

УДК 532.525.2

О ВЫНУЖДЕННОМ КАПИЛЛЯРНОМ РАСПАДЕ СТРУЙ ЖИДКОСТИ

**БЛАЖЕНКОВ В. В., ГИНЕВСКИЙ А. Ф., ГУНБИН В. Ф.,
ДМИТРИЕВ А. С.**

Исследованы характеристики вынужденного капиллярного распада струй жидкости (ВКРС) в широкой области изменения параметров распада: диаметров отверстий насадков (34–527 мкм), величины расхода (10^{-5} – 1 см³/с), амплитуды и частоты возбуждения. Дано сравнение теории с экспериментом.

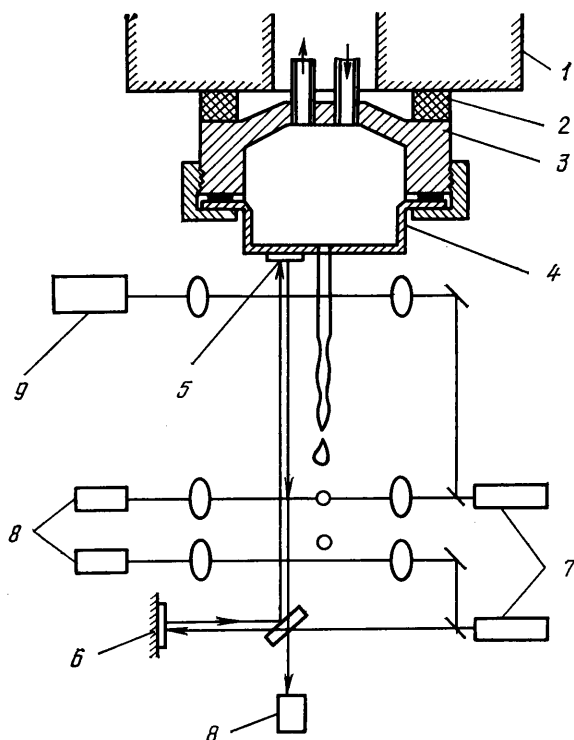
1. Распад струй жидкости под действием сил поверхностного натяжения исследуется на протяжении длительного времени [1]. Повышенный интерес к этому явлению в последние годы связан с применением его для получения упорядоченных потоков монодисперсных (т. е. обладающих малым разбросом размеров, скоростей и других характеристик) макрочастиц с характерными размерами 10^{-6} – 10^{-3} м. Это диктуется главным образом большим разнообразием технических применений последних, таких, например, как создание быстродействующих печатающих устройств, приборов для физико-химического анализа, систем топливной подпитки реакторов с магнитным удержанием и рядом других.

ВКРС происходит при воздействии на струю периодических возмущений, приводящих при определенных условиях к разбиению ее на капли приблизительно одинаковых размеров. Возмущения струи могут быть вызваны, например, колебаниями скорости или поверхности в начальном сечении струи, внешними акустическими или электромагнитными полями.

Несмотря на сравнительно большое количество работ, посвященных различным аспектам ВКРС (см., например, [2–6]), ряд принципиальных вопросов явления остается неясным. К ним относятся прежде всего влияние на ВКРС условий возбуждения, определение области параметров распада, при которых не образуются дополнительные капли меньших размеров (сателлиты), достижение заданной степени монодисперсности (т. е. величины обратной дисперсии макрочастиц по размерам, форме, скорости, заряду и другим характеристикам) и влияние на разброс параметров капель условий распада.

Для изучения этих вопросов необходимо проведение экспериментов в широкой области изменения параметров распада струи при точной их фиксации. Следует заметить, что в выполненных до сих пор экспериментах условия возбуждения, как правило, не регистрировались, что вело к неоднозначной интерпретации полученных результатов. Так, например, отсутствие измерений амплитуды колебаний насадка генератора макрочастиц и связанной с ней величины начального возбуждения струи в [2] не позволило провести эксперименты с перестройкой частоты и сравнить результаты распада струй различных диаметров и скоростей истечения. В подавляющем числе теоретических работ (см., например, [5]) рассматривается капиллярный распад бесконечного жидкого цилиндра в предположении, что результаты этих расчетов с помощью преобразования Галилея могут быть перенесены на случай полуограниченной струи. Однако, как известно [6], капиллярная неустойчивость последней носит конвективный характер, в то время как устойчивость бесконечного жидкого цилиндра абсолютна [7]. Кроме того, в имеющихся теоретических работах отсутствуют результаты, относящиеся к определению степени монодисперсности капель — одной из важнейших величин для различных применений ВКРС.

Экспериментальные исследования характеристик вынужденного капиллярного распада проводились в широкой области изменения его параметров: диаметров отверстий насадков (34–527 мкм), величины расхода (10^{-3} – 1 см³/с), скорости истечения, амплитуды и частоты возбуждения. Методом многих масштабов [8] построено решение нелинейной задачи о конвективной неустойчивости полуограниченной струи жидкости, которое позволило количественно описать такие важные параметры ВКРС, как длина нераспавшейся части струи, ее зависимость от частоты и амплитуды возбуждения, область образования сателлитов и т. п.



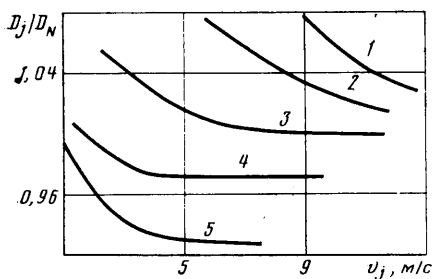
Фиг. 1

2. Приведем методику измерений и результатов экспериментов. Для экспериментального изучения ВКРС использовалась установка, схема которой показана на фиг. 1. Она состоит из генератора макрокапель, а также системы диагностики параметров струи и образующихся при ВКРС капель. Особенностью конструкции генератора является расположение пьезомодулятора 2 между массивным неподвижным основанием 1 и легким цилиндрическим корпусом 3, к нижнему фланцу которого крепится фильера 4 с отверстием для истечения жидкости и зеркалом интерферометра Майкельсона 5, служащего для прецизионного измерения амплитуды колебаний фильеры. Как показали проведенные измерения (см. также [2]), амплитудно-частотные характеристики генераторов капель в рабочем диапазоне частот 100 Гц—100 кГц имеют очень неравномерный характер. По этой причине при исследовании ВКРС в [2] использовалось лишь одно значение рабочей частоты — 100 кГц, а сканирование по волновым числам производилось изменением расхода жидкости, что существенно затрудняет перестройку режимов генератора и делает принципиально невозможным сравнение данных, полученных для разных величин отверстий фильеры жидкости.

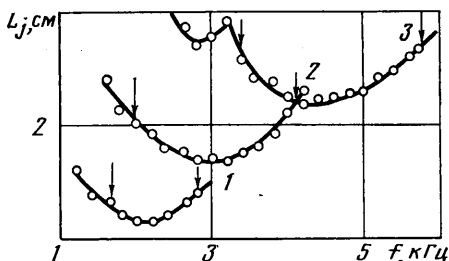
Точный контроль амплитуды колебаний фильеры позволил получить равномерную амплитудно-частотную характеристику генератора в широком диапазоне частот, что дало возможность исследовать ВКРС при различных диаметрах отверстий истечения и величинах расхода жидкости.

Эксперименты проводились с дистиллированной водой, предварительно пропущенной через фильтр с диаметром пор 20 мкм и имеющей кинематическую вязкость $\nu = 1,05 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, поверхностное натяжение $\sigma = 0,073 \text{ Н/м}$, плотность $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Для определения средней скорости течения жидкости в нераспавшейся части струи проводились измерения ее профиля, расходных характеристик генератора и средней скорости капель. Прецизионное измерение про-



Фиг. 2



Фиг. 3

филя струи проводилось с помощью оптического многоканального анализатора (ОМА) [9], работающего на линии с микрокомпьютером КАМАК-МЕРА-60. Используемый в качестве датчика ОМА линейный приемник излучения на основе приборов с зарядовой связью (ПЗС) представляет собой многоэлементную структуру на основе металл — окисел — полупроводник, выполненную в виде интегральной микросхемы с прозрачным окном в корпусе для прохождения оптического излучения. Применялся датчик ОМА типа 1200ЦЛ2, содержащий 2048 светочувствительных ячеек с размерами элементов 10×10 мкм, область спектральной чувствительности 300—900 нм, динамический диапазон 10^3 .

