

УДК 532.5:537.5

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ
И ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЖИДКИХ
ДИЭЛЕКТРИКАХ ПРИ УНИПОЛЯРНОЙ ИНЖЕКЦИОННОЙ
ПРОВОДИМОСТИ**

ЖАКИН А. И.

Исследуются закономерности электроконвекции и электроконвективного теплообмена в жидких диэлектриках, обладающих униполярной инжекционной проводимостью [1, 2], а также дается расчет некоторых типов ЭГД-насосов. Необходимость исследований вызвана тем, что вплоть до настоящего времени нет теоретического объяснения явления замедления теплоотдачи с ростом напряжения в сильных полях [3, 4]. Нет удовлетворительной теории ЭГД-насосов, позволяющей не только уяснить основные закономерности работы ныне существующих (сеточных [5], остройковых [6], и др. [7, 8]), но и дающей возможность прогнозировать высоконапорные ЭГД-насосы.

1. Постановка задачи. Одним из наиболее перспективных направлений в разработках ЭГД-устройств (ЭГД-насосов, ЭГД-теплообменников и др.) является использование жидких диэлектриков с униполярной инжекционной проводимостью на основе редокс-систем [1]. Способ приготовления таких рабочих жидкостей достаточно прост: исходную индифферентную жидкость очищают до проводимости 10^{-11} – 10^{-12} Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$, а затем добавляют специальные примеси (йод [2], хинон или гидрохинон [9] и др.), повышающие проводимость до 10^{-9} – 10^{-10} Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$. При этом организуется униполярная инжекционная проводимость, например, по схеме [1, 2]



где первая реакция идет на катоде, вторая на аноде, X — молекула примеси (электроноакцептор), e^- — электрон; k^- , k^+ — константы скоростей электрохимических реакций.

В дальнейшем будем предполагать: 1) $k^-/bE \ll 1$, 2) $k^- \delta/D \ll 1$, где δ — характерная толщина диффузионных слоев, 3) $k^+/bE \gg 1$, 4) выполняются условия приближения Буссинеска [10], 5) вклад электрической составляющей энтропии s_E мал

$$\frac{s_E}{s_0} \sim \frac{\epsilon E^2}{8\pi c_p \rho \Delta t_0} \ll 1, \quad s_E = \frac{\epsilon_T E^2}{8\pi \rho}, \quad \Delta t_0 = T_2 - T_1$$

где Δt_0 — температурный напор, 6) выделением тепла за счет диссипативных процессов можно пренебречь, 7) температурный напор Δt_0 мал, так что можно считать постоянными диэлектрическую проницаемость, теплоемкость и коэффициенты переноса.

В стационарном случае с учетом сделанных предположений получим следующую систему уравнений и граничных условий, записанных в безразмерных переменных:

$$(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{v} + G n \nabla \Phi \quad (1.1)$$

$$\Delta\Phi = Cn, \quad \operatorname{div} n(\nabla\Phi + \mathbf{v}) - \frac{1}{P_d \operatorname{Re}} \Delta n = 0 \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{v} \cdot \nabla T - \frac{1}{P_T \operatorname{Re}} \Delta T = 0 \quad (1.3)$$

$$S_1: \mathbf{v} = 0, \quad T = 1, \quad \Phi = 1, \quad nE + \frac{1}{P_d \operatorname{Re}} \frac{\partial n}{\partial \xi} = \operatorname{FR} n \quad (1.4)$$

$$S_2: \mathbf{v} = 0, \quad T = 0, \quad \Phi = 0, \quad n = n_c(E')/n_c(E_0) \quad (1.5)$$

$$\operatorname{Re} = \frac{v_0 h}{\nu} = \frac{bU}{\nu}, \quad G = \frac{en_c(E_0)h}{\rho b^2 E_0}, \quad \operatorname{Fr} = \frac{k^+}{bE_0}$$

$$P_T = \frac{\nu}{\chi}, \quad P_d = \frac{\nu}{D}, \quad \nu = \frac{\eta}{\rho}, \quad \chi = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}'}{v_0}, \quad v_0 = bE_0, \quad E_0 = \frac{U}{h}, \quad x_j = \frac{x'_j}{h}, \quad \Phi = \frac{\Phi'}{U}$$

$$n = \frac{n'}{n_c(E_0)}, \quad p = \frac{p'}{\rho v_0^2}, \quad T = \frac{T_2 - T'}{\Delta t_0}$$

Здесь штрихами обозначены размерные величины. В уравнении (1.1) не учтена гравитационная сила Архимеда, так как она мала по сравнению с кулоновской. Например, для типичных значений коэффициента температурного расширения $\alpha = 10^{-4}$ град $^{-1}$, $\Delta t_0 = 10$ К, $n_c = 10^{10}$ см $^{-3}$, $E_0 = 10$ кВ/см, $\rho = 1$ г/см 3 имеем $\rho \alpha \Delta t_0 g / en_c E_0 \leq 10^{-2}$.

2. Особенности численного счета. Вычисления проводим для плоского случая на ортогональной прямоугольной сетке в терминах «функция тока ψ – вихрь ω ». Уравнения для ψ , Φ , ω решаем по методике [11]. Дискретизацию уравнения переноса заряда осуществляем интегроинтерполяционным методом [11] при следующих гипотезах: n постоянно на границах контрольного объема и равно значению в ближайшем узле вверх по течению (правило ориентирования конвективных членов против потока); миграционные члены аппроксимируем по правилу: на границах контрольного объема n равно значению в ближайшем узле по (против) направлению напряженности поля при отрицательных (положительных) зарядах; значения n в угловых точках контрольного объема аппроксимируем средним арифметическим по значениям в четырех ближайших узлах. В этом случае уравнение переноса заряда в дискретной форме имеет вид

$$\begin{aligned} n_P &= \sum C_j n_j & (2.1) \\ j &= N, S, E, W \\ C_j &= (A_j + F_j^\pm + B_j c_{\Phi j}) / \operatorname{SUM}, \quad c_{\Phi j} = 1/P_d \operatorname{Re} \\ \operatorname{SUM} &= A_E + A_W + A_N + A_S + F_E^+ + F_W^- + F_N^+ + \\ &+ F_S^- + c_{\Phi P} (B_E + B_W + B_S + B_N) \\ F_E^\pm &= \frac{1}{4} \frac{x_{2N} - x_{2S}}{x_{1E} - x_{1P}} (|\Phi_E - \Phi_P| \pm (\Phi_E - \Phi_P)) \\ F_W^\pm &= \frac{1}{4} \frac{x_{2N} - x_{2S}}{x_{1P} - x_{1W}} (|\Phi_P - \Phi_W| \pm (\Phi_P - \Phi_W)) \\ F_N^\pm &= \frac{1}{4} \frac{x_{1E} - x_{1W}}{x_{2N} - x_{2P}} (|\Phi_N - \Phi_P| \pm (\Phi_N - \Phi_P)) \\ F_S^\pm &= \frac{1}{4} \frac{x_{1E} - x_{1W}}{x_{2P} - x_{2S}} (|\Phi_P - \Phi_S| \pm (\Phi_P - \Phi_S)) \end{aligned}$$

Здесь буквенными индексами обозначены узлы в шаблоне «крест» так же, как и в [11]. Коэффициенты A_j , B_j определены в [11]. В выражениях для C_j при $j = E, N$ необходимо брать F_j^- , при $j = W, S - F_j^+$.

Итерационный процесс организуем по схеме Гаусса – Зейделя [11], который еще называют схемой Либмана [12]. Практика вычислений показала, что итера-

ционный процесс для (2.1) сходится для любых $0 < 1/P_d \text{Re} < \infty$. Этот эффект можно объяснить тем, что в этом случае нет дестабилизирующего влияния граничных условий, как это имеет место при решении уравнения для вихря [12].

Сходимость процесса определялась из условия

$$\max_{\varphi=\psi, \Phi, \omega, n} \lambda_{\varphi} < \text{EPS}, \quad \lambda_{\varphi} = \max_{(i,j)} |1 - \varphi_{ij}^k / \varphi_{ij}^{k+1}|$$

где k – номер итерации, EPS – заданная точность. При EPS=0,01 сходимость осуществлялась за $k_*=100-1200$ итераций в зависимости от числа узлов и значений Re, C, G. Максимальная относительная погрешность всегда наблюдалась по порядку-два меньше. Число итераций k_* увеличивается с увеличением параметров Re, C, G. Контрольные расчеты на разных сетках $I \times J = 24 \times 9, 36 \times 16, 50 \times 16, 50 \times 21$ при $x_0=7, \text{Re}=25, C=0,15, G=28$ показали, что для достижения погрешности 10%, вполне удовлетворительной для практики, достаточно ограничиться сеткой 39×16 , поэтому дальнейшие расчеты проводились на этой сетке. Порядок развиваемого давления можно уловить на сетке 24×9 . Время счета на ЭВМ ЕС-1060 одной точки P/Q характеристики на сетке 24×9 порядка 1 мин, $39 \times 16 - 10-12$ мин, $50 \times 21 -$ около 60 мин.

3. Численный расчет характеристик ЭГД-насоса с острыми ионизаторами. Секция ЭГД-насоса изображена на фиг. 1, где обозначено: S_+, S_- – входное и выходное сечения, представляющие собой проникаемые электроды (сетки); $S_+ + S_2$ – катод; $S_- + S_1$ – анод; Σ_1, Σ_2 – линии симметрии. Граничные условия на входе и выходе брались в виде

$$x_1=0: \frac{\partial \psi}{\partial x_1} = \omega = 0; \quad x_1=x_0: \frac{\partial \psi}{\partial x_1} = \frac{\partial \omega}{\partial x_1} = 0 \quad (3.1)$$

где $x_0=L/h$ – безразмерная длина рабочей части ЭГД-насоса. Первое условие (3.1) наиболее часто используется при расчетах течений в каналах [11, 12] и выражает гипотезу о том, что во входном сечении профиль скорости однородный. Конкретные расчеты подтверждают справедливость этого допущения. Второе условие (3.1) является следствием предположения о близости течения на выходе к течению с параллельными линиями тока. Граничные условия для вихря на твердых поверхностях брались в виде формулы Вудса [12]. Разрядка ионов предполагалась мгновенной на $S_- + S_1$: $n=0$. Граничные условия на линиях симметрии обычные

$$\omega = \frac{\partial \psi}{\partial x_2} = \frac{\partial n}{\partial x_2} = \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = 0$$

Закон инжекции брался линейный $n_c(E) = \eta_c E$, где η_c – коэффициент инжекции [1].

Расчет P/Q характеристики осуществлялся следующим образом. Задавались значения Re, C, G. Далее для различных безразмерных расходов $q = \psi(x_2=1) = Q/bE_0 h$ вычислялось поле скоростей, а затем по формуле

$$\Delta P = \frac{1}{h} \int_0^h \int_0^L \frac{\partial p}{\partial x_1} dx_1 dx_2$$

где $\partial p / \partial x_1$ определялось из уравнения изменения импульсов по известному полю скоростей, находился перепад давления ΔP . В преобразованном виде безразмерный перепад давления вычислялся по формуле

$$P = \frac{\Delta P}{P_0} = (F_{st} + F_{in} + F_E) \text{Re}^2 + F_{tr} \text{Re}$$

$$F_{st} = \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \frac{1}{8\pi} \int_0^1 E^2 \Big|_{x_1=0}^{x_1=x_0} dx_2$$

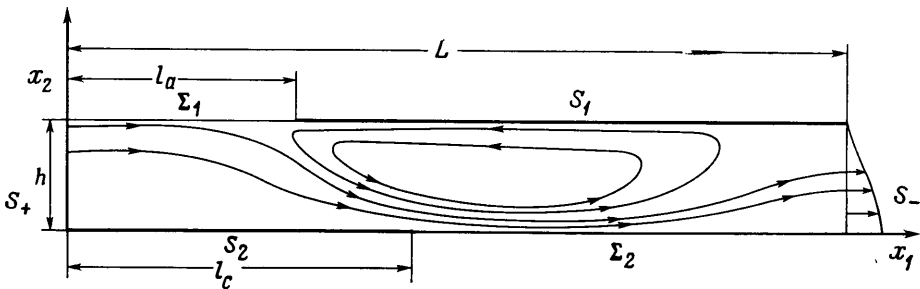
$$F_{in} = \int_0^1 v_1^2 \Big|_{x_1=0}^{x_1=x_0} dx_2, \quad F_E = G \int_0^1 \int_0^{x_0} n \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} dx_1 dx_2$$

$$F_{tr} = \int_{x_A}^{x_0} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \Big|_{x_2=1} dx_1 - \int_0^{x_K} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0} dx_1, \quad P_0 = \frac{\rho v^2}{h^2}$$

$$\Delta P = \frac{1}{h} \int_0^h p \Big|_{x_1=0}^{x_1=L} dx_2, \quad x_A = \frac{l_a}{h}, \quad x_K = \frac{l_c}{h}$$

Перепад давления определяется суммой четырех членов: стрикционного F_{st} , инерционного F_{in} , кулоновского F_E и фрикционного F_{tr} . Как показали расчеты, при $x_0=7$; 12 влияние стрикционной силы вплоть до $\epsilon=100$ мало и ею можно пренебречь.

