

УДК 533.6.011.72

НЕОДНОМЕРНЫЕ СХОДЯЩИЕСЯ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

**БАРХУДАРОВ Э. М., КОССЫЙ И. А., МДИВНИШВИЛИ М. О.,
СОКОЛОВ И. В., ТАКТАКИШВИЛИ М. И.**

Исследование сходящихся ударных волн с фронтами замкнутой конфигурации представляет интерес как для фундаментальных проблем газодинамики, так и для техники эксперимента как способ достижения высоких плотностей энергии.

Явление неограниченного усиления (кумуляции) сферической и цилиндрической ударных волн по мере их приближения к центру (оси) было предсказано в работах Гудерлея Г., Ландау Л. Д. и Станюковича К. П. [1]. Полученные ими решения одномерные, к тому же неустойчивы по отношению к любым неодномерным возмущениям [2, 3]. В связи с этим в [4] высказывалось предположение, что само свойство неограниченного усиления сферической и цилиндрической волн связано с их вырожденным, одномерным характером, и была отмечена важность установления необходимых и достаточных условий кумуляции сходящихся трехмерных ударных волн. Этой проблеме и посвящена настоящая работа.

Сравнительно недавно было впервые показано, что одномерность или неодномерность кумулирующей ударной волны сами по себе не имеют решающего значения. В [5] экспериментально исследовалась кольцевая ударная волна — очевидно, неодномерная. Было установлено, что созданная кольцевым источником энерговыделения ударная волна начинает усиливаться при приближении к центру кольца. Теоретический анализ показывает [5, 6], что амплитуда волны в пренебрежении диссипативными процессами возрастает неограниченно. Важно, что свойство кумуляции типично для достаточно произвольной осесимметричной волны, например цилиндрической, на которую наложены осесимметричные возмущения типа перетяжки (не обязательно малые).

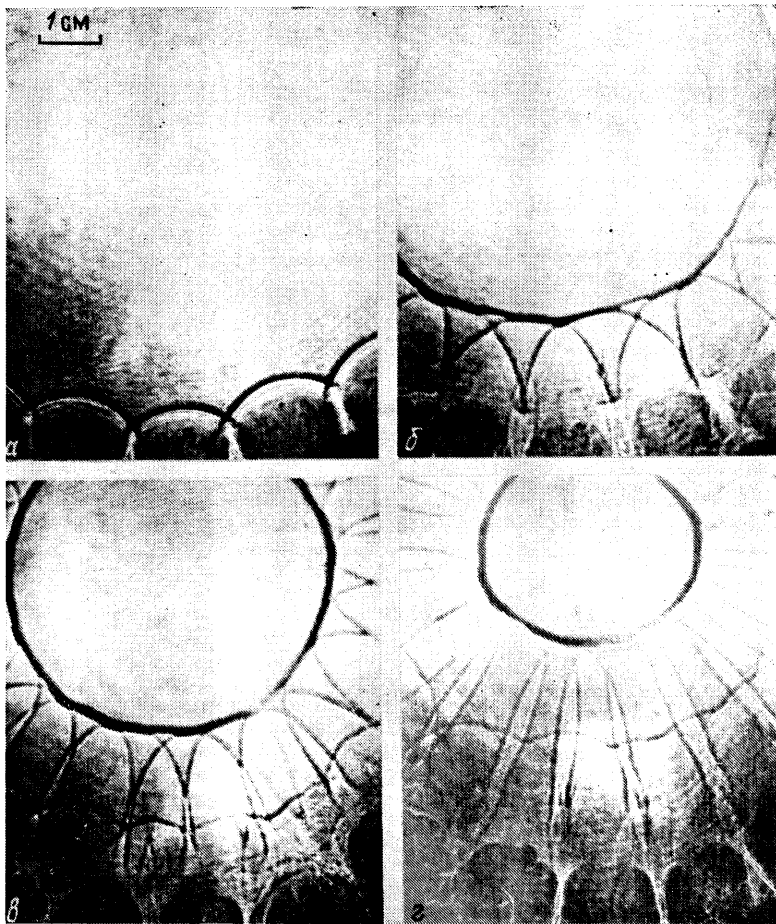
Ниже будет показано, что осевая симметрия является не только достаточным свойством для достижения неограниченной кумуляции (точнее, гарантирующим типичность), но и необходимым. Простые топологические соображения демонстрируют очевидность этого вывода. Действительно, фронт сходящейся волны представляет собой замкнутую гладкую поверхность, вектор скорости которой направлен внутрь. В результате некоторого процесса (назовем его топологической перестройкой) сходящаяся волна преобразуется в расходящуюся, вектор скорости которой направлен наружу. При перестройке неизбежно возникают точки, где поверхность фронта имеет особенность, поскольку вывернуть наизнанку гладкую поверхность неособенным образом невозможно.