Схема измерения профиля струи показана на фиг. 1. Луч гелий-неонового лазера ЛГ-52-37 с помощью длиннофокусной линзы фокусировался на струе. Увеличенное в 50 раз изображение струи проецировалось на чувствительную головку ОМА 9, размещенную поперек струи. Расположение каналов в ПЗС-приемнике строго позиционировано, что позволило проводить абсолютные измерения диаметра струи с пространственным разрешением 0,5 мкм. Сканирование системы измерения вдоль струи производилось с помощью координатного столика с микрометрическим винтом и электронно-оптическими датчиками перемещений. Информация ОМА с помощью модулей КАМАК вводилась в микрокомпьютер, отображалась на графическом дисплее и записывалась на магнитный диск для последующей обработки.

Результаты измерения профилей струй воды показали (см. фиг. 2), что на некотором расстоянии от места истечения сечение струи становится постоянным (с поправкой на ускорение свободного падения), причем этот установившийся диаметр струи D_j отличается от диаметра отверстий фильеры D_N . Номера кривых соответствуют различным диаметрам фильеры: 1 — 34 мкм, 2 — 61,4 мкм, 3 — 147 мкм, 4 — 406 мкм, 5 — 508 мкм. При малых скоростях истечения и малых диаметрах отверстий $D_N \leq 100$ мкм, диаметр струи $D_j > D_N$ (из-за эффекта смачивания краев фильеры); при $D_N > 100$ мкм и больших скоростях истечения $D_j < D_N$. При возрастании скорости истечения во всех случаях диаметр струи уменьшается до некоторой постоянной величины.

В экспериментах с высокой точностью контролировалась амплитуда колебаний фильеры. Ее измерения производились с помощью интерферометра Майкельсона по схеме, показанной на фиг. 1. Луч гелий-неонового лазера 7, попадая на полупрозрачную пластинку, разделяется на два когерентных пучках. После отражения от зеркал 5 и 6, первое из которых закреплено на фильере, а второе неподвижно, оба пучка проходят через объектив и интерферируют в плоскости диафрагмы, помещенной перед фотоумножителем ФЭУ-85 8, образуя полосы равного наклона в форме концентрических колец. При этом число полуволн, регистрируемых осциллографом С8-13, за один период колебания фильеры равно $n\lambda_0/2$, где $\lambda_0 = 0,63$ мкм — длине волны гелий-неонового лазера. Дополнительный конт-

роль амплитуды колебаний фильеры осуществлялся датчиками вибрации типа КД-38 и дал аналогичные результаты.

В результате проведенных измерений установлено, что существует прямо пропорциональная зависимость между амплитудой колебаний насадка генератора и временем ВКРС, что позволяет связать амплитуду колебаний генератора Δ_0 с начальным возмущением поверхности струи δ_0 . Это дает возможность сделать детальное сравнение экспериментальных данных с теорией.

Расходные характеристики генератора измерялись с помощью аналитических весов АВН-200 и таймера КАМАК. Относительная погрешность измерения расхода не превышала 0,1%. Обнаружено, что с точностью 0,1% расход жидкости не зависит от амплитуды и частоты колебаний генератора во всем диапазоне изменения последних.

