

УДК 532.522.2:536.421.3

**ГОМОГЕННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ В ТУРБУЛЕНТНЫХ
ЗАТОПЛЕННЫХ ИЗОБАРИЧЕСКИХ СТРУЯХ**

**БАТАЖИН А. Б., КЛИМЕНКО А. Ю., ЛЕБЕДЕВ А. Б.,
СОРОКИН А. А.**

Рассмотрены течения в турбулентных изобарических паровоздушных струях при наличии гомогенной конденсации. Сформулирована общая система уравнений, включающая в себя газодинамические и кинетические уравнения, термодинамические соотношения и уравнения для модели турбулентности. Проведено обобщение моментных кинетических уравнений, справедливых для свободномолекулярного режима роста капель в окружающей среде, на другие режимы массообмена капель. На основе общего асимптотического подхода исследована структура скачка конденсации, включающего в себя зону нуклеации (зародышеобразования) и зону роста капель на ранее возникших зародышах. Получены дополнительные условия на скачках нуклеации и конденсации, необходимость которых вытекает из требования эволюционности скачков. Обсуждены некоторые проблемы осреднения источниковых членов в моментных уравнениях и на простом примере осреднения «замороженной» скорости нуклеации показано, что последняя оказывается отличной от нуля при среднем пересыщении, меньшем единицы, а область конденсации смещается вверх по потоку. Изучена конденсация в турбулентной струе, в которую вводятся заряженные частицы (ионы коронного разряда), интенсифицирующие конденсацию. Разработан численный метод анализа гомогенной конденсации в турбулентных струях, позволяющий получать газодинамические и дисперсные характеристики потока для различных температурных условий с учетом осреднения источниковых членов.

Режим равновесной и гетерогенной конденсации теоретически изучался в [1]. В данной работе рассматривается проблема гомогенной конденсации в турбулентных струях.

1. Система уравнений. Рассмотрим турбулентное струйное течение, возникающее при истечении из сопла радиуса R струи водяного пара с температурой T_0 в окружающее воздушное пространство с давлением P_∞ и температурой T_∞ . Будем обозначать нижними индексами a, v и s параметры, относящиеся к воздуху, пару и возникающей внутри струи дисперсной фазе — каплям конденсата. В [1] было показано, что вследствие малого размера капель (меньше 1 мкм), удаления зоны развитой конденсации от среза сопла и обусловленной этим малой массовой концентрацией капель конденсационную струю в первом приближении можно описывать в рамках модели односкоростного и однотемпературного континуума. Соответствующая система уравнений имеет вид [1]

$$\frac{\partial \rho u y}{\partial x} + \frac{\partial \rho V y}{\partial y} = 0, \quad M\{u; 1\} = 0, \quad M\{z; S_c\} = 0 \quad (1.1)$$

$$M\{\xi; \Gamma\} = \rho u \frac{\partial \xi}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \epsilon y}{\Gamma} \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \quad (1.2)$$

$$M\{\epsilon; \kappa_1^{-1}\} = \rho \epsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \beta_1 \rho \left(1 + \frac{\epsilon}{e} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \frac{e^2}{\epsilon} \quad (1.3)$$

$$M\{\varepsilon; R_2^{-1}\} = \beta_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{e} - \beta_3 \rho \varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

$$M\{\theta_1; \kappa_3^{-1}\} = \frac{\rho \varepsilon}{S_c} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - \beta_4 \frac{\rho \varepsilon \theta}{\varepsilon}$$

$$\kappa_1 = \kappa_3 = 1,2; \quad \kappa_2 = 2,4; \quad \beta_1 = 0,07; \quad \beta_2 = 0,9$$

$$\beta_3 = 0,14; \quad \beta_4 = 0,14 \left(1 + \varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| e^{-1} \right); \quad S_c = 0,8$$

$$\frac{h - h_\infty}{h_0 - h_\infty} = z; \quad P_\infty = \rho T (\alpha_a R_a + \alpha_v R_v) \quad (1.4)$$

$$h = T [C_{pv} (1 - \alpha_a) + C_{pa} \alpha_a] - \alpha_s L; \quad P_v = \frac{\alpha_v R_v}{\alpha_v R_v + \alpha_a R_a} P_\infty$$

$$\alpha_a + \alpha_v + \alpha_s = 1; \quad C_{pi} = R_i = \text{const}, \quad i = a, v$$

Здесь нижние индексы 0 и ∞ относятся к параметрам на срезе сопла и в окружающем пространстве, x и y отсчитываются вдоль оси струи и в перпендикулярном к ней направлении, u и V — осевая и эффективная поперечная скорости, ρ и h — плотность и энтальпия среды в целом, α_j ($j = a, v, s$) — массовые концентрации, C_{pi} и R_i — удельные теплоемкости при постоянном давлении и газовые постоянные пара и воздуха, S_c — турбулентное число Шмидта, z и 2θ — средняя и среднеквадратичная величины пульсаций концентрации пассивной примеси, $L(T)$ — теплота фазового превращения, e и ε — энергия турбулентности и коэффициент турбулентной вязкости.