На фиг. 1 представлены типичные картины течений при $Re=10$, $C=0,15$, $G=28$, $x_0=7$ и $q=0,5$. Несмотря на наличие сквозного течения,

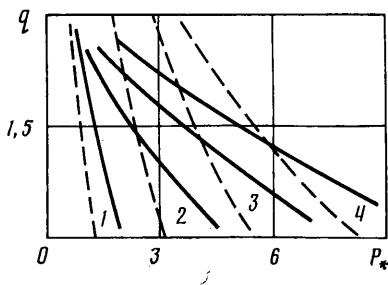


Фиг. 1

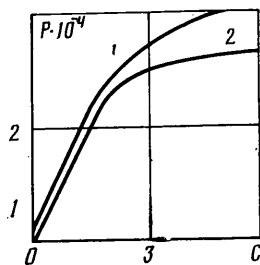
в рабочей части ЭГД-насоса образуется вихрь, который с увеличением расхода (уменьшении давления P) уменьшается и сносится вниз по течению. Профиль скоростей на выходе близок к параболическому, что говорит о корректности вторых граничных условий (3.4). При $Re=50$, либо $C=1,5$, $G=280$ для $x_0=7$ размеры вихря становятся больше длины насоса x_0 , поэтому в этих случаях корректность вторых граничных условий (3.4) нарушается. При больших уровнях инжекции $C \geq 1,5$, $G \geq 280$ расчеты проводились при $x_0=12$ на сетке 49×16 .

На фиг. 2 изображены P/Q -характеристики ЭГД-насосов для различных длин и уровней инжекции: $x_0=7$, $C=0,15$, $G=28$ (сплошные линии, $p_* = p \cdot 10^{-3}$); $x_0=12$, $C=1,5$, $G=280$ (штриховые линии, $p_* = p \cdot 10^{-4}$), различных Re : кривым 1-4 соответствуют $Re=10, 15, 20, 25$. По этим данным были построены зависимости безразмерного расхода q от E при постоянных P , из которых следует, что при малых расходах зависимость q от E линейная, т. е. зависимость размерного расхода Q от напряжения U квадратичная. В этом случае P/Q -характеристика удовлетворительно описывается формулой $Q = \sqrt{f(F_E Re^2 - P)}$, где f, F_E — константы, зависящие только от C (уровня инжекции) и геометрии электродов. Расчеты показали, что при больших расходах q ($q > 2$) объемный заряд сильно сносится течением и концентрируется вблизи оси x_1 . Поэтому кулоновская сила становится зависящей от скорости течения, что и приводит к нелинейности P/Q -характеристик.

На фиг. 3 изображена зависимость перепада давления P от уровня инжекции C при $Re=20$, $G/C=220$, $x_0=12$ и различных q (кривая 1, 2 — $q=0,5$; 1,0). С увеличением инжекции при постоянных q , Re давление выходит на постоянное значение. Этот эффект можно объяснить двумя факторами: увеличением размера вихря, т. е. потерей энергии на гидроди-



Фиг. 2



Фиг. 3

намическое движение, и экранировкой внешнего поля электрическим полем объемного заряда.

Представляет интерес рассмотрение численных характеристик ЭГД-насоса рассматриваемого типа. Для оценок зададим $\epsilon=2$, $\eta=0,2$ П, $\rho=1$ г/см³, $b=10^{-4}$ см²/В·с. Коэффициент инжекции η_c определим из условия того, что в плоском конденсаторе инжекционный ток $j_i = e\eta_c b E_*^2$ при некоторой напряженности E_* в 5 раз превышает диссоциационный $j = \sigma E_*$ (σ — коэффициент электропроводности, измеряемый по линейному участку ВАХ), тогда $\eta_c = 5\sigma / ebE_*$. Для оценок брались $\sigma = 10^{-13}$ См/см, $E_* = 10$ кВ/см. Результаты расчетов для $e\eta_c = 0,45$ см⁻¹, $h = 0,25$ см, $q = 0,5$, $C = 1,5$, $G = 280$, $x_0 = 12$ и различных напряжениях представлены в таблице.