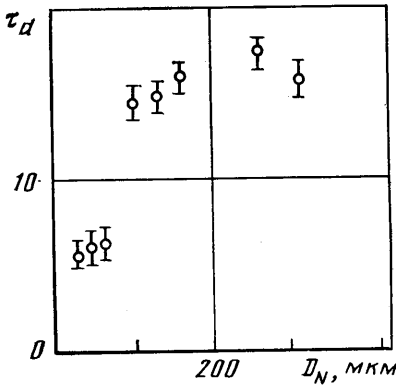
Измерения зависимостей длины нераспавшейся части струи L_j от частоты колебаний генератора f , показанных на фиг. 3, проводились при фиксированных значениях амплитуды колебаний генератора $\Delta_0=0,315$ мкм во всей области изменения частоты и скорости течения струи. Кривая 1 соответствует средней скорости жидкости $U_j=2,74$ м/с, 2 — 3,80 м/с, 3 — 5,40 м/с. Диаметр отверстия фильеры $D_N=300$ мкм. Области между стрелками отвечают режиму монодисперсного (без сателлитов) распада. Длина нераспавшейся части струи, освещаемой светом строботахометра, регистрировалась с помощью микроскопа, перемещаемого вдоль струи, с погрешностью ± 100 мкм. Одновременно измерялась средняя скорость образующихся капель $U_d=L_d f$, где L_d — измеренное расстояние между каплями, f — частота строботахометра.

Для измерения дисперсии размеров, скорости образующихся при ВКРС макрочастиц и размеров области образования сателлитов с помощью фотоумножителей 8 (см. фиг. 1) регистрировалась величина ослабления светового потока при прохождении капли через чувствительный объем, формируемый излучением гелий-неонового лазера 7. Сигналы с фотоумножителей преобразовывались в цифровой код аналого-цифровым и время-цифровым преобразователями КАМАК и обрабатывались микрокомпьютером КАМАК-МЕРА-60, работающим на линии с экспериментальной установкой.

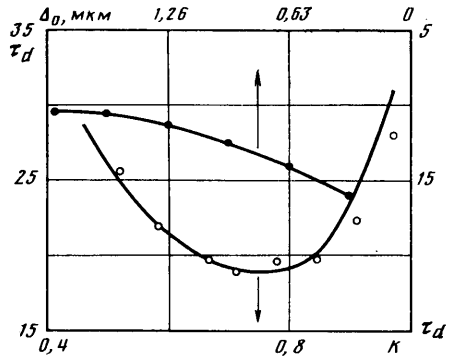
Измеренная таким образом величина степени монодисперсности размеров макрочастиц, определенная как относительная величина среднего квадратичного разброса диаметров образующихся капель, составила величину $S_d \leq 0,3\%$ при $k \approx 0,7$. На границах области монодисперсности, заключенной между стрелками на фиг. 3 S_d увеличивается до 1—2%, а с увеличением амплитуды возбуждения уменьшается.

Для анализа экспериментальных данных удобно иметь дело с безразмерным временем распада, определенным как $\tau_d = t_d (\sigma / \rho R_j^3)^{1/2}$, поскольку при заданных начальных условиях (амплитуде и частоте начального возбуждения) величина τ_d слабо зависит от средней скорости струи. На фиг. 4 приведены результаты измерений зависимости τ_d от диаметра отверстия фильеры D_N . Видно, что при $D_N > 200$ мкм величина τ_d постоянна в пределах погрешности, при $D_N \leq 200$ мкм τ_d уменьшается. Этот эффект может быть связан с релаксацией поверхностного натяжения, времена которой для воды сравнимы с временем распада струй при $D_j \leq 200$ мкм и составляют менее 10^{-3} с.

На фиг. 5 показаны зависимости безразмерного времени распада τ_d от волнового числа k и амплитуды колебаний фильеры Δ_0 (при $k \approx 0,7$). Видно, что время распада имеет минимум, при $k \approx 0,7$ отвечающий максимальному инкременту неустойчивости; с увеличением амплитуды возбуждения время распада монотонно убывает. Измерения проводились при $D_N=300$ мкм, $U_j=2,88$ м/с. Точками показаны экспериментальные данные, линией — результаты расчета по излагаемой ниже теории.



Фиг. 4



Фиг. 5

3. Обратимся теперь к теоретическому описанию ВКРС. Рассмотрим струю идеальной несжимаемой жидкости, вытекающей из отверстия радиуса R_N со скоростью U_N . Считая профиль скорости в начальном сечении струи равномерным (что, по-видимому, отвечает экспериментальной ситуации, поскольку у используемых насадков отношение диаметра отверстия к длине канала $D_N/L_N \sim 1$ и пуазейлевский профиль скорости не успевает установиться) и пренебрегая сужением струи за счет силы тяжести ($gR_N/U_N^2 \ll 1$, где g — ускорение свободного падения), а также пренебрегая влиянием окружающей среды на распад, запишем одномерную систему уравнений движения струй жидкости [10, 11]

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(vR^2) = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\sigma \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{R[1+(\partial R/\partial x)^2]^{1/2}} - \frac{\partial^2 R/\partial x^2}{[1+(\partial R/\partial x)^2]^{3/2}} \right\} \quad (3.2)$$

где R , v — текущие радиус и скорость струи, ρ — плотность жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения.