Все величины (1.1) — (1.4) средние. Соотношения в (1.1) представляют собой уравнения неразрывности, импульсов и диффузии пассивной примеси. Оператор M в (1.2) содержит конвективные члены и член с турбулентной диффузией. Соотношениями (1.3) определяется модель турбулентности [2]. Первое выражение в (1.4) — условие подобия полей энтальпии и пассивной примеси, вытекающее из подобия уравнений и граничных условий для h и z [1], остальные — термодинамические соотношения.

Система (1.1) — (1.4) незамкнута. Для ее замыкания должны привлекаться кинетические уравнения для определения α_s (см. разд. 2).

Из (1.4) следует, что любая термодинамическая величина может быть представлена в виде функции $\eta = \eta(z, \alpha_s)$, содержащей в качестве параметров T_0 , T_∞ и P_∞ . (Напомним, что изложение ведется применительно к истечению чистого пара в неподвижный воздух: $\alpha_{v0} = 1$, $\alpha_{a\infty} = 1$. Результаты легко обобщаются на случай истечения паровоздушной струи в спутный паровоздушный поток.) Если реализуется режим равновесной конденсации, то $P_v = P_e(T)$, где заданная функция $P_e(T)$ определяет кривую фазового превращения. Наличие дополнительной связи позволяет получить зависимость $\eta = \eta(z)$.

Теоретическое и расчетное исследование уравнений (1.1) — (1.4) совместно с кинетическими уравнениями для гетерогенной конденсации было проведено в [2]. Анализ результатов показал, что поля скорости u средней концентрации пассивной примеси и ее дисперсии в первом приближении совпадают с соответствующими полями в струе при отсутствии конденсации (в «замороженной» струе). Параметры T и ρ , конечно, существенно изменяются при влагообразовании. Этот результат объясняется существенной ролью эжекционных эффектов в зоне развитой конденсации. Так как концентрации конденсата α_s при гомогенной и гетерогенной конденсации в струях имеют одинаковый порядок величины, то вывод о независимости полей u , z и θ от наличия конденсации будем считать справедливым и для струи с гомогенной конденсацией. В этом случае для конден-

сационной струи справедлива зависимость $z=z(x, y)$, которая соответствует обычной («замороженной») турбулентной струе. Это позволяет, например, определять термодинамические параметры при равновесной конденсации на основе соотношений $\eta=\eta(z)=\eta(z(x, y))=\eta(x, y)$.

2. Кинетические уравнения. Исходное кинетическое уравнение, записанное для мгновенных величин относительно функции распределения $f(t, x, y, z, r)$ капель по размерам r , имеет вид

$$\rho \frac{df}{dt} + \rho \frac{\partial}{\partial r}(\dot{r}f) = I\delta(r-r_*), \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla) \quad (2.1)$$

Величины I и r_* , представляющие собой скорость нуклеации и критический размер капли, являются заданными функциями термодинамических параметров P_v и T [1, 3]. Величина \dot{r} — скорость роста капли в паровоздушной среде в общем случае зависит от P_v , T и r [3]. В правую часть (2.1) входит дельта-функция от аргумента $r-r_*$.

Умножая (2.1) на r^k ($k=0, 1, \dots$) и интегрируя от $r=r_*$ до $r=\infty$, получим

$$\rho \frac{d\Omega_k}{dt} = \rho k \int_{r_*}^{\infty} \dot{r} r^{k-1} f dr + I r_*^k$$

$$\dot{r} = \chi(P_v, T, r) \quad (2.2)$$

$$\Omega_k = \int_{r_*}^{\infty} r^k f dr = \frac{n_s \langle r^k \rangle}{\rho}$$

Здесь n_s — концентрация капель, $\langle \rangle$ — скобки осреднения.

Если функция χ не зависит от r (свободномолекулярный режим роста капли), то из (2.2) следуют известные моментные уравнения [3]

$$\rho \frac{d\Omega_k}{dt} = \rho k \dot{r} \Omega_{k-1} + I r_*^k \quad (k=0, \dots, 3), \quad \alpha_s = \frac{4}{3} \pi \rho_b \Omega_3 \quad (2.3)$$

Здесь ρ_b — плотность воды.

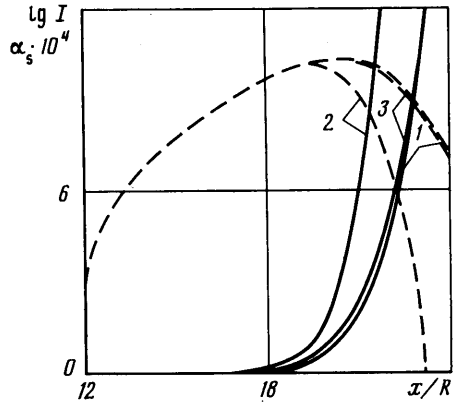
Однако при $r > 1$ мкм свободномолекулярный режим роста капли не имеет места и моментные уравнения (2.3) становятся непригодными.

Дадим обобщение соотношений (2.3) на более широкий диапазон размеров капель, когда $\dot{r} = \chi(P_v, T, r)$. Уравнения (2.2) можно представить в виде

$$\rho \frac{d\Omega_k}{dt} = \rho k \chi(P_v, T, r^{(0)}) \Omega_{k-1} + I r_*^k \quad (2.4)$$

где $r^{(0)}$ — некоторое среднее (неизвестное) значение r . В качестве приближенных значений $r^{(0)}$ могут быть выбраны различные величины Ω_{k+1}/Ω_k или средние от этих величин.

Для определения оптимального приближенного значения $r^{(0)}$ были проведены специальные расчетные исследования модельного одномерного стационарного течения паровоздушной смеси при наличии гомогенной конденсации. Сопоставлялись результаты точного решения уравнения (2.1) (полученного методом характеристик) и приближенного решения, найденного на основе обобщенных моментных уравнений (2.4) при различных $r^{(0)}$. Наилучшее соответствие результатов достигалось при $r^{(0)} = \Omega_3/\Omega_2$, т. е. при выборе в качестве $r^{(0)}$ заутеровского радиуса капель. На фиг. 1 сплошными и штриховыми линиями представлены распределения концентрации конденсата и скорости нуклеации по координате. Кривые 1-3 соответствуют точно-



Фиг. 1

му решению, полученному с помощью традиционных моментных уравнений (2.1) (в которых \dot{r} — скорость роста капель в свободномолекулярном режиме), и решению на основе обобщенных моментных уравнений (2.4) при $r^{(0)} = \Omega_3/\Omega_2$.

3. Качественный анализ процесса конденсации. Рассмотрим систему уравнений (2.3) в нестационарном варианте, когда $\Omega_k = \Omega_k(t)$, а величины I , \dot{r} , ρ и r_* задаются известными функциями от t и α_s . Будем считать, что в начальный момент времени конденсация отсутствует, а масса возникающих в процессе гомогенной конденсации зародышей мала по сравнению с массой развивающихся на зародышах капель.

При сделанных предположениях система уравнений (2.3) становится замкнутой и может быть записана в виде

$$\frac{d\gamma_0}{dt} = J, \quad \frac{d\gamma_i}{dt} = \dot{r}\gamma_{i-1} \quad (i=1, 2, 3), \quad \gamma_3 = \alpha_s \quad (3.1)$$

$$t=t_1, \quad \gamma_k=0, \quad \dot{r}=\dot{r}(t, \alpha_s); \quad \gamma_k = \frac{8\pi}{k!} \rho_b \Omega_k \quad (k=0, 1, 2, 3) \quad (3.2)$$

$$J = J_* \exp[B(t, \alpha_s)], \quad J_* = \text{const}, \quad J = \frac{8\pi\rho_b}{\rho} I \quad (3.3)$$

Конкретизация функций $B(t, \alpha_s)$ и $\dot{r}(t, \alpha_s)$ проводится в соответствии с теорией жидкокапельной конденсации и особенностями изучаемого процесса.

Процесс конденсации состоит из двух этапов [4, 5]. Первый (протяженностью $(\Delta t)_1$) включает в себя развитие и прекращение процесса зародышеобразования (нуклеации). На интервале $(\Delta t)_1$ скорость нуклеации I возрастает, достигает максимума и затем убывает до нуля вследствие появления жидкой фазы и уменьшения пересыщения пара $S = P_v/P_e(T)$. Несмотря на то что величины $\Delta T/T$, $\Delta P_v/P_v$ и массовая концентрация конденсата α_s при $t \in (\Delta t)_1$ малы, изменение I (вследствие сильной зависимости I от α_s) оказывается существенным. Концентрация конденсата α_s на этом интервале монотонно возрастает от нуля до n_s^+ . Второй этап (протяженностью $(\Delta t)_2$) состоит в дальнейшем росте (при $I=0$) капель, возникших на первом этапе. В конце интервала $(\Delta t)_2$ пересыщение S стремится к единице и процесс конденсации становится равновесным.

С увеличением пересыщения S в «замороженном» потоке временные интервалы $(\Delta t)_1$ и $\Delta t = (\Delta t)_1 + (\Delta t)_2$ сокращаются. Функция $B(t, \alpha_s)$ имеет большие производные по своим аргументам, что обеспечивает ее изменение на порядок величины при малых Δt и α_s . Последнее обстоятельство можно учесть введением в выражение для B некоторого большого параметра.

Целью исследования является определение координаты t_m «скачка нуклеации» и величины n_s^+ и оценка интервалов $(\Delta t)_1$ и $(\Delta t)_2$ на основе общего асимптотического подхода. Приближенные решения этой задачи ранее были получены в [4, 5].

Пусть имеет место представление

$$B = L\beta(t, \alpha_s) + 3 \ln L, \quad \beta(t_0, 0) = 0, \quad J(t_0, 0) = J_f(t_0) = J_* L^3 \quad (3.4)$$

где L — большой параметр, $(t=t_0, \alpha_s=0)$ — точка, относительно которой будет проводиться разложение функции $\beta(t, \alpha_s)$, являющейся вместе со своими производными величиной порядка единицы, J_f — замороженная скорость нуклеации.

Введем переменную $\tau = (t-t_0)L$ и представим входящие в (3.1)–(3.3) величины в виде рядов. Тогда из (3.1)–(3.3) получим

$$B(t, \alpha_s) = 3 \ln L + L(\beta_i \tau L^{-1} - \beta_\alpha L^{-1} \alpha_s^{(1)} + \dots) = 3 \ln L + \beta_i \tau - \beta_\alpha \alpha_s^{(1)} + \dots$$

$$\beta_t = \left(\frac{\partial \beta}{\partial t} \right), \quad \beta_{\alpha} = - \left(\frac{\partial \beta}{\partial \alpha_s} \right), \quad t = t_0, \alpha_s = 0$$

$$\begin{aligned} \gamma_k(t) &= L^{3-k} (L^{-1} \gamma_k^{(1)}(\tau) + O(L^{-2})), \quad \gamma_3 = \alpha_s = L^{-1} \alpha_s^{(1)}(\tau) + O(\alpha_s^{-2}) \\ &\dot{r} = \dot{r}_0 + \dots, \quad \dot{r}_0 = \dot{r}(t_0, 0) \\ \frac{d\gamma_0^{(1)}}{d\tau} &= J_* \exp(\beta_t \tau - \beta_{\alpha} \alpha_s^{(1)}), \quad \frac{d\gamma_i^{(1)}}{d\tau} = \dot{r}_0 \gamma_{i-1}^{(1)} \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\gamma_3^{(1)} = \alpha_s^{(1)}; \quad \tau = -\infty: \quad \gamma_k^{(1)} = 0 \quad (k=0, \dots, 3)$$

Из (3.5) вытекает одно уравнение четвертого порядка для $\alpha_s^{(1)}$

$$\frac{d^4 \alpha_s^{(1)}}{dt^4} = J_* \dot{r}_0^3 \exp(\beta_t \tau - \beta_{\alpha} \alpha_s^{(1)}) \quad (3.6)$$

$$\tau = -\infty: \quad \alpha_s^{(1)} = 0, \quad \frac{d^j \alpha_s^{(1)}}{d\tau^j} = 0 \quad (j=1, 2, 3)$$

В переменных μ и η (3.6) приводится к универсальному уравнению

$$\begin{aligned} \mu &= \beta_t \tau - \beta_{\alpha} \alpha_s^{(1)} + \ln(\beta_t^{-4} \beta_{\alpha} \dot{r}_0^3 J_*) \\ \eta &= \beta_t \tau + \ln(\beta_t^{-4} \beta_{\alpha} \dot{r}_0^3 J_*) \end{aligned}$$

$$\frac{d^4 \mu}{d\eta^4} = -\exp \mu; \quad \eta = -\infty: \quad \mu = \eta; \quad \frac{d\mu}{d\eta} = 1; \quad \frac{d^j \mu}{d\eta^j} = 0 \quad (3.7)$$

Функция $\mu(\eta)$ была рассчитана и затабулирована. С ее помощью величина J представляется в виде

$$J = J(t; t_0) = K(t_0) \exp(\mu(\eta))$$

$$\eta = \eta(t; t_0) = B_t(t - t_0) + \ln [K^{-1}(t_0) J_f(t_0)], \quad K(t_0) = B_t^4 |B_{\alpha} \dot{r}_0^3| \quad (3.8)$$

Здесь величины B_t, B_{α} определяются так же, как и раньше.

Выбирая в качестве t_0 точку максимума t_m функции $J(t)$, из (3.8) получим соотношение

$$J_f(t_m) = \exp(\eta_m) K(t_m), \quad \left(\frac{d\mu}{d\eta} \right)_{\eta=\eta_m} = 0 \quad (\eta_m = 0, 12) \quad (3.9)$$

которое служит для определения координаты t_m (или координаты скачка нуклеации при $L \rightarrow \infty$).

Основные характеристики $(\Delta t)_1$ и n_s^+ определяются формулами $(\Delta t)_1 = B_t^{-1}$

$$n_s^+ = J_f(t_m) (\Delta t)_1 (-\mu'''(\infty)) [\rho / 8\pi r_b \exp(\eta_m)] = 1,01 I_f(t_m) (\Delta t)_1 \quad (3.10)$$

где величина B_t вычисляется в точке $t = t_m, \alpha_s = 0$.

Относительно развитой асимптотической теории заметим следующее. Требование задания функции $B(t, \alpha_s)$ можно ослабить. Для справедливости теории достаточно потребовать существования представления

$$B = K(t - t_0) + M \alpha_s + O((t - t_0)^2) + O(\alpha_s^2) \quad (K, M = \text{const})$$

в окрестности любой точки t_0 . Полученные результаты (3.10) с точностью до членов $O(\ln L/L)$ справедливы и для общего случая, когда функция B определяется выражением $B = L\beta(t, \alpha_s)$. Сама же асимптотическая теория теряет точность при развитии нуклеации вблизи максимума замороженной кривой $I_f(t)$, что соответствует случаю слабой нуклеации.

Рассмотрим теперь второй этап, для которого процесс роста капель описывается уравнениями

$$\frac{d\gamma_0}{dt} = 0, \quad \frac{d\gamma_i}{dt} = \dot{r}\gamma_{i-1}, \quad \gamma_3 = \alpha_s \quad (i=1, 2, 3) \quad (3.11)$$

Величина γ_0 по порядку величины равна L^2 .

