данной работы с другими результатами в области устойчивости пограничного слоя.

Таким образом, задача о течении в погранслое при периодических воздействиях сводится к решению систем (1.9) и (1.10).

2. Рассмотрим теперь устойчивость течения, полученного в разд. 1. Для этого представим его параметры в виде  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 + \psi$ , где  $\mathbf{q}_0$  — вектор параметров течения, получаемый в результате решения задачи об обтекании бегущей волны или вдува-отсоса,  $\psi$  — вектор возмущений. Учитывая вид разложения (1.2), представим возмущение в виде

$$\psi = \psi_0 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2, \quad \psi_2 = R^{1-\beta} \psi_{20} + \psi_{21}, \quad \psi = (u, v, p) \quad (2.1)$$

Здесь  $\psi_0$  обозначает волну Толлмина — Шлихтинга для пограничного слоя Блазиуса, а остальные члены учитывают отличие возмущения от волны Толлмина — Шлихтинга, вызванное наличием периодических воздействий.

Устойчивость будем исследовать в плоскопараллельном приближении. Для этого представим  $\psi_0$  в виде  $\psi_0 = \psi_{0a} \exp(i(\alpha_* x - \omega t))$ , где  $\alpha_*$  — заданное действительное число, а  $\omega$  — комплексное число, мнимая часть которого определяет рост или затухание возмущений.

Подставив возмущения (2.1) в уравнения Навье — Стокса, получим для  $\psi_{0a}$  систему, эквивалентную уравнению Орра — Зоммерфельда

$$L(\alpha_*, \omega) \psi_{0a} = 0 \quad (2.2)$$

Для возмущений порядка  $\varepsilon$ , группируя члены при одинаковых экспоненциальных множителях, получим две системы уравнений

$$\begin{aligned} L(\delta, \omega) \psi_{11} &= F_{11}, \quad L(\beta, \omega^*) \psi_{12} = F_{12} \\ \psi_1 &= \psi_{11} e^{i(\delta x - \omega t)} + \psi_{12} e^{i(\beta x + \omega^* t)}, \quad \delta = k + \alpha_*, \quad \beta = k - \alpha_* \end{aligned} \quad (2.3)$$

Выражения для правых частей в (2.3) содержат различные произведения скоростей и производных скоростей основного и возмущенного движений. Ввиду громоздкого вида этих выражений они здесь не приводятся.

Из всех членов при  $\varepsilon^2$  будем учитывать только те, которые имеют множитель  $\exp(i(\alpha_* x - \omega t))$ . Сложив уравнения для этих членов, умноженные на  $\varepsilon^2$ , с уравнениями для  $\psi_{0a}$ , получим систему уравнений для  $\psi_a = \psi_{0a} + \varepsilon^2 \psi_{2a}$

$$L(\omega, \alpha) \psi_a = \varepsilon^2 R^{1-\beta} S_{20} \psi_a + \varepsilon^2 S_{21} \psi_a \quad (2.4)$$

Оператор  $S_{20}$  в правой части (2.4) связан с изменением профиля осредненной скорости, оператор  $S_{21}$  — с взаимодействием волны Толлмина — Шлихтинга с периодическими неоднородностями течения.

Следуя процедуре метода возмущений, собственное значение (2.4) ищем в виде

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon^2 \omega_2, \quad \omega_2 = R^{1-\beta} \omega_{20} + \omega_{21} \quad (2.5)$$

где  $\omega_0$  — собственное значение задачи (2.2), определяющей устойчивость погранслоя Блазиуса,  $\omega_2$  — возмущение собственного значения. Представив оператор  $L$  в виде  $L(\omega, \alpha_*) = A(\alpha_*) + \omega K$ , где  $A$  и  $K$  — линейные дифференциальные операторы, получим следующие выражения для возмущения собственного значения:

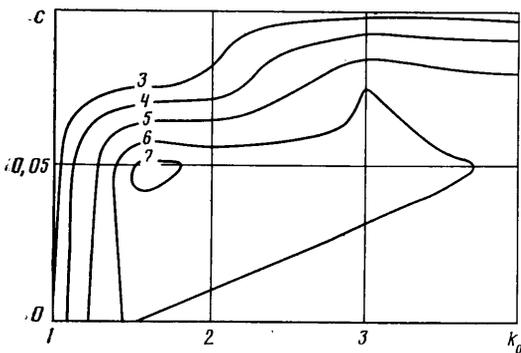
$$\omega_{21} = \frac{(\chi_{0a}, S_{21} \psi_{0a})}{(\chi_{0a}, K \psi_{0a})}, \quad \omega_{02} = \frac{(\chi_{0a}, S_{20} \psi_{0a})}{(\chi_{0a}, K \psi_{0a})}$$