При возбуждении ВКРС в начальном сечении струи создаются колебания давления, которые переходят в колебания поверхности жидкости на расстоянии $\Delta x \approx R_N/2,4$ от отверстия. Воспользовавшись тем, что $\Delta x \ll L_j$ (L_j — длина нераспавшейся части струи), запишем граничные условия для системы уравнений в виде

$$v(0, t) = U_N; \quad R(0, t) = R_N(1 + \delta_0 \cos \omega t) \quad (3.3)$$

Заметим, что ВКРС в теоретическом плане можно рассматривать как задачу о развитии неустойчивости стационарного состояния $v = U_N$, $R = R_N$. Обозначим $u = v - U_N$, $\eta = R - R_N$. Введем масштабы времени $t_* = R_N/U_N$, координаты $x_* = R_N$, скорости $u_* = (\sigma/\rho R_N)^{1/2}$. В безразмерном виде система уравнений (3.1) — (3.2) с граничными условиями (3.3) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon \left[-u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} - 2\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^3 - \right. \\ \left. - \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 3\eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} - 3 \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) \right] \quad (3.4) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\varepsilon \left[\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{2} \eta \frac{\partial u}{\partial x} \right]$$

$$\varepsilon = u_* / U_N = We^{-1/2} \quad (3.5)$$

$$\eta(0, t) = \delta_0 \cos \omega t; \quad u(0, t) = 0 \quad (3.6)$$

где We — число Вебера, а правая часть уравнения (3.4) получена разложением уравнения (3.2) в ряд Тейлора по η и ее производным. Параметр ε принимает значение $\varepsilon \leq 0,5$, так как для струйного режима истечения из отверстия необходимо, чтобы $We \geq 4$.

Будем решать систему уравнений (3.4) — (3.7) методами теории возмущений [8], применяя обобщенный вариант разложения по многим масштабам, которым соответствуют координаты вдоль струи, определяемые соотношениями

$$\kappa = (1 + \varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \varphi_2 + \dots), \quad \xi = \varepsilon (1 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \dots)$$

$$\chi_j = \varepsilon h_{1j}(\xi) + \varepsilon^2 h_{2j}(\xi) + \dots, \quad X_j = \varepsilon^2 g_j(\xi) + \dots, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Координаты κ и ξ служат для представления решения на линейной стадии и определяют скорости и деформации поверхности струи. Нелинейные координаты χ_j и X_j необходимы для уничтожения секулярных членов, возникающих в высших порядках теории возмущений и связанных с взаимодействием гармоник. Для однозначного определения нелинейных координат используем условие [8]

$$h_{1j}(0) = h_{2j}(0) = g_j(0) = 0$$

Ищем решение задачи (3.4) — (3.6) в виде

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^{n+1} u_n(\theta, \xi, \chi_j, X_j) \quad (3.7)$$

$$\eta(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^{n+1} \eta_n(\theta, \xi, \chi_j, X_j) \quad (3.8)$$

где $\theta = k\kappa - \omega t$ — фаза колебаний.

Используя стандартное разложение производных метода многих масштабов, подставим (3.7) — (3.8) в (3.4) — (3.5) и, сравнивая члены при одинаковых степенях ε , получим систему уравнений для функций u_n и η_n .