Отсюда вытекает, что проблему неодномерной кумуляции нельзя сводить (как это делалось до сих пор) к вопросу о том, может ли фронт стягиваться в точку (линию) или всегда остается трехмерным. Необходимо проанализировать топологическую перестройку и исследовать характер возникающих при этом особенностей. Этот вопрос решен в данной работе.

Эксперимент свидетельствует, что среди возмущений, играющих роль в предотвращении кумуляции, наиболее существенными оказываются гармоники с низшими азимутальными индексами. При достаточно малых отклонениях геометрии от осесимметричной роль возмущений, по оценкам, может оказаться малой по сравнению с имеющимися в реальном газе диссипативными процессами ограничения кумуляции.

1. Экспериментальные исследования кольцевой и эллиптической ударных волн. Экспериментально исследуем роль азимутальных возмущений, наложенных на кольцевую ударную волну, а также процесс топологической перестройки эллиптической ударной волны.

Кольцевая ударная волна создавалась способом, описанным в [5, 7, 8]. Источником сильного газодинамического возмущения является система поверхностных искровых разрядов, локализованных на замкнутом кольце (12–14 искровых промежутков). Радиус кольца $R \approx 5$ см. Искровые разряды формируют элементарные ударные волны,

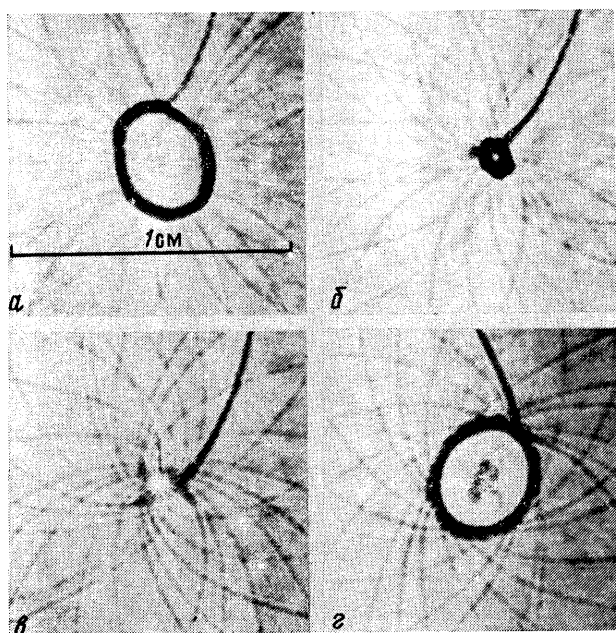


Фиг. 1

которые на некотором расстоянии от области энерговыведения взаимодействуют нерегулярным образом [1, 9] и образуют замкнутый фронт сходящейся кольцевой волны. На фиг. 1 представлена последовательность тенеграмм, демонстрирующих образование кольцевой ударной волны. Они получены просвечиванием диагностирующим лазерным лучом области, примыкающей к кольцевому источнику. Серия тенеграмм приосевой области для различных моментов времени приведена на фиг. 2. Фотографии 2, а, б сделаны до отражения, 2, в, г — после отражения ударной волны от оси симметрии.

Способ формирования ударной волны точечными искровыми разрядами предопределяет начальную азимутальную неоднородность фронта. Тенеграммы прикольцевых областей с очевидностью демонстрируют это (фиг. 1, а, б). Однако по мере смещения фронта к оси неоднородности эти сглаживаются (фиг. 1, в, г). Тенеграммы на фиг. 1, 2 наглядно свидетельствуют об образовании относительно однородной кольцевой волны, сохраняющей свою геометрию по крайней мере до диаметра ~ 1 мм, что является пределом пространственного разрешения аппаратуры. Такое поведение кольцевой волны можно классифицировать как устойчивость по отношению к азимутальным модам высокого порядка.

Как на тенеграммах, так и на соответствующих фиг. 1, 2 интерферограммах отчетливо прослеживается возмущение газа в приосевой области, сохраняющееся после отражения кольцевой ударной волны от оси. Качественный анализ интерферограмм позволяет утверждать, что приосевое возмущение является областью пониженной плотности газа (а следова-



Фиг. 2

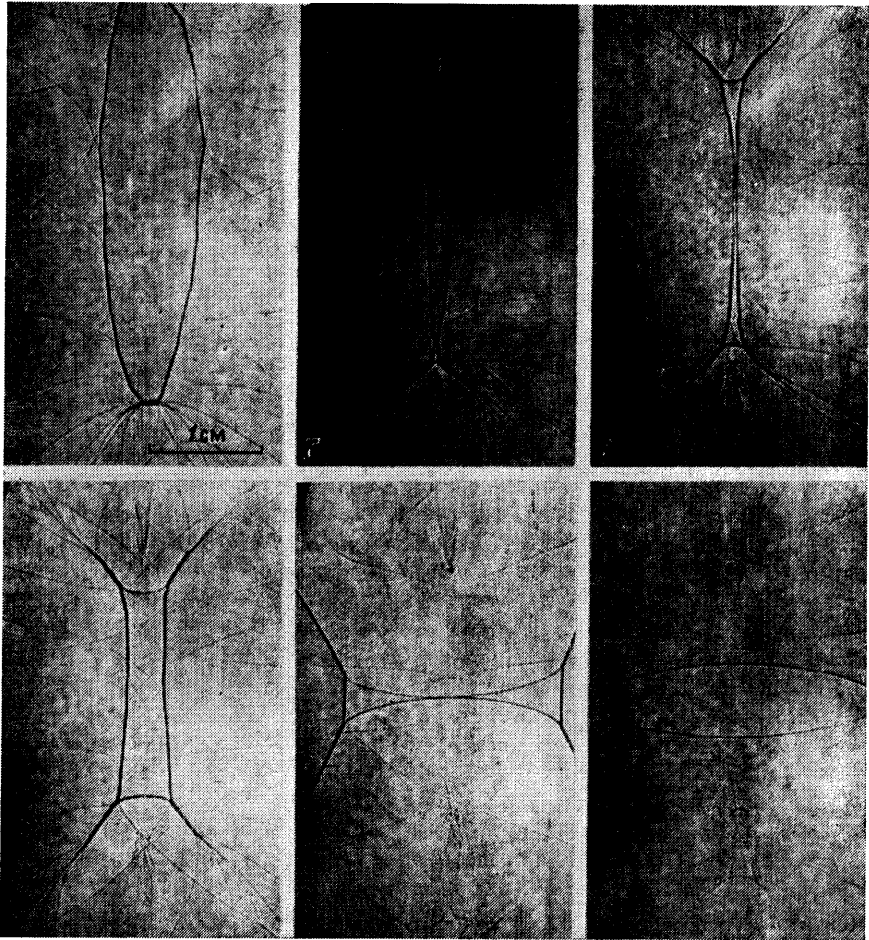
тельно, повышенной температуры). Этот результат можно рассматривать как дополнительное к полученным в [5] свидетельство реализации кумулятивного эффекта в центре кольцевой ударной волны.

Для выяснения вопроса о роли низших азимутальных мод возмущения фронта ударной волны и исследования процесса топологической перестройки был проведен эксперимент с эллиптической ударной волной. С этой целью эллиптическая форма придавалась гибкому кольцевому источнику поверхностных разрядов. Малая и большая оси эллипса равны 7 и 11 см. Теневые фотографии ударной волны приведены на фиг. 3. Из них следует, что в области фокусов эллипса возникают характерные возмущения газовой среды, сопровождающиеся появлением самопересекающейся конфигурации фронтов типа «ласточкин хвост». Именно этот процесс является ключевым для топологической перестройки сходящейся волны в расходящуюся и именно он должен быть исследован на предмет того, конечна или бесконечна амплитуда ударной волны в данном процессе. Например, в рамках геометрической оптики появление у волнового фронта аналогичной особенности сопровождается обращением амплитуды в бесконечность.

После образования «хвостов» эволюция фронта происходит по известным законам ветвления ударных волн [1, 9]. Конечным результатом является расходящаяся эллиптическая ударная волна.

2. Фокусировка сильной ударной волны (теория). Здесь отдельно обсуждаются процессы в окрестности фокусов эллипса. Явления, аналогичные наблюдаемым в этих областях на фиг. 3, ранее были обнаружены в [10] при изучении распространения слабых ударных волн, имеющих вогнутую форму (такой процесс был назван фокусировкой).

В исследуемом случае сильной ударной волны теоретический анализ фокусировки позволяет проследить образование наблюдаемой в эксперименте конфигурации фронтов типа «ласточкин хвост», а главное, показать, что амплитуда ударных волн в этом процессе ограничена. Данный вывод доказывает ограниченный характер кумуляции ударной волны, отличной от осесимметричной.



Фиг. 3

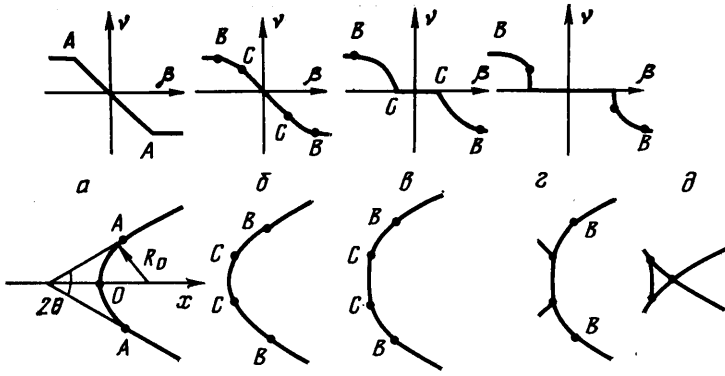
Для анализа фокусировки в качестве упрощенной модели рассмотрим сильную клиновидную волну с цилиндрическим закруглением¹. Пусть в момент времени $t=0$ сечение фронта плоскостями $z=\text{const}$ представляет собой две прямые, сопряженные круговой дугой, угол между прямыми равен 2θ (фиг. 4, а). Скорость фронта во всех точках (точнее, число Маха) равна $M_0 \gg 1$.

Поскольку усиление волны при ее фокусировке определяется геометрическим фактором (уменьшением площади фронта при его сжатии), распространение волны можно описывать приближенной геометрической теорией Честера — Чизнелла — Уизема [2]. В рамках этой теории угол $\nu(\alpha, \beta)$ наклона фронта к оси x и его локальное число Маха $M(\alpha, \beta)$ подчиняется системе уравнений [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial \alpha} + q^2 \frac{\partial \nu}{\partial \beta} \frac{n+1}{n} \cdot M_0 = 0 \\ \frac{\partial \nu}{\partial \alpha} + \frac{\partial q}{\partial \beta} \frac{M_0}{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$q = \left(\frac{M}{M_0} \right)^{n+1}, \quad n = 1 + \frac{2}{\gamma} + \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$

¹ На эту задачу внимание авторов обратил П. В. Сасоров.



Фиг. 4

Здесь α и β — криволинейные координаты: поверхности $\alpha=c_0 t$ совпадают с фронтами ударных волн в последовательные моменты времени t , а линии сопряженной координаты $\beta=\text{const}$ являются лучами, нормальными к поверхностям $\alpha=\text{const}$. При $t=0$ β совпадает с длиной дуги фронта, отсчитываемой от вершины — точки O (фиг. 4, а), c_0 — скорость звука в невозмущенном газе, γ — показатель адиабаты.

Если заменить v на v , а q на ρ , то система (2.1) с точностью до коэффициентов совпадает с уравнениями одномерного изотермического движения идеального газа (α — время, β — лагранжева координата) с простыми начальными условиями: плотность $\rho=1$, профиль скорости v изображен на фиг. 4, а. Это позволяет скомбинировать искомое решение уравнений (2.1) из хорошо известных одномерных гидродинамических течений (подробно см. [11]) — движения с постоянной скоростью, простых волн и течения сжатия с однородной деформацией. Подчеркнем, что формально введенный одномерный газ не имеет ничего общего с тем, по которому распространяется искривленная ударная волна.

На фиг. 4 сверху приведены зависимости скорости одномерного газа $v=v$ от лагранжевой координаты β в различные моменты времени α . Начальный профиль $v(\beta)$ представлен на фиг. 4, а. Эволюция течения начинается с распада слабого разрыва в точке A (и A') на два слабых разрыва B и C (фиг. 4, б).