U, кВ	RE	Q, см ² /с	P	ΔP , ат
30	15	1,5	13 993	0,009
40	20	2	24 773	0,016
50	25	2,5	36 045	0,023

Отсюда видно, что развиваемое ЭГД-насосом давление незначительно: $\Delta P = 10^{-2}$ ат для $U = 30$ кВ. Давление можно повысить за счет уменьшения h , однако на этом пути возникает опасность пробоя. Увеличение уровня инжекции также не приводит к успеху. Например, при увеличении уровня инжекции в 2 раза для $U = 40$ кВ и прежних значениях остальных параметров имеем $\Delta P = 0,02$ ат; в 4 раза — $\Delta P = 0,024$ ат.

Из этих данных можно сделать вывод, что для построения высоконапорных ЭГД-насосов, развивающих давление хотя бы ~ 1 ат, необходимы новые пути решения, например за счет выбора наиболее оптимальных геометрий электродов. Этот вопрос является предметом отдельных рассмотрений.

4. Электроконвекция и электроконвективный теплообмен в плоском конденсаторе с острийковыми электродами. Так как теплоперенос в электрическом поле интенсифицируется электроконвекцией, то естественно рассматривать такие геометрии электродов, чтобы движение жидкости было устойчивым, а скорости течения при одном и том же напряжении по возможности максимальными. Этим условиям удовлетворяют системы с острийковыми электродами. Поэтому теплообмен будем рассматривать между пластинами плоского конденсатора, на одной поверхности которого (катоде) расположены перпендикулярно к ней, параллельно друг другу и равномерно пластинки. Такая геометрия позволяет заодно исследовать основные закономерности электроконвекции от острийкового электрода — пластинки (точнее, лезвия) при линейном законе инжекции.

В силу симметрии задачу достаточно решать в области Ω , ограниченной поверхностями катода $S_2 = S_{21} + S_{22}$, анода S_1 , линиями симметрии Σ_1 , Σ_2 (фиг. 4). В качестве характерного размера h выбираем расстояние от

острия катода до анода. Предполагаем что пластинки столь тонкие, что имеют температуру жидкости. В безразмерных переменных граничные условия имеют вид

$$S_{21}(0 \leq x_1 \leq L_1, x_2=0): v=0, \Phi=0, n=E, \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0$$

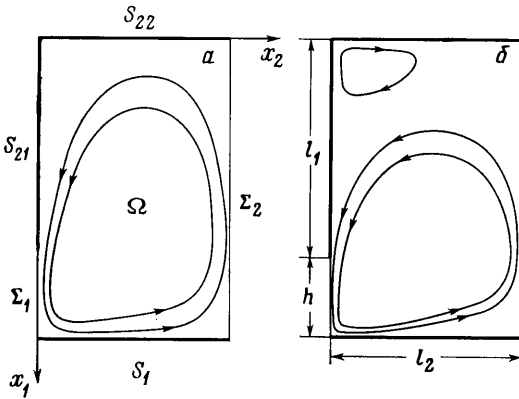
$$S_{22}(x_1=0, 0 \leq x_2 \leq L_2): v=0, \Phi=0, n=E, T=0$$

$$\Sigma_1(L_1 \leq x_1 \leq L_3, x_2=0), \Sigma_2(0 \leq x_1 \leq L_3, x_2=L_2):$$

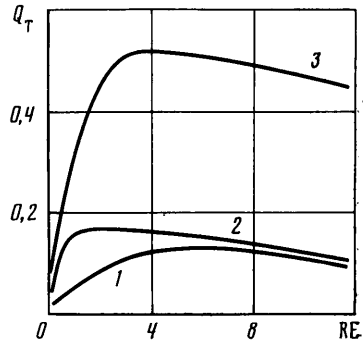
$$v_2=0, \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial n}{\partial x_2} = \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0$$

$$S_1(x_1=L_3, 0 \leq x_2 \leq L_2): v=0, \Phi=1, n=0, T=1$$

Здесь $L_j=l_j/h$, размеры l_j ($j=1, 2, 3$) указаны на фиг. 4. Расчеты проводились при $L_1=3, L_3=4, L_2=2,555, C=1,5, G=280$. Точность счета проверялась на сетках $I \times J=32 \times 21, 38 \times 21, 44 \times 21$. На линии симметрии Σ_2 ,



Фиг. 4



Фиг. 5

число узлов 20, расположены они равномерно с шагом 0,05. Вычисления показали, что как локальные, так и интегральные характеристики на сетках 38×21 и 44×21 различаются менее чем на 4%. Например, безразмерный тепловой поток $Q_T = Q_T' / \lambda \Delta t_0$, $\Delta t_0 = T_2 - T_1$ определяемый как

$$Q_T = - \int_0^{L_2} \frac{\partial T}{\partial x_1} \Big|_{x_1=L_3} dx_2$$

при $Re=1$ имеет соответственно значения 0,31, 0,32.