Здесь  $\psi_{0a}$  — собственная функция задачи (2.2),  $\chi_{0a}$  — собственная функция эрмитова сопряженной к (2.2) задачи. Скалярное произведение, ис-

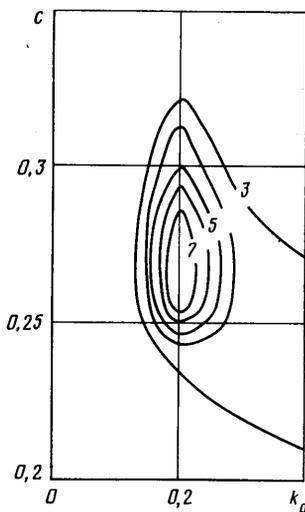
используемое здесь, определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= (u_1, v_1, p_1), \quad \mathbf{g} = (u_2, v_2, p_2), \quad (\mathbf{f}, \mathbf{g}) = \\ &= \alpha_*^2 \int_0^\infty u_1 u_2 dy + \int_0^\infty v_1 v_2 dy + \int_0^\infty p_1 p_2 dy \end{aligned}$$

Изменение собственного значения вызвано двумя физическими причинами: изменением профиля осредненного течения ( $\omega_{20}$ ) и взаимодействием волны Толлмина — Шлихтинга с периодическими возмущениями течения



Фиг. 1



Фиг. 2

( $\omega_{21}$ ). Как видно из (2.5), изменение профиля средней скорости оказывает более сильное влияние (в  $R^{1-\beta}$  раз) на собственные значения, чем влияние периодической неоднородности потока.

3. Рассмотренный способ нахождения изменения собственных значений  $\omega$  требует численного решения систем уравнений (1.9) и (2.3) и нахождения собственных значений и собственных функций задачи об устойчивости пограничного слоя Блазиуса.

Собственные значения и собственные функции искали матричным методом, изложенным в [6]. Решение систем (1.9) и (2.3) с правой частью проводилось этим же методом. Система линеаризованных уравнений погранслоя (1.8) решалась маршевым методом с использованием неявной разностной схемы второго порядка точности по  $Y$  и первого порядка по  $x$ .

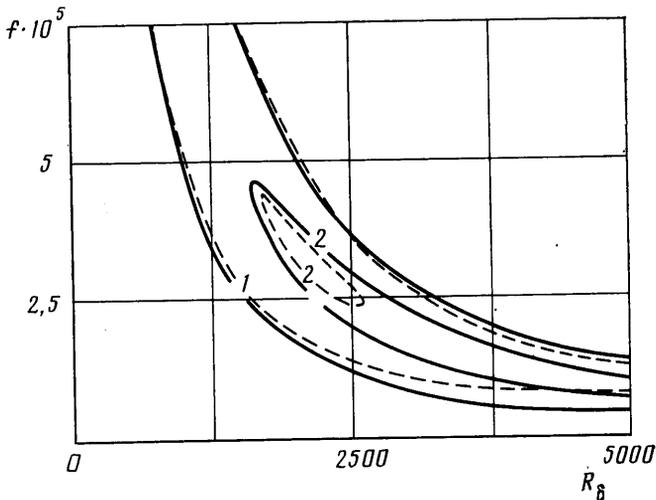
Функции  $a(x)$  и  $k(x)$  подбирались так, чтобы их отношения к местной толщине вытеснения  $\delta = \delta^* \sqrt{x}$  оставались постоянными, т. е.  $k = k_0 / \sqrt{x}$ ,  $a = a_0 \sqrt{x}$ ,  $k_0 = \text{const}$ . Приведенная амплитуда  $a_0$  предполагалась равной единице везде, кроме короткого начального участка. Начальные условия ставились в сечении, где  $R_0 = 100$ . На участке от  $R_0 = 100$  до  $R_0 = 200 a_0$  менялась линейно от 0 до 1. Изменение длины участка линейного возрастания  $a_0$  не привело к заметному изменению результатов. Закон изменения  $v_0$  в случае вдува-отсоса был аналогичен закону изменения  $a_0$ .