Область течения между точками B и C примыкает с одной стороны к постоянному течению и является поэтому простой волной (сжатия). Область между точками C и C' занята течением с однородной деформацией

$$v=v = \frac{\beta}{R_0}, \quad \rho=q = \frac{1}{1-\alpha/\alpha_0}, \quad \alpha_0 = \frac{R_0 n}{M_0(n+1)} \quad (2.2)$$

Здесь R_0 — начальный радиус фронта.

Согласно (2.2) было бы $\rho \rightarrow \infty$ при $\alpha \rightarrow \alpha_0$, но еще раньше, при $\alpha=\alpha_1 < \alpha_0$ точки C и C' приходят в точку O и область течения (2.2) исчезает. Выражение для скорости звука в системе (2.1) $c=qM_0 n^{-1/2}$ позволяет найти траекторию $\beta_1(\alpha)$ слабого разрыва C , движущегося со скоростью c

$$\beta_1(\alpha) = R_0 \left[\frac{\pi}{2} - \theta + \frac{\sqrt{n}}{n+1} \ln \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_0} \right) \right] \quad (2.3)$$

Отсюда

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \frac{n+1}{\sqrt{n}} \right] \right\} < \alpha_0$$

В простой волне между точками C' и B' скорость звука постоянна на характеристике и непрерывна на границе течения — линии (2.3). Отсюда получается уравнение характеристик $\beta(\alpha, \alpha')$, в качестве параметра α' выбрано время пересечения с линией (2.3)

$$\beta - \beta_1(\alpha') = c(\alpha')(\alpha - \alpha') \quad (2.4)$$

$$c(\alpha') = \frac{M_0}{\sqrt{n}} \frac{1}{1 - \alpha'/\alpha_0}$$

После пересечения траекторий слабых разрывов C и C' в области течения между ними оба инварианта Римана приобретают постоянное значение, следовательно, скорость равна нулю, а плотность постоянна

$$q = \exp \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \frac{n+1}{\sqrt{n}} \right] \quad (2.5)$$

Все течение состоит из трех областей постоянного течения, разделенных двумя простыми волнами сжатия (фиг. 4, *в*). Опрокидывание волн, как следует из (2.4), происходит в точках C и C' (фиг. 4, *з*) в момент времени $\alpha_2 = 2\alpha_0 - \alpha_1 > \alpha_1$.

Внизу на фиг. 4 представлена форма фронта искривленной ударной волны, соответствующая полученным зависимостям $v(\beta)$. Сначала радиус кривизны в вершине уменьшается (фиг. 4, *б*), затем там возникает плоский участок, который непрерывно дифференцируемым образом срачивается с остальной поверхностью фронта (фиг. 4, *с*). Амплитуда ударной волны в вершине в этот момент достигает значения, определяемого соотношением (2.5), и перестает возрастать. Наконец, на границах плоского участка возникают изломы фронта (скачки угла ν). В теории Уизема [2] появление таких изломов, связанное с опрокидыванием распространяющихся вдоль фронта волн сжатия, интерпретируется как образование ударных волн, поперечных к основному фронту. При этом, как видно из фиг. 4, *з*, возникает картина нерегулярного взаимодействия плоских участков клиновидной волны, причем центральный участок становится волной Маха. Отметим, что отраженные волны в полном соответствии с экспериментальными фотографиями на фиг. 3 должны иметь точку окончания.

Если угол θ меньше угла стационарного маховского отражения [9], то размер волны Маха уменьшается, обращается в ноль, затем волна Маха возникает вновь, а перед ней образуется точка регулярного взаимодействия плоских участков клиновидной волны (фиг. 4, *д*). Формируется наблюдаемая в эксперименте конфигурация ударных волн типа «ласточкин хвост». Амплитуда волны во всем процессе фокусировки остается конечной — неограниченной кумуляции не происходит.

Более того, амплитуда не меняется по порядку величины в отличие от фокусировки слабых ударных волн, которая может сопровождаться очень резким возрастанием амплитуды [10].

3. Обсуждение результатов. В [5, 6] было доказано, что для осесимметричных ударных волн, в частности для кольцевой, типично наличие точек кумуляции на оси. Здесь установлено, что осевая симметрия является не только достаточным, но и необходимым свойством. В присутствии азимутальных гармоник возмущения, прежде всего низшей из них, приводящей к эллиптичности фронта, возникает качественно иная картина перестройки сходящейся волны в расходящуюся, и эта перестройка не сопровождается неограниченной кумуляцией.