В первом приближении имеем систему

$$\partial u_0 / \partial t + \partial u_0 / \partial \kappa = 0, \quad \partial \eta_0 / \partial t + \partial \eta_0 / \partial \kappa = 0 \quad (3.9)$$

Решение (3.9) запишем в виде

$$u_0 = A(\xi, X_j) \exp(i\theta) + A^*(\xi, X_j) \exp(-i\theta) + G(\chi_j) \quad (3.10)$$

$$\eta_0 = B(\xi, X_j) \exp(i\theta) + B^*(\xi, X_j) \exp(-i\theta) + H(\chi_j) \quad (3.11)$$

Во втором приближении

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1}{\partial \kappa} = -\varphi_1 \frac{\partial u_0}{\partial \kappa} - \frac{\partial u_0}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta_0}{\partial \kappa} + \frac{\partial^3 \eta_0}{\partial \kappa^3} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{\partial \eta_1}{\partial \kappa} = -\varphi_1 \frac{\partial \eta_0}{\partial \kappa} - \frac{\partial \eta_0}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_0}{\partial \kappa} \quad (3.13)$$

Для уничтожения вековых членов приравняем нулю правую часть системы (3.12) — (3.13), подставим (3.10) — (3.11) и получим систему уравнений для A и B

$$\partial A / \partial \xi = -ik\varphi_1 A + ik(1 - k^2)B \quad (3.14)$$

$$\partial B / \partial \xi = -ik\varphi_1 B - 1/2 ikA \quad (3.15)$$

Из (3.14) – (3.15) имеем

$$A = a_1(X_1) \exp(\gamma\xi) + a_2(X_2) \exp(-\gamma\xi) \quad (3.16)$$

$$B = b_1(X_1) \exp(\gamma\xi) + b_2(X_2) \exp(-\gamma\xi) \quad (3.17)$$

$$\gamma = 0, \quad \varphi_1 = [(k^2 - 1)/2]^{1/2}, \quad k > 1$$

$$\gamma = [k^2(1 - k^2)/2]^{1/2}, \quad \varphi_1 = 0, \quad k < 1$$

Используя (3.14) – (3.17), запишем (3.10) – (3.11) в виде

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} ik(1 - k^2) \\ \gamma \\ 1 \end{pmatrix} b_1 \exp(\gamma\xi + i\theta) + \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} -ik(1 - k^2) \\ \gamma \\ 1 \end{pmatrix} b_2 \exp(-\gamma\xi + i\theta) + \begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} + \text{к.с.} \end{aligned} \quad (3.18)$$

где к.с. – означает комплексно-сопряженный член.

Запишем решение для u_1 и η_1 в виде

$$u_1 = C(\xi, X_j) \exp(2i\theta) + N(\xi, X_j) \exp(i\theta) + \text{к.с.} \quad (3.19)$$

$$\eta_1 = D(\xi, X_j) \exp(2i\theta) + M(\xi, X_j) \exp(i\theta) + \text{к.с.} \quad (3.20)$$

В третьем приближении, производя аналогичные выкладки, получим

$$M = m(X_j) \exp(\gamma\xi) - m(X_j) \exp(-\gamma\xi)$$

$$N = n(X_j) \exp(\gamma\xi) - n(X_j) \exp(-\gamma\xi)$$

$$m = -ik^3(b_1 + b_2)/4\gamma, \quad n = -k^2(b_1 - b_2)/2$$

$$p_1 = 0, \quad \varphi_2 = (2k^2 - 1)/2$$

Для членов $G(\chi_j)$ и $H(\chi_j)$ имеем соотношения

$$\begin{aligned} G = 0, \quad H = & -\frac{1}{2} ik(a_1^* b_1 - a_1 b_1^*) \chi_1 - \\ & -\frac{1}{2} ik(a_2^* b_1 + a_1^* b_2 - a_2 b_1^* - a_1 b_2^*) \chi_2 - \frac{1}{2} ik(a_2^* b_2 - a_2 b_2^*) \chi_3 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Параметры, определяющие координаты χ_j в (3.21), таковы

$$h_{11}(\xi) = \frac{1}{2\gamma} (e^{2\gamma\xi} - 1), \quad h_{12} = \xi, \quad h_{13} = \frac{1}{2\gamma} (1 - e^{-2\gamma\xi})$$