В результате расчетов для заданных значений  $c$ ,  $k$  и  $\alpha_*$  получались  $\omega_0$  и  $\omega_2$ . Для заданного  $\varepsilon$  находилось  $\omega = \omega_0 + \varepsilon^2 \omega_2$ . Затем характеристики устойчивости пересчитывались на случай пространственной постановки, т. е. по заданному действительному  $\omega$  находилось комплексное  $\alpha_*$ . После этого вычислялось число Рейнольдса перехода по длине пластины  $R_x^* e^n$  методом [7]. Число  $n$  подбиралось так, чтобы  $R_x^* = 3 \cdot 10^6$  для пограничного слоя Блазиуса.

Результаты расчетов в виде линий одинакового  $R_x^*$  на плоскости  $(k_0, c)$  при  $\varepsilon = 0,01$  для случая вдува-отсоса приведены на фиг. 1, для бегущей волны при  $\varepsilon = 0,0141$  — на фиг. 2. Линии, соответствующие  $R_x^* = 3 \cdot 10^6, 4 \cdot 10^6, 5 \cdot 10^6, 6 \cdot 10^6, 7 \cdot 10^6$ , обозначены цифрами 3–7 соответственно.

Как видно из фигур, применение периодического вдува-отсоса или бегущей волны дает увеличение  $R_x^*$  в 2–2,5 раза.

Столь сильное изменение  $R_x^*$  при малых периодических воздействиях объясняется тем, что возмущение собственного значения  $\omega_p = \varepsilon^2 \omega_2$  оказывается одного порядка с мнимой частью, определяющей рост возмущений.



Фиг. 3

Это не противоречит предположению о малости возмущений, так как  $|\omega_p| \ll |\omega|$ .

Заметим, что вдув-отсос с нулевой фазовой скоростью  $s$  в некотором диапазоне значений  $k_0$  оказывает стабилизирующее влияние на пограничный слой.

Волнистая стенка (бегущая волна при  $s=0$ ) дестабилизирует пограничный слой для всех исследованных значений  $k_0$ . На фиг. 3 представлена нейтральная кривая в координатах  $(R_\delta, f = \omega/R_\delta)$  и изолиния  $\text{Im}(\alpha_*) = -0,01$  (кривые 1 и 2 соответственно) для невозмущенного пограничного (сплошные линии) и для пограничного на пластине с бегущей волной при  $s=0,28$ ,  $k_0=0,2$  и  $\varepsilon=0,0141$  (штриховые линии). Бегущая волна сокращает размер неустойчивой области и уменьшает инкременты нарастания внутри нейтральной кривой. Аналогичная картина имеет место при вдуве-отсосе.

Автор выражает благодарность В. А. Купареву за предоставленную программу для расчета устойчивости пограничного слоя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Biringen S. Active control of transition by periodic suction – blowing // Phys. Fluids. 1984. V. 27. № 6. P. 1345–1347.
2. Metcalfe R. W., Rutland C., Duncan J. H., Riley J. J. Numerical simulation of active stabilization of laminar boundary layers // AIAA Paper. 1985. № 567. 9 p.
3. Айзин Л. Б., Володин А. Г. Устойчивость пограничного слоя на поверхности волны, бегущей по пластине // ПМТФ. 1979. № 5. С. 49–52.
4. Sengupta T. K., Lekoudis S. G. Calculation of two-dimensional turbulent boundary layers over rigid and moving wavy surfaces // AIAA Journal. 1984. V. 23. № 4. P. 530–536.
5. Жигулев В. Н., Куркинский А. И., Сидоренко Н. В., Тумин А. М. О механизме вторичной неустойчивости и его роли в процессе возникновения турбулентности // Аэромеханика. М.: Наука, 1976. С. 118–140.
6. Malik M. B., Orszag S. A. Efficient computation of the stability of three-dimensional compressible boundary layers. // AIAA Paper. 1981. № 1277. 13 p.
7. Jaffe N. A., Okamura T. T., Smith A. M. O. Determination of spatial of amplification factors and their application to prediction transition // AIAA Journal. 1979. V. 8. № 2. P. 301–308.

Москва

Поступила в редакцию  
13.V.1987