При $Re < 1$ (малых напряжениях) течение имеет одновихревую структуру: фиг. 4, а — $Re=0,1$. При $Re \geq 1$ в углу катода развивается второй вихрь, размеры которого растут с увеличением Re : фиг. 4, б — $Re=10$. Изменение скорости электроконвекции от прикладываемого напряжения исследовалась по зависимости скорости v_1 от Re в узле $I=25, J=3$. Расстояние от острия до узла (25,3) по оси $x_1: \Delta x_1=0,05$ по оси $x_2: \Delta x_2=0,111$. Расчеты показали, что при $Re < 1$ v_1 линейна по $Re: v_1 \approx 2,5 Re$, а значит размерная скорость квадратична по напряжению $v_1 \sim U^2$. При $Re \geq 2$ рост v_1 резко замедляется, так что при $2 \leq Re \leq 3$ скорость почти постоянна $v_1 \approx 4$ (размерная скорость возрастает линейно по напряжению), а при $Re > 3$ безразмерная скорость убывает. При этом на аноде образуется гидродинамический пограничный слой.

На фиг. 5 показана зависимость Q_T от Re при различных тепловых числах Прандтля $P_T=1; 10; 100$ — кривые 1–3. При $Re \geq 3$ наблюдается кризис теплопередачи: тепловой поток не увеличивается, а уменьшается

с ростом поля. Этот эффект часто наблюдается в экспериментах [3, 4]. В данном случае он объясняется следующим образом. Расчеты показывают, что при $0,1 \leq Re < 3$ теплопередача осуществляется в основном через температурные пограничные слои на электродах, толщины которых уменьшаются с ростом скорости электроконвекции, т. е. с ростом напряжения. Поэтому в этом диапазоне чисел Re тепловой поток растет с увеличением Re . При $Re > 3$ скорость электроконвекции не возрастает с ростом поля. Это приводит к тому, что толщины температурных пограничных слоев фиксируются. Более того, на катоде тепловой пограничный слой разрушается вторым вихрем (фиг. 4, б). Все это в совокупности приводит не только к замедлению теплоотдачи, но и к ее уменьшению.

В заключение отметим, что применение идеальных редокс-систем с униполярной инжекционной проводимостью и игольчатых электродов позволяет увеличить теплоотдачу в плоских конденсаторах в ~ 25 раз, что значительно превышает экспериментально наблюдаемые величины в традиционных системах (до 10 раз [3]).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жакин А. И.* Электрогидродинамика жидких диэлектриков на основе диссоциационно-инжекционной модели проводимости // Изв. АН СССР. МЖТ. 1986. № 4. С. 3–13.
2. *Жакин А. И.* Редокс-системы в электрогидродинамике и расчет электроконвективных течений // Магнитн. гидродинамика. 1982. № 2. С. 70–78.
3. *Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
4. *Аладьев И. Т., Ефимов В. А.* Интенсификация теплообмена в электрических полях // Инж.-физ. журн. 1963. Т. 6. № 8. С. 125–132.
5. *Болога М. К., Кожухарь И. А., Шкилев В. Д., Мардарский О. И.* Многоступенчатый электрогидродинамический насос. А. с. № 672714 СССР // Б. И. 1978. № 3100.
6. *Рубашов И. Б., Боргников Ю. С.* Электрогазодинамика. М.: Атомиздат, 1971. 167 с.
7. *Stuetzer O. M.* Ion drog pumps. Патент США, № 3398685, Кл. 417–48, 27.08.68.
8. *Brown G. H. et al.* Method and apparatus for displacing dielectric liquids. Патент США, № 3135207, Кл. 417–48, 02.06.64.
9. *Жданов С. И., Грачева И. П.* Электрохимия жидких кристаллов // Жидкие кристаллы/Под ред. Жданова С. И. М.: Химия, 1979. С. 35–64.
10. *Гершуни Г. М., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
11. *Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др.* Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М.: Мир, 1972. 324 с.
12. *Роуч П.* Вычислительная гидромеханика. М.: Мир, 1980. 616 с.

Харьков

Поступила в редакцию
17.X.1985