Для переменных C и D , входящих в (3.19) – (3.20), получим

$$C = c_1 e^{\lambda\xi} + c_2 e^{-\lambda\xi} + c_3 e^{2\gamma\xi} + c_4 e^{-2\gamma\xi} + c_5 \quad (3.22)$$

$$D = d_1 e^{\lambda\xi} + d_2 e^{-\lambda\xi} + d_3 e^{2\gamma\xi} + d_4 e^{-2\gamma\xi} + d_5 \quad (3.23)$$

$$\lambda = [2k^2(1 - 4k^2)]^{1/2}, \quad c_1 = -[c_3 + c_4 + c_5 + i\lambda k^{-1}(d_3 + d_4 + d_5)]/2$$

$$c_2 = -[c_3 + c_4 + c_5 - i\lambda k^{-1}(d_3 + d_4 + d_5)]/2;$$

$$c_3 = [-2ik\gamma(2 + k^2)b_1^2 + 3k^2(1 - 4k^2)a_1 b_1]/6k^4$$

$$c_4 = [2ik\gamma(2 + k^2)b_2^2 + 3k^2(1 - 4k^2)a_2 b_2]/6k^4, \quad c_5 = -3(a_1 b_2 + a_2 b_1)/2$$

$$d_1 = -ikc_1/\lambda, \quad d_2 = ikc_2/\lambda, \quad d_3 = (1 - 4k^2)b_1^2/6k^2$$

$$d_4 = (1 - 4k^2)b_2^2/6k^2, \quad d_5 = (2 + k^2)b_1 b_2/(1 - 4k^2)$$

В четвертом приближении рассмотрим только члены $\sim \exp(3\gamma\xi + i\theta)$ и $\sim \exp(-3\gamma\xi + i\theta)$. Для них получим систему уравнений

$$g_j \partial A / \partial X_j = -ikCA^* - ikHB - 2ik(1 - k^2)DB^* + \frac{1}{2} ik(1 - k^2 + 3k^4) |B|^2 B \quad (3.24)$$

$$g_j \partial B / \partial X_j = -3ikDA^*/2 - ikHA/2 \quad (3.25)$$

Используя (3.18), умножим сначала (3.24)–(3.25) на вектор-строку $2^{-1/2}(-ik/2\gamma, 1) \exp(-\gamma\xi)$, а потом на вектор-строку $2^{-1/2}(ik/2\gamma, 1) \exp(\gamma\xi)$ и получим уравнение для b_1 и b_2

$$\begin{aligned} \partial b_j / \partial X_j &= q_j |b_j|^2 b_j \\ q_1 &= k^4/4 + (9k^6 - 49k^4 + 71k^2 - 7)/48\gamma, \\ q_2 &= k^4/4 - (9k^6 - 49k^4 + 71k^2 - 7)/48\gamma \end{aligned} \quad (3.26)$$

Из (3.6) следует

$$b_1(0) = b_2(0) = \delta_0/2\varepsilon \equiv b_0 \quad (3.27)$$

Запишем решение (3.26)–(3.27) в виде

$$b_j = b_0 / [1 - 2q_j X_j b_0^2]^{1/2} \quad (3.28)$$

где параметры g_j , определяющие координаты X_j , удовлетворяют соотношениям

$$g_1 = [\exp(2\gamma\xi) - 1]/2\gamma, \quad g_2 = [1 - \exp(-2\gamma\xi)]/2\gamma$$

Используя (3.18), (3.20), (3.21)–(3.23), (3.28), запишем решение для деформации поверхности

$$\begin{aligned} \eta(x, t) = \frac{1}{2} \left\{ \varepsilon (b_1 e^{\gamma\xi} + b_2 e^{-\gamma\xi}) e^{i\theta} - \frac{i\varepsilon^2 k^3}{4\gamma} (b_1 - b_2) (e^{\gamma\xi} - e^{-\gamma\xi}) e^{i\theta} - \right. \\ \left. - \varepsilon^2 b_1^2 (e^{2\gamma\xi} - 1) + \varepsilon^2 b_2^2 (1 - e^{-2\gamma\xi}) + \varepsilon^2 (d_1 e^{\lambda\xi} + d_2 e^{-\lambda\xi} + d_3 e^{2\gamma\xi} + \right. \\ \left. + d_4 e^{-2\gamma\xi} + d_5) e^{2i\theta} + \text{к. с.} \right\} \quad (3.29) \end{aligned}$$

