

Для  $v(t)$  справедливо более сложное уравнение

$$h\sqrt{1-v(t)} = \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{v(\sigma)}{\ln[1+\sqrt{\pi}(t-\sigma)]} d\sigma \quad (3.5)$$

Ниже приведены значения  $v(t)$ , найденные из уравнения (3.5), а также значения  $v_*(t)$ , рассчитанные по формуле (3.3) ( $u(t)$  определены на (3.4)); относительная погрешность  $\xi = 100\% \cdot (v(t) - v_*(t)) / v(t)$  не превышает 1,5%:

|           |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $t$       | 0,5   | 1,0   | 1,5   | 2,0   | 2,5   | 3,0   | 3,5   | 4,0   |
| $v_*(t)$  | 0,465 | 0,558 | 0,612 | 0,649 | 0,676 | 0,697 | 0,714 | 0,728 |
| $v(t)$    | 0,463 | 0,555 | 0,607 | 0,642 | 0,668 | 0,688 | 0,704 | 0,717 |
| $\xi, \%$ | -0,40 | -0,61 | -0,88 | -1,10 | -1,25 | -1,35 | -1,42 | -1,46 |

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 1971. 452 с.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 599 с.
4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
5. Баренблатт Г. И. О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде // ПММ. 1954. Т. 18. Вып. 3. С. 351-370.
6. Аксенов Б. Г., Даниэлян Ю. С. Приближенное решение нелинейных немонотонных задач теории фильтрации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 186-188.
7. Медведевский Р. И. Метод приведения осесимметричных задач напорной фильтрации к плоскосимметричным // Сб. научн. тр. Разведка, каптаж и охрана подземных вод Тюменской области. Тюмень: ЗапСибНИГНИ, 1986. Вып. 204. С. 187-194.
8. Чекалюк Э. В. Распределение пластовых давлений в радиальном пласте при постоянном забойном давлении // Тр. ВНИИНефть. 1968. Вып. 32. С. 40-42.

Тюмень

Поступила в редакцию  
12.VI.1986.

УДК 533.6.011:536.423.4

### ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОНДЕНСАЦИИ НА ТЕЧЕНИЕ ПАРА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ С ДО- И СВЕРХЗВУКОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

КРЮКОВ А. П.

Представлена методика расчета процесса одномерной стационарной конденсации при произвольном значении коэффициента конденсации. Метод построен на основе использования решений [1], полученных для случая полного поглощения падающих молекул на межфазной поверхности, и применения правила пересчета, предложенного в [4]. Проведен анализ эксперимента [3] по сверхзвуковому натеканию потока воздуха на поверхность, охлаждаемую жидким гелием.

В [1] был рассчитан ряд режимов сверхзвуковой стационарной конденсации пара на плоской поверхности для коэффициента конденсации  $\beta=1$ . Цель настоящей работы - развитие метода [1] для случаев  $\beta \neq 1$ . Как и в [1], рассматривается течение одноатомного пара в полубесконечном пространстве  $\infty > x > 0$ , где  $x$  - координата, отсчитываемая по внешней нормали к плоскости, на которой осуществляется конденсация пара. Известна температура границы раздела фаз  $T_s$ , а следовательно, и соответствующая ей равновесная числовая плотность пара по кривой насыщения  $n_s$  и давление насыщения  $p_s$ . Поток пара движется вдоль  $x$  в отрицательном направлении.

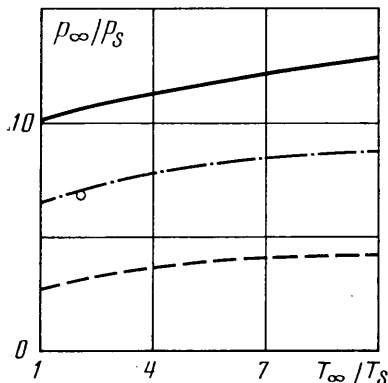
В дозвуковом режиме задание двух газодинамических параметров вдали от межфазной поверхности, например числовой плотности  $n_\infty$  и температуры  $T_\infty$ , полностью определяет течение, т. е. вид зависимостей  $n=n(x)$ ,  $T=T(x)$  и  $u=u(x)$ , где  $n$ ,  $T$ ,  $u$  - соответственно числовая плотность, температура, скорость движения пара. В области сверхзвукового течения  $n_\infty$ ,  $T_\infty$ ,  $u_\infty$  могут быть заданы произвольно.