Из (3.11) находим, что $(\Delta t)_2$ является малой величиной порядка $L^{-3/2}$ и $(\Delta t)_1 \ll (\Delta t)_2$.

В первом приближении для решения системы уравнений (3.11) используем следующие граничные условия:

$$t=t_0: \quad \gamma_0 = 8\pi(\rho_b/\rho)n_s^+ = N_s^+, \quad \gamma_i = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad (3.12)$$

Можно показать, что из (3.11), (3.12) вытекают соотношения

$$\gamma_0\gamma_2 = 0,5\gamma_1^2, \quad \gamma_0\gamma_3 = 1/3\gamma_1\gamma_2, \quad \gamma_0 = N_s^+ \quad (3.13)$$

В силу малости $(\Delta t)_2$ представим функцию $\dot{r}(t, \alpha_s)$ в виде

$$\dot{r} = \dot{r}(t_0, \alpha_{s\infty}) + (t-t_0) \left(\frac{d\dot{r}}{dt} \right)_{t=t_0, \alpha_s=\alpha_{s\infty}} + q(\alpha_s - \alpha_{s\infty}) + \dots, \quad q = \left(\frac{\partial \dot{r}}{\partial \alpha_s} \right)_{t=t_0, \alpha_s=\alpha_{s\infty}} \quad (3.14)$$

Здесь $\alpha_{s\infty}$ — значение α_s в конце интервала $(\Delta t)_2$, где конденсация становится равновесной. Поэтому величина $\alpha_{s\infty}$ не зависит от L . Так как $(t-t_0) \sim \alpha^{-3/2}$, то вторым членом в правой части (3.14) можно пренебречь по сравнению с третьим. Первый же член записывается в виде

$$\dot{r}(t_0, \alpha_{s\infty}) = \dot{r}(t_\infty, \alpha_{s\infty}) + (t_0 - t_\infty) \left(\frac{d\dot{r}}{dt} \right)_{t=t_0, \alpha_s=\alpha_{s\infty}} + \dots \quad (3.15)$$

Величина $\dot{r}(t_\infty, \alpha_{s\infty})$ равна нулю, так как обращается в нуль скорость роста капель при $S=1$, а второй член в правой части (3.15) стремится к нулю как $L^{-3/2}$. Поэтому из (3.14), (3.15) следует, что $\dot{r} \approx q(\alpha_s - \alpha_{s\infty})$. С помощью (3.11), (3.13) и последней оценки находим результирующее уравнение

$$\frac{d\alpha_s}{dt} = \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s\infty}} \right)^{3/2} \frac{\alpha_s - \alpha_{s\infty}}{t_*}, \quad \frac{1}{t_*} = \left(\frac{9}{2} N_s^+ \right)^{1/2} q \alpha_{s\infty}^{3/2}$$

из которого следует более точная оценка $(\Delta t)_2 \sim t_*$.

Полученные выше результаты без труда переносятся на стационарное одномерное течение путем введения переменной

$$t = \int_{x_1}^x \frac{dx}{u(x)}$$

В этом случае временные интервалы $(\Delta t)_1$ и $(\Delta t)_2$ трансформируются в пространственные интервалы $(\Delta x)_1$ и $(\Delta x)_2$. При их относительной малости зона $(\Delta x)_1$ интерпретируется как скачок нуклеации, а зона $\Delta x = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2$ — как скачок конденсации. При малом изменении на $(\Delta x)_1$ газо- и термодинамических параметров эта зона превращается в скачок концентрации n_s . Рассматривая эволюционность такого скачка, заметим, что от него уходит только одна волна изменения концентрации n_s (вниз по потоку). Поэтому из требования эволюционности скачка n_s следует, что необходимы два условия, которые должны определяться из рассмотрения его структуры. Эти условия определяются формулами (3.9) и (3.10).

Для скачка конденсации Δx (при дозвуковом течении с двух сторон от такого разрыва и условия $s=1$ за скачком) из требования его эволюционности следует необходимость задания одного дополнительного соотношения, которым является выражение (3.9).

4. Проблемы осреднения. Выше указывалось, что в системе уравнений (1.1) — (1.4) должны быть добавлены осредненные кинетические уравнения. Ниже будут использованы традиционные и обобщенные кинети-

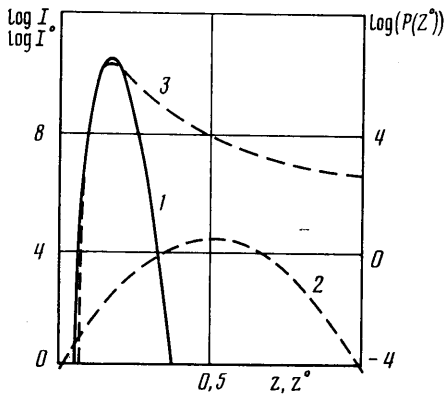
ческие соотношения (которые записаны для мгновенных величин в форме (2.3) и (2.4)). В дальнейшем все мгновенные величины будут снабжаться верхним индексом ноль, а средние величины будут записываться без индексов. В разд. 1 было показано, что произвольная средняя термодинамическая характеристика φ выражается через две средние величины z и α_s . Сделаем предположение, традиционное для теории турбулентности [6]: связь мгновенной характеристики φ° с мгновенными величинами и α_s° определяется такой же функцией, как для средних параметров.