Зная профиль деформации поверхности, можно определить длину нераспавшейся части струи. При этом считается, что обрыв капли происходит тогда, когда текущий радиус струи $R(x, t)$ обращается в нуль, т. е.

$$R(L_j, t) \equiv 1 + \eta(L_j, t) = 0 \quad (3.30)$$

По виду профиля деформации поверхности струи вблизи точки распада можно определить область образования сателлитов. Если радиус струи вблизи точки распада имеет один максимум в интервале изменения фазы $0 \leq \theta < 2\pi$, то распад бессателлитный. Появление второго максимума в указанном интервале изменения фазы свидетельствует о появлении дополнительных капель-сателлитов при распаде струи. Расчеты показали, что область образования сателлитов занимает интервал волновых чисел $0 < k < k_*$, где $k_* \approx 0,56$ при малых амплитудах начального возмущения $\delta_0 < 0,01$; с увеличением δ_0 величина k_* уменьшается.

На фиг. 5 сплошными линиями показаны результаты расчетов зависимостей времени ВКРС от волнового числа k и амплитуды колебаний фильтра Δ_0 . Видно хорошее соответствие расчетов данным эксперимента. На фиг. 3 стрелками отмечены области бессателлитного распада. Экспериментальное значение волнового числа k_* , отвечающего нижней границе бессателлитного распада, находится в соответствии с результатами расчета по формуле (3.30). Необходимо отметить, что предлагаемый подход к нелинейной устойчивости струи может быть использован для определения степени монодисперсности образующихся при ВКРС капель. Результаты экспериментального и теоретического анализ этого вопроса будут опубликованы отдельно.

Таким образом, на основе анализа экспериментальных данных и сравнения их с предложенной теорией удалось определить важнейшие параметры ВКРС: безразмерное время распада, длину нераспавшейся части струи и их зависимости от волновых чисел, сужение струи вдоль оси истечения, область монодисперсности в широком диапазоне амплитуд и частот возбуждения. В отличие от [2, 3] при изучении ВКРС строго фиксировался

ряд параметров, в том числе условия возбуждения, что важно при исследовании области возникновения сателлитов.

Авторы выражают благодарность Е. В. Аметистову за постоянное внимание и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блаженков В. В., Дмитриев А. С., Шишов В. В. Монодиспергирование вещества (от опытов Савара до современных технологий: ретроспектива и перспективы) // Тр. Моск. энерг. ин-та 1983. Вып. 615. С. 3–14.
2. Chaudhary K. C., Maxworthy T. The nonlinear capillary instability of a liquid jet. Pt 2. Experiments on jet behaviour before droplet formation // J. Fluid Mech. 1980. V. 96. Pt 2. P. 275–286.
3. Chaudhary K. C., Maxworthy T. The nonlinear capillary instability of a liquid jet. Pt 3. Experiments on satellite drop formation and control // J. Fluid Mech. 1980. V. 96. Pt. 2. P. 287–297.
4. Rutland D. F., Jameson G. J. Theoretical predictions of the sizes of drops formed in the break-up of capillary jets // Chem. Eng. Sci. 1970. V. 25. № 11. P. 1689–1698.
5. Chaudhary K. C., Redekopp L. G. The nonlinear capillary instability of a liquid jet. Pt 1. Theory // J. Fluid Mech. 1980. V. 96. Pt 2. P. 257–274.
6. Ёнгов В. М., Ярин А. Л. Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей. М.: ВИНТИ. Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. 1984. Вып. 18. С. 112–196.
7. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 с.
8. Найфе А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
9. Блаженков В. В., Леонтович А. М., Чузо А. Н. Оптический многоканальный анализатор на основе линейного приемника изображения: Препринт № 6. М.: ФИАН СССР, 1981. 14 с.
10. Маркова М. П., Шкадов В. Я. О нелинейном развитии капиллярных волн в струе жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 3. С. 30–37.
11. Шкадов В. Я. Некоторые методы и задачи теории гидродинамической устойчивости // Науч. тр. ин-та механики МГУ. 1973. № 25. 192 с.

Москва

Поступила в редакцию
27.II.1987