Как отмечалось в [1], область исходных параметров, например  $n_\infty$ ,  $T_\infty$  или  $p_\infty$ ,  $T_\infty$ , где  $p_\infty$  - давление пара вдали от межфазной поверхности, разделяется на две подобласти: в одной из них сверхзвуковой поток пара реализуется во всем полубесконечном пространстве  $0 < x < \infty$ , в другой вблизи поверхности  $x=0$  осуществляется дозвуковое течение. Качественный ход кривой, разделяющей эти два режима течения пара, представлен в [1].

На фиг. 1 сплошной линией приведены результаты решений, дающие количественную информацию об этой границе. Представленные данные получены моментным методом решения кинетического уравнения Больцмана для максвелловских молекул. Аппроксимирующая функция распределения – двухсторонний максвеллиан, характер испарения – диффузный, коэффициент испарения-конденсации принят равным единице.

На фиг. 1 кроме разделяющей линии, где число Маха  $M = |u_\infty / \sqrt{\gamma^5 / 3RT_\infty}| = 1$ , представлены решения, полученные тем же методом для дозвуковых скоростей, в виде кривых  $p_\infty/p_s = f(T_\infty/T_s)$  при  $M = \text{const}$ : штрихпунктирная линия соответствует  $M = 0,85$ , штриховая –  $M = 0,5$ . Здесь  $R$  – индивидуальная газовая постоянная.

Дозвуковое течение может реализовываться во всем пространстве  $0 < x < \infty$  или же, как отмечалось в [1, 2], формироваться лишь вблизи границы  $x = 0$  в результате



Фиг. 1

перехода сверхзвукового течения в дозвуковое через ударную волну. В последнем случае каждой из кривых  $M = \text{const}$  ( $M < 1$ ) на фиг. 1 соответствует  $M_1 = \text{const}$  ( $M_1 > 1$ ) сверхзвуковой области течения. В [2] отмечалось, что для каждого  $M_1$  существует минимальное значение  $p_c$ , ограничивающее снизу область стационарных решений задачи о сверхзвуковой конденсации. Таким образом, при  $p_\infty/p_s > p_c/p_s$  существует множество решений рассматриваемой задачи, при  $p_\infty/p_s = p_c/p_s$  существует единственное решение, описывающее структуру стационарной ударной волны, при  $p_\infty/p_s < p_c/p_s$  стационарных решений нет.

В качестве примера определения  $p_c$  рассмотрим течение с  $M_1 = 1,16$ , соответствующим  $M = 0,85$  (штрихпунктирная линия на фиг. 1). Минимальному давлению по кривой  $M = 0,85$  соответствует  $p_c = 4,2$  на линии  $M_1 = 1,16$ . В [2] приведены следующие предельные значения  $n_\infty$  и  $T_\infty$ , соответствующие переходу сверхзвукового течения в дозвуковое через ударную волну:  $n_\infty = 2,8$ ,  $T_\infty = 1,7$ , т. е.  $p_c = 4,76$ . Для  $M_1 = 1,16$  соответствующие предельные параметры в дозвуковой области при этом представляются точкой на фиг. 1. Из фиг. 1 следует, что решение [2] и результаты настоящей работы при  $n_\infty = 2,8$ ,  $T_\infty = 1,7$  практически совпадают.

Точки, представляющие исходные параметры сверхзвукового течения со структурой стационарной ударной волны, с уменьшением  $M_1$  располагаются все ближе к сплошной линии фиг. 1. В пределе при  $M_1 \rightarrow 1$  названная кривая представляет собой верхнюю границу для сверхзвуковых течений, реализуемых со скачком уплотнения. С ростом  $M_1$  эта граница существенно смещается вниз, например при  $M_1 = 1,1$ ,  $p_c = 5,94$ .