Из эксперимента следует, что высокие азимутальные гармоники возмущения не приводят к нарушению кумуляции. Сопоставление с [12] позволяет предположить, что вообще имеет значение лишь низшая, рассмотренная нами гармоника.

В модели идеального газа кумуляция предотвращается сколь угодно малой эллиптичностью, которую охарактеризуем величиной $\varepsilon = \Delta a/a = (a-b)/a$, a и b — большая и малая полуоси. Действительно, на линейной стадии ($\varepsilon \ll 1$) величина ε возрастает при $a \rightarrow 0$ по закону [2]

$$|\varepsilon| \sim a^{-(n+1)/2n} = a^{-0,6}, \quad \gamma = 7/5 \quad (3.1)$$

а когда ε достигает значений порядка единицы, происходит наблюдаемый в эксперименте (при $\varepsilon \sim 1$) процесс перестройки волны в фокусах.

В реальных газах влияние малой начальной эллиптичности может оказаться несущественным, например, по сравнению с ограничением кумуляции на масштабах порядка длины свободного пробега λ [13]. При выполнении вытекающего из (3.1) условия

$$\Delta a_0 < a_0^{(n-1)/2n} \lambda^{(n+1)/2n} = a_0^{0,4} \lambda^{0,6} \gg \lambda \quad (3.2)$$

(нулем обозначены значения величин в начале кумуляции) ударную волну удастся сжать до размеров $\sim \lambda$ без разрушения симметрии, после чего включаются диссипативные механизмы ограничения амплитуды волны [13]. Сжатие ударной волны до масштабов $\sim \lambda$ было осуществлено в [14], правда, величина λ в условиях эксперимента была макроскопической (~ 1 мм).

Отметим, что удовлетворяющий неравенству (3.2) размер Δa_0 может оказаться макроскопическим даже при малых λ .

Асимметрия начальных условий также несущественна, если кумуляция ударной волны используется для достижения высокой плотности энергии в рабочем объеме с масштабом l и l подчиняется условию (3.2) с заменой λ на l .

Авторы благодарят С. В. Буланова и В. Е. Терехина за участие в обсуждениях и Н. Л. Цинцадзе за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 7. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
3. Брушлинский К. В. Об устойчивости сходящейся сферической ударной волны. Препринт № 81. М.: ИПМ АН СССР им. М. В. Келдыша, 1980. 16 с.
4. Забабахин Е. И. Явления неограниченной кумуляции // Механика в СССР за 50 лет. М.: Наука, 1970. Т. 2. С. 313–342.
5. Бережецкая Н. К., Большаков Е. Ф., Голубев С. К. и др. Газодинамические явления, сопутствующие кольцевому поверхностному разряду // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 6. С. 1926–1931.
6. Соколов И. В. Поведение осесимметричной ударной волны вблизи точки кумуляции // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. Вып. 4. С. 1331–1335.
7. Бархударов Э. М., Бережецкая Н. К., Большаков Е. Ф. и др. Кольцевой источник плотной, бесстолкновительной плазмы и ионизирующего излучения // Журн. техн. физики. 1984. Т. 54. Вып. 6. С. 1219–1222.
8. Бархударов Э. М., Мдивнишвили М. О., Тактакишвили М. И. и др. Искровой скользящий разряд как источник возбуждения ударных волн // 3-я Всесоюз. конф. по физике газового разряда. Киев: Изд-во КГУ, 1986. Ч. 1. С. 18–19.
9. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 427 с.
10. Sturtevant B., Kulkarny V. A. The focusing of weak shock waves // J. Fluid Mech. 1976. V. 73. Pt 4. P. 651–671.
11. Соколов И. В. Сходящиеся осесимметричные ударные волны. Отражение волн от оси: Препринт № 249. М.: Ин-т общ. физики АН СССР, 1986. 36 с.
12. Баронец П. Н. Сходящиеся ударные волны в импульсном индукционном разряде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 182–188.
13. Имшенник В. С. Кумуляция сходящихся ударных волн с учетом диссипативных процессов // ПМТФ. 1980. № 6. С. 10–19.
14. Белоконов В. А., Петрухин А. И., Проскураков В. А. Вхождение сильной ударной волны в клиновидную полость // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. Вып. 1. С. 50–60.

Москва

Поступила в редакцию
2.III.1987