Осредняя уравнения (2.3), получим соотношения

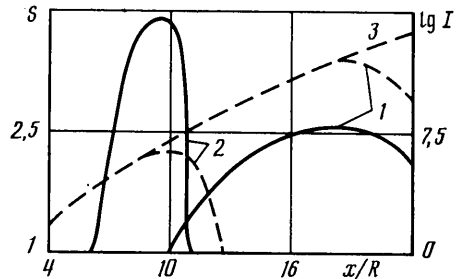
$$M\{\Omega_k; S_c\} = k\rho r^* \Omega_{k-1} + v_k \quad (k=0, 1, 2, 3) \quad (4.1)$$

$$v_k = \langle r^{*0k} I^\circ \rangle \simeq r^{*k} \langle I^\circ(z^\circ, \alpha_s^\circ) \rangle \quad (4.2)$$

Турбулентная диффузия величин Ω_k учтена соответствующими членами в операторах M . Первые члены в правых частях (4.1) — результаты



Фиг. 2



Фиг. 3

осреднений в квазиламинарном приближении (когда не учитываются турбулентные пульсации). Величинами v_k обозначены средние значения источниковых членов, содержащих быстро изменяющуюся величину I° . Возможность аппроксимации (4.2) проверена специальными расчетами и обусловлена более слабым по сравнению с I° изменением r^{*0} .

В общем случае величина $\langle I^\circ \rangle$ определяется формулой

$$\langle I^\circ \rangle = \iint F(z^\circ, \alpha_s^\circ) I^\circ(z^\circ, \alpha_s^\circ) dz^\circ d\alpha_s^\circ \quad (4.3)$$

где F — совместная плотность распределения вероятности величин z° и α_s° , сведения о которой в настоящее время отсутствуют.

Поэтому рассмотрим более простой вопрос об осреднении «замороженной» скорости нуклеации $I^\circ(z^\circ, 0) = I_f^\circ(z^\circ)$

$$\langle I_f^\circ(z^\circ) \rangle = \int P(z^\circ, z, \sigma) I_f^\circ(z^\circ) dz^\circ \quad (4.4)$$

где P — плотность распределения вероятности пульсаций пассивной примеси z° , z и σ — средняя величина и дисперсия пульсаций z° , входящие в P в виде параметров ($\sigma^2 = 2\theta$).

На фиг. 2 представлены зависимости I_f° и P от z° (кривые 1 и 2), построенные при $T_0 = 380$ К, $T_\infty = 285$ К, $P_\infty = 990$ мбар. Быстрое изменение I_f° в достаточно узком интервале z° позволяет использовать приближенную формулу

$$\langle I_f^\circ \rangle = P(z_{mf}^\circ, z, \sigma) A, \quad A = \int I_f^\circ(z_0) dz_0 \quad (4.5)$$

Величина A для заданного струйного течения постоянна, а плотность P зависит от точки (x, y) в струе через величины z и θ , которые определяются уравнениями (1.3). На фиг. 2 изображены также зависимость $\langle I_f^\circ \rangle$ от z , построенная для распределения Гаусса при условии $\sigma=0,22z$ (кривая 3), и зависимость $I_f=I_f(z)$, соответствующая осреднению в квазиламинарном приближении (кривая 4, совпадающая с кривой 1). Существенно, что величина $\langle I_f^\circ \rangle$ (по сравнению с кривой 4) оказывается отличной от нуля при гораздо больших z , т. е. значительно выше по потоку, где среднее пересыщение может быть меньше единицы.

Заметим, что задача осреднения величины I° в турбулентном конденсационном потоке в общем случае зависит от соотношения между следующими временными масштабами: колмогоровским, масштабом, связанным с «шириной» кривой 1 на фиг. 1, временным масштабом турбулентных пульсаций $(\Delta t)_0$, масштабом $(\Delta t)_{00}$, определяющим время, за которое прекращается нуклеация вследствие появления жидкой фазы. Полное исследование вопроса в настоящее время отсутствует. Тем не менее можно утверждать, что если выполняется условие $(\Delta t)_0 < (\Delta t)_{00}$, то в первом приближении можно использовать следующую модель осреднения:

$$\langle I_f^\circ(z^\circ, \alpha_s^\circ) \rangle = \int P(z^\circ, z, \sigma) I_f^\circ(z^\circ, \alpha_s) dz^\circ \quad (4.6)$$

Все расчеты в настоящей работе проводились с помощью осреднения (4.6) при использовании для P следующей аппроксимации [2]:

$$P(z^\circ, z, \sigma) = \alpha \delta(z^\circ - z_-) + (1 - \alpha) \delta(z - z_+), \quad \alpha = \frac{z - z_-}{z_+ - z_-}, \quad z_- = z - \sigma, \quad z_+ = z + \sigma \quad (4.7)$$

5. Конденсация в струях при наличии ионов. В [7] была отмечена существенная интенсивность конденсации в струе при введении в нее коронного разряда. Этот эффект объясняется увеличением скорости нуклеации I при наличии ионов [7–9], которые являются носителями зарядов в коронном разряде.

Согласно теории жидкокапельной конденсации, для случая, когда на зародыше имеется один ион с зарядом Q , работа ΔG образования зародыша определяется формулой

$$\Delta G = -kTg \ln S + \int_{r_1}^r \left(\frac{2\sigma}{r} - \frac{E^2}{8\pi} \right) 4\pi r^2 dr \quad (5.1)$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = gV_1, \quad V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3$$

Здесь r_1 и r — радиусы молекулы воды и капли, g — число молекул в капле, $E=E(r)$ — электрическое поле, которое находится из решения электростатической задачи для системы капля — окружающее пространство, в центре симметрии которой сосредоточен заряд Q . Равновесные размеры капель определяются из уравнения $\partial \Delta G / \partial r = 0$, решением которого являются значения $r=r_1$ и $r=r_{II}$, зависящие от термодинамических величин P_v и T и параметра $q=Q^2/16\pi\sigma r_*^3$. Скорость нуклеации I находится по формуле [9–11]

$$I \sim n_i n_v \exp \left[- \frac{\Delta G(r_{II}) - \Delta G(r_1)}{kT} \right] \quad (5.2)$$

где n_i — концентрация ионов. Таким образом, $I=I(P_v, T, n_i, q)$ или $I=I(z, \alpha_s, n_i, q)$.

Решение задачи об «электрической» конденсации состоит в интегрировании уравнений (1.1)–(1.3), (4.1)–(4.2) с учетом (5.2) при соответствующем осреднении величины I° .

Однако если источник ионов находится на оси струи, а конденсация при его отсутствии развивается намного ниже по потоку, то зону электрической конденсации на оси струи можно описать с помощью более простой модели.

Действительно, рассмотрим уравнения (4.1) для зоны нуклеации $(\Delta x)_1$ на оси струи. Так как при $x < x_1$, где x_1 — сечение ввода ионов, дисперсная фаза отсутствует, то $\Omega_k = 0$ при $x = x_1$ ($k = 0, \dots, 3$). Вторые члены в операторах $M\{\Omega_k, S_c\}$ равны нулю вследствие условия $v = 0$. Далее заметим, что изменение величин Ω_k в зоне $(\Delta x)_1$ в основном определяется источниковыми членами, а отношение диффузионных и инерционных членов по порядку величины равно $\varepsilon(\Delta x)_1/b^2u$ (поперечная диффузия) или $\varepsilon/(\Delta x)_1u$ (продольная диффузия), где $b(x)$ — радиус струи. Для условий течения в турбулентных струях можно показать, что при $(\Delta x)_1/x < 1$ (но не чрезмерно малых $(\Delta x)_1$) диффузионными членами в операторах M можно пренебречь. Из (4.1) в этом случае получаем

$$\rho u \frac{d\Omega_k}{dx} = k\rho\dot{r}\Omega_{k-1} + v_k, \quad x = x_1: \quad \Omega_k = 0 \quad (5.3)$$

$$\alpha_s = 8\pi \frac{\rho_s}{\rho} \Omega_3, \quad \rho = \rho(z, \alpha_s), \quad \dot{r} = \dot{r}(z, \alpha_s), \quad z = z(x)$$

При заданной модели осреднения источниковых членов соотношения (5.3) представляют собой замкнутую систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для определения Ω_k .

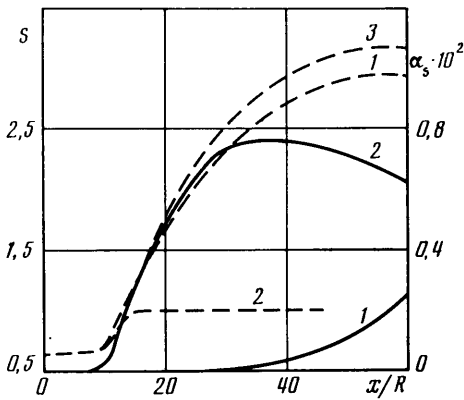
На фиг. 3 представлены результаты численного интегрирования уравнений (5.3) при осреднении источниковых членов в квазиламинарном приближении ($v_k = r_*^k I(z, \alpha_s)$) и условиях: $T_0 = 380$ К, $T_\infty = 283$ К, $P_\infty = 990$ мбар, $n_i = 10^9$ см⁻³. Распределения пересыщения и скорости нуклеации I показаны пунктирными и сплошными линиями. Кривые 1 и 2 соответствуют гомогенной конденсации при $n_i = 0$ и $n_i \neq 0$. Кривая 3 — распределение S в замороженной струе. При наличии ионов конденсация развивается выше по потоку, скорость нуклеации возрастает, а протяженность зоны $(\Delta x)_1$ сокращается.

6. Численное моделирование гомогенной конденсации. Численное интегрирование системы уравнений (1.1) — (1.3), (4.1) — (4.2) производилось по монотонной неявной конечно-разностной схеме 1-го порядка точности, разработанной для решения двумерных задач струйного типа [1, 2]. Конечно-разностный аналог этих уравнений решался стандартным методом скалярной прогонки.

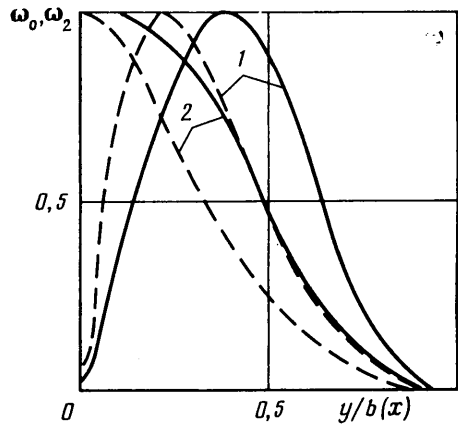
Для выбора продольного и поперечного шагов интегрирования указанных уравнений, содержащих резко изменяющиеся и большие по величине источниковые члены, использовался подход [1]. Сходимость результатов проверялась путем варьирования числа расчетных точек по x и y . Максимальное отличие величин α_s , α_v и z при изменении $(\Delta x/R)$ от 0,02 до 0,07 не превышало 5%. Дальнейшее уменьшение $\Delta x/R$ и $\Delta y/R$ (до значения 0,003) практически не влияло на результаты расчета в области $x/R > 2$, но приводило к смещению области нуклеации вверх по потоку на величину 0,1 x/R . При этом ширина зоны нуклеации составляла 0,1. Время расчета одного варианта на ЭВМ БЭСМ-6 при $\Delta x/R = \Delta y/R = 0,02$ равнялось 50 мин. Осреднение источниковых членов производилось по формулам (4.2), (4.6), (4.7).

Представим результаты некоторых расчетов. На фиг. 4 приведены распределения пересыщения S (штриховые линии) и концентрации влаги α_s (сплошные линии) на оси струи при $T_0 = 385$ К, $T_\infty = 295$ К, $P_\infty = 990$ мбар, $u_0 = 2 \cdot 10^4$ см/с. Цифры 1—3 соответственно относятся к расчету гомогенной конденсации при осреднении скорости нуклеации I по квазиламинарной модели, к расчету с осреднением по модели (4.7) и к расчету замороженного течения.

Расчеты при использовании модели (4.7) показывают, что на оси струи в начале основного участка уже имеются капли, пришедшие в эту область с периферии течения вследствие турбулентной диффузии. Это приводит к очень быстрому переходу процесса конденсации на оси струи в равновес-



Фиг. 4



Фиг. 5

ный режим. Величина концентрации α_s в случае, рассмотренном в п. 2, более чем на два порядка превышает значение α_s , полученное при осреднении I по квазиламинарной модели. На фиг. 5 показаны поперечные распределения безразмерных параметров $\omega_i = \Omega_i(x, y) / \Omega_i(x, y_m)$ ($i=0,2$) в сечениях $x/R=10$ (кривые 1) и 30 (кривые 2). Значение $\Omega_i(x, y)$ является максимумом функции $\Omega_i(x, y)$ в данном сечении x/R . Функции ω_0 и ω_2 соответственно характеризуют поперечные распределения концентрации капель и оптического параметра, ответственного за рассеяние света [7]. Из фиг. 5 следует, что в сечении $x/R=10$ на оси струи существенно меньше, чем на периферии и рассеяние падающего света практически отсутствует. По мере удаления от среза сопла происходит перестройка профилей Ω_i и максимальные значения $\Omega_i(x, y_m)$ реализуются на оси струи.

Авторы выражают благодарность В. Р. Кузнецову за обсуждение различных аспектов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вагажин А. Б., Лебедев А. Б., Мареев В. А. Математическое моделирование различных режимов конденсации в турбулентных изобарических струях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 59–67.
2. Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Расчет турбулентного диффузионного факела горения с учетом пульсаций концентрации и архимедовых сил // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 1. С. 30–40.
3. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М./ Машиностроение, 1974. 212 с.
4. Райзер Ю. П. О конденсации в облаке испаренного вещества, распространяющееся в пустоту // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 6. С. 1714–1750.
5. Гордиец Б. Ф., Шмоткин Ю. С. Кинетика конденсации в охлаждающихся газах // Хим. физика. 1985. Т. 4. № 4. С. 484–492.
6. Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение. М.: Наука. 1986. 287 с.
7. Вагажин А. Б., Лихтер В. А., Шувльгин В. И. Турбулентные конденсационные струи и возможность управления ими с помощью электрического поля // Проблемы современной механики. М.: Изд-во МГУ, 1983. Ч. 1. С. 113–122.
8. Вагажин А. Б., Валеев Р. С., Лихтер В. А. и др. Исследование турбулентных паровоздушных струй при наличии конденсации и введении в поток посторонних частиц // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 53–61.
9. Куни Ф. Н., Щекин А. К., Русанов А. И. К теории зародышеобразования на заряженных ядрах // Коллоид журн. 1983. Т. 45. № 5. С. 901–907.
10. Куни Ф. Н., Щекин А. К., Русанов А. И. К теории зародышеобразования на заряженных ядрах // Коллоид журн. 1983. Т. 45. № 6. С. 1083–1089.
11. Райст П. Аэрозоли. Введение в теорию. М.: Мир, 1987. 278 с.

Москва

Поступила в редакцию
17.VI.1987