Располагая полученными решениями, можно найти аналогичные зависимости  $p_\infty/p_s = f(T_\infty/T_s)$  при произвольных значениях коэффициентов испарения и конденсации с использованием предложенной в [4] методики пересчета. Действительно, результирующий поток массы при конденсации  $j$  связан с величинами массового потока к поверхности  $j_-$  и от нее  $j_+$  очевидным соотношением

$$j = j_- - j_+ \quad (1)$$

Для процесса, в котором коэффициенты испарения и конденсации равны единице

$$j_+ = j_e \quad (2)$$

где  $j_e$  – поток молекул, испарившихся с поверхности.

Предполагая диффузный характер испарения, т. е.  $j_e = n_s(RT_s/2\pi)^{1/2}$ , получим из (1)

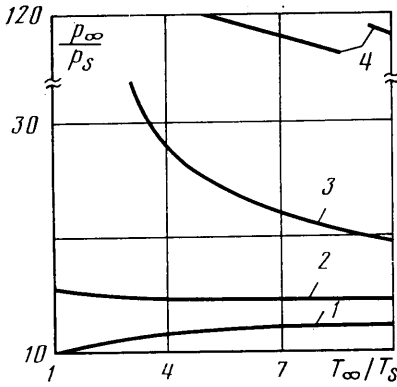
$$j = j_- - n_s \left( \frac{RT_s}{2\pi} \right)^{1/2} \quad (3)$$

При произвольном значении коэффициента испарения  $\beta_e$  и конденсации  $\beta_c$  имеем

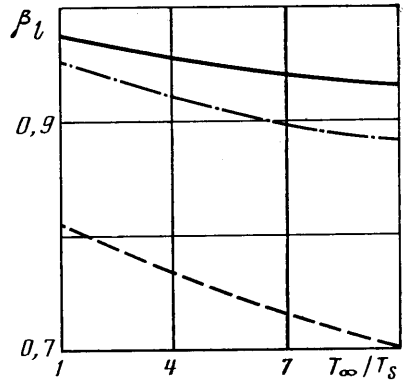
$$j_e = \beta_e n_s \left( \frac{RT_s}{2\pi} \right)^{1/2}, \quad j_+ = j_e + j_r, \quad j_r = j_- (1 - \beta_c) \quad (4)$$

где  $j_r$  – поток молекул, отразившихся (несконденсировавшихся) от межфазной поверхности. Из (1), (4) следует

$$j = j_- - \frac{1}{\beta_c} \left[ \beta_c n_s \left( \frac{RT_s}{2\pi} \right)^{1/2} + (1 - \beta_c) j \right] \quad (5)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Рассмотрим вначале ситуацию, в которой отражение несконденсировавшихся молекул диффузное, т. е. функция распределения молекул, движущихся от межфазной поверхности, является максвелловской с нулевой макроскопической скоростью и температурой, равной  $T_s$ . Числовая плотность  $n_0$  в этом распределении находится из сопоставления (3) и (5), т. е. определяется выражением

$$n_0 = \frac{1}{\beta_c} \left[ \beta_e n_s + (1 - \beta_c) j \left( \frac{2\pi}{RT_s} \right)^{1/2} \right] \quad (6)$$

Таким образом, в рамках принятой схемы отражения падающих молекул течение пара при произвольных значениях  $\beta_e$  и  $\beta_c$  может рассматриваться как конденсация с коэффициентами испарения и конденсации, равными единице, на межфазной поверхности с температурой  $T_s$ , которой соответствует вместо  $n_s$  числовая плотность  $n_0$ , определяемая соотношением (6). В этой связи результаты решения, представленные на фиг. 1, применимы для анализа процессов конденсации при  $\beta_e \neq 1$  и  $\beta_c \neq 1$ .

В итоге методика расчета сводится к следующему. Задается первое приближение  $j = n_\infty u_\infty$ , по (6) рассчитывается  $n_0$ , определяется  $p_\infty/p_{s0} = n_\infty T_\infty / n_0 T_s$ , по фиг. 1 для известных  $T_\infty/T_s$  и  $p_\infty/p_{s0}$  ( $p_{s0}$  — аналог  $p_s$  для  $\beta_e \neq 1$  и  $\beta_c \neq 1$ ) находится  $u_\infty$ , т. е. второе приближение  $j$ , и т. д. до обеспечения требуемой точности по  $j$ . Выполненные так расчеты показывают, например, что при  $\beta_e = \beta_c = 1$ ,  $n_\infty = 1,23$ ,  $T_\infty = 10$ ,  $u_\infty = -2,9$ , а при  $\beta_e = \beta_c = 0,8$ ,  $u_\infty = -1,5$  для тех же значений  $n_\infty$  и  $T_\infty$ . Из приведенного примера видно, что изменение  $\beta_e$  и  $\beta_c$  сильно влияет на значение скорости потока пара при конденсации и это влияние тем существенней, чем больше отличаются параметры конденсируемого пара от соответствующих величин на межфазной поверхности.

Представляет интерес положение линии  $p_\infty/p_s = f(T_\infty/T_s)$  для  $M_\infty = 1$  при  $\beta_e \neq 1$  и  $\beta_c \neq 1$ . На фиг. 2 представлены результаты расчета по предложенной методике для нескольких значений  $\beta_e = \beta_c = \beta$  (кривая 1 соответствует  $\beta = 1$ , 2 — 0,99, 3 — 0,97, 4 — 0,95). Видно, что изменение  $\beta$  всего на 0,05 (от 1 до 0,95) при  $T_\infty/T_s = 5$  приводит к увеличению давления  $p_\infty$ , при котором  $M_\infty = 1$ , почти в 11 раз. Это значит, что уменьшение коэффициента конденсации приводит к сокращению области исходных параметров, где течение осуществляется без скачка уплотнения, т. е. по мере уменьшения  $\beta$  для реализации такого течения требуется все большее отношение  $p_\infty/p_s$ . Для каждой температуры существует предельное значение  $\beta_l$ , когда вообще может реализовываться «бескачковое» течение. Нетрудно показать, что в соответствии с рассмотренной методикой  $\beta_l$  определяется выражением

$$\beta_l = \left( 1 + \frac{1}{2\sqrt{\pi} j'} \right)^{-1}, \quad j' = \frac{j|_{\beta=1}}{n_s \sqrt{2RT_s}} \quad (7)$$

где  $j|_{\beta=1}$  — поток массы при  $\beta = 1$  для заданной температуры.

В соответствии с (7) на фиг. 3 сплошной линией представлена зависимость  $\beta_l = f(T_\infty/T_s)$ . При  $\beta < \beta_l$  не может быть осуществлено течение без скачка уплотнения и вблизи поверхности конденсации образуется стационарная ударная волна. Эта волна неподвижна относительно границы раздела фаз, если  $\beta > \beta_{лм}$ , где  $\beta_{лм}$  — предельное значение коэффициента конденсации для числа Маха за скачком уплотнения. При  $\beta < \beta_{лм}$  ударная волна перемещается вдоль  $x$  в положительном направлении. Зависимости  $\beta_{лм} = f(T_\infty/T_s)$ , построенные по данным фиг. 1 и соотношению (7), показаны на фиг. 3 штрихпунктирной линией для  $M = 0,85$  и штриховой для  $M = 0,5$ .

Изложенный подход позволяет проанализировать экспериментальные данные работы [3], в которой было реализовано натекание сверхзвукового потока воздуха

(78% N<sub>2</sub>, 21% O<sub>2</sub>, 1% Ar) при M<sub>∞</sub>=2,8, T<sub>∞</sub>=192 К, p<sub>∞</sub>=4·10<sup>-3</sup> мм рт. ст. на поверхность, охлаждаемую жидким гелием (процесс натекаания осуществлялся так, что течение можно считать сплошным и одномерным). В эксперименте отмечалось появление скачка уплотнения перед конденсатом при температуре последнего T<sub>w</sub>=34–38 К. Этот скачок некоторое время был неподвижен относительно поверхности конденсации. Представленное в [3] теоретическое обоснование полученных опытных данных в настоящее время, очевидно, не может быть признано удовлетворительным.

Применение рассмотренной выше методики для интерпретации экспериментальных результатов [3] сводится к следующему. В начальный момент, когда температура поверхности конденсации близка к 4,2 К, при T<sub>∞</sub>=192 К в соответствии, например, с [5] β≈1, т. е. β>β<sub>к</sub>. Следовательно, реализуется течение без скачка уплотнения. Однако далее, из-за того, что подвод энергии в процессе конденсации пара превышает отвод тепла от поверхности конденсирующего элемента за счет пузырькового кипения гелия, происходит нагрев этого элемента и растет T<sub>s</sub>. Наиболее значительное увеличение T<sub>s</sub> происходит при переходе от пузырькового к пленочному режиму кипения. При этом β заметно уменьшается и при некоторой температуре T<sub>w</sub>≈32–38 К≫4,2 достигает значения β<β<sub>к</sub>. Вблизи поверхности конденсации возникает скачок уплотнения с параметрами пара за скачком p=3,6·10<sup>-2</sup> мм рт. ст., M=0,49, T=468 К. При такой температуре натекающего пара и T<sub>s</sub>≈30 К, по экспериментальным данным [5], коэффициент конденсации остается практически постоянным в некотором диапазоне изменения T<sub>s</sub>. При β=0,7–0,8 в соответствии с рассмотренной методикой (см. фиг. 1 и (7)) T<sub>s</sub>=36–37 К. С учетом перепада температуры на слое твердого конденсата T<sub>w</sub>=33–32 К. Если прекратить охлаждение, то T<sub>s</sub> будет расти, условия равновесия нарушатся и скачок уплотнения начнет двигаться от поверхности конденсации, что и отмечалось в эксперименте [3].

При реализации зеркальной схемы отражения падающих молекул анализ усложняется, так как в этом случае функция распределения молекул, летящих от межфазной поверхности, уже не является максвелловской с температурой T<sub>s</sub>. Следовательно, использование результатов решения для β≠1 описанным выше способом становится неправомерным. Граничные условия при x=0 для системы моментных уравнений, представленной в [1], теперь формулируются иначе, они зависят от β<sub>к</sub>, β<sub>с</sub> и коэффициента энергетической аккомодации на границе раздела фаз.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Крюков А. П. Одномерная стационарная конденсация при скоростях движения пара, сопоставимых со скоростью звука // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 176–180.
2. Абрамов А. А., Коган М. Н. О режиме сверхзвуковой конденсации газа // Докл. АН СССР. 1984. Т. 278. № 5. С. 1078–1081.
3. Mayer E., Tracy R., Collins J. A., Triplett M. J. Condensation of rarefied supersonic flow incident on a cold flat plate // Proc. 4th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, Toronto, 1964. N. Y.: Acad. Press, 1966. V. 2. P. 239–259.
4. Коган М. Н., Макашев Н. К. О роли слоя Кнудсена в теории гетерогенных реакций и в течениях с реакциями на поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 6. С. 3–11.
5. Хэфер Р. Криовакуумная техника. М.: Энергоатомиздат, 1983. 272 с.

Москва

Поступила в редакцию  
21.IV.1986

Технический редактор Е. В. Синицына

---

Сдано в набор 18.01.88      Подписано к печати 24.03.88      Т-08839      Формат бумаги 70×108<sup>1/16</sup>  
 Высокая печать      Усл. печ. л. 16,8      Усл. кр.-отт. 27,1 тыс.      Уч.-изд. л. 18,5      Бум. л. 6,0  
 Тираж 1595 экз.      Зак. 1239

---

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»,  
 103717 ГСП, Москва, К-62, Подосенский пер., 21  
 2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6