

УДК 533.6.011.55

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ВЯЗКОГО ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ ПРИ НАЛИЧИИ ДОЗВУКОВОГО И ЗВУКОВОГО ВДУВА

ГРИШИН А. М., ПОГОРЕЛОВ О. И., ПЫРХ С. И.

Исследованию сверхзвукового обтекания тел при наличии вдува посвящено достаточно большое количество работ. В [1, 2] рассматривалось течение в вязком ударном слое при больших числах Рейнольдса  $Re_\infty$  и сильном вдуве в рамках уравнений тонкого ударного слоя для многокомпонентного газа. В [3] проведено аналитическое и численное исследование сверхзвукового обтекания затупленного тела идеальным газом с явным выделением контактной поверхности при заданной дозвуковой скорости вдуваемого газа. В [4, 5] в рамках уравнений Эйлера численно исследовалось влияние дозвукового сильного вдува при различных законах его распределения по обводу тела. В [5–7] кроме дозвукового рассматриваются сильные звуковые вдувы. В [8] численно интегрируются упрощенные уравнения Навье – Стокса на линии торможения при малых и умеренных числах  $Re_\infty$  и умеренном вдуве.

В рамках полных уравнений Навье – Стокса исследования течения при вдуве с заданной скоростью газа проводились в [9] при числах  $Re_\infty = 10^2, 10^3, 10^4$  и  $M_\infty = 10$ .

В данной работе численно исследуется сверхзвуковое обтекание сферы при заданном расходе вдуваемого газа вдоль образующей в диапазоне чисел  $Re_\infty = 10^2 - 10^4$ . Расчеты проведены в области  $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ , где  $\theta$  – угол между осью симметрии и нормалью к поверхности. Показано, что при больших дозвуковых и звуковых скоростях вдува имеют место качественно новые особенности в структуре течения и в распределении локальных характеристик сверхзвукового потока по обводу сферы, не отмеченные ранее в [9]. При звуковых вдувах изменения в структуре течения имеют место только в сверхзвуковой зоне. Тепловой поток в окрестности точки перехода скорости вдува из дозвуковой в звуковую имеет локальный максимум, который по абсолютному значению не превышает тепловой поток в отсутствие вдува. Показано, что могут иметь место качественные различия в распределении давления по поверхности тела при увеличении параметра вдува в зависимости от распределения и величины расхода вдуваемого газа, а также от числа  $Re_\infty$ .

**1. Постановка задачи и численный метод.** Рассматривается стационарное осесимметричное обтекание затупленного тела потоком вязкого сжимаемого совершенного газа на основе полной системы уравнений Навье – Стокса. Исходная система уравнений (см. [9–11]) приводится к безразмерному виду, при этом компоненты вектора скорости  $V_1$  (касательная составляющая) и  $V_2$  (нормальная составляющая), плотность  $\rho$  и коэффициент вязкости  $\mu$  относятся к своим значениям в набегающем потоке, температура  $T$  – к  $U_\infty^2 c_p^{-1}$ , давление  $P$  – к  $\rho_\infty U_\infty^2$ , координаты  $x$  и  $y$  – к характерному размеру тела. Численное интегрирование осуществляется в области, ограниченной линией симметрии, контуром тела, замыкающим лучом  $\theta = 90^\circ$  и внешней границей, расположенной в набегающем невозмущенном потоке (при числах  $Re_\infty < 10^3$ ) либо совпадающей с ударной волной (при  $Re_\infty \geq 10^3$ ). На линии симметрии выставляются условия симметрии, на замыкающем луче – «мягкие» граничные условия [11], на внешней границе – либо параметры набегающего потока, либо соотношения Рэнкина – Гюгоню. На проницаемой поверхности задаются следующие граничные условия:

$$\frac{\rho V_{2w}}{\rho U_\infty} = \text{const} = k, \quad V_{1w} = 0, \quad T = T_w \quad (1.1)$$

Отметим, что при записи уравнений Навье — Стокса в переменных  $(V_1, V_2, \rho, T)$  условие (1.1) является более сложным для численной реализации, чем условие заданной скорости вдува вдоль контура тела [9]

$$V_{2w} = M_{w0} \sqrt{(\gamma - 1) T_w} \sin \alpha \quad (1.2)$$

где  $M_{w0}$  — местное число Маха вдуваемого газа на оси симметрии,  $\alpha$  — угол наклона контура тела к оси симметрии.

В данной работе при моделировании вдува использовались оба граничных условия (1.1) и (1.2), причем второе в основном для сравнения полученных результатов с данными [9].

Заметим, что при определенном значении величины  $k$  скорость вдува  $V_{2w}$  будет звуковой [5]. В этом случае, как показано в [5, 7], при численном решении уравнений Эйлера происходит потеря устойчивости счета, связанная с наличием в поле течения зоны сверхзвуковых скоростей и сильных ударных волн. При решении полных уравнений Навье — Стокса в случае, когда  $V_{2w}$  достигает местной скорости звука, также происходит потеря устойчивости (для рассмотренных параметров задачи при  $k > 0,9$ ), поэтому в сверхзвуковой области, как и в [5, 7], привлекалось дополнительное модельное граничное условие  $M_w = 1$  на поверхности тела.

Для численного интегрирования уравнений Навье — Стокса используется разностная схема расщепления по физическим процессам и пространственным переменным, аналогичная схеме [10]

$$\prod_{i=1}^4 (E + \tau \alpha_i \Lambda_i) \xi = -\tau B W \quad (1.3)$$

где  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  учитывают невязкие члены уравнений, а  $\Lambda_3$  и  $\Lambda_4$  — вязкие. Подробное изложение данного метода и тестовые расчеты при умеренных числах  $Re_\infty$  можно найти в [11].

Для определения положения и формы ударной волны  $y_s$  из соотношений Рэнкина — Гюгонио можно получить дифференциальное уравнение вида

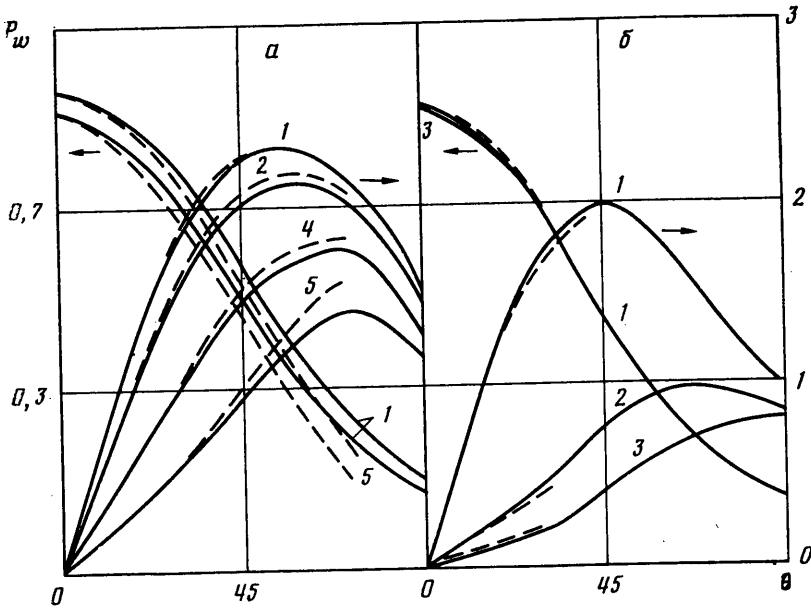
$$\frac{\partial y_s}{\partial t} + \frac{\cos \alpha}{H_1} \frac{\partial y_s}{\partial x} - A \left( \frac{1}{H_1} \frac{\partial y_s}{\partial x} \right)^2 + \sin \alpha - A = 0 \quad (1.4)$$

$$A = (V_{2M} + \sin \alpha) (1 - \varepsilon)^{-1}, \quad \varepsilon = \rho_s^{-1}$$

где  $H_1$  — коэффициент Ламэ. После вычисления значений  $V_{2M}$  на первом дробном шаге из совместного решения расщепленных уравнений Эйлера в алгоритме (1.3) уравнение (1.4) интегрируется, после чего с учетом нового значения  $y_s$ , определяются оставшиеся величины на ударной волне  $y_s$ .

При расчетах «сквозным» образом разностная сетка по обоим направлениям выбиралась равномерной, а при выделении головного скачка использовалось логарифмическое преобразование координат [9], обеспечивающее наличие в тепловом и динамическом пограничных слоях как минимум десяти точек разностной сетки. При умеренных вдувах расчеты проводились на сетке  $21 \times 21$ , при сильных дозвуковых и звуковых вдувах — на сетке  $21 \times 31$ , где первые числа соответствуют количеству точек по обводу тела. Во всех расчетах контролировался баланс массы. При дозвуковых скоростях вдува баланс массы выполнялся с точностью 1–3%, при звуковых скоростях вдува — с точностью до 3% в основной области течения, а на замыкающих лучах расчетной области дисбаланс достигал 8%.

**2. Результаты численного моделирования при заданной скорости вдува и при постоянном расходе вдуваемого газа.** Рассмотрим результаты



Фиг. 1

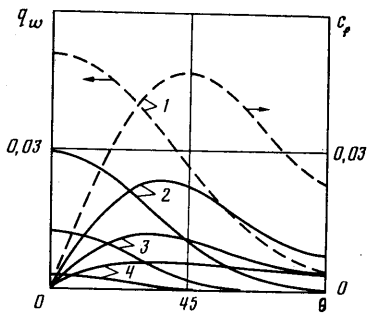
численных расчетов обтекания сферы при использовании на поверхности тела краевых условий (1.2) для двух значений чисел  $Re_\infty = 10^2, 10^4$  и  $M_\infty = 10, \gamma = 1,4, T_w = 0,3, M_{w0} = 0-0,4, \omega = 0,75$ , где  $\omega$  — показатель степени в законе вязкости. Сравнение полученных результатов с данными [9] при  $Re_\infty = 10^4$  и  $M_{w0} = 0, 0,05, 0,1$  показывает, что при отсутствии вдува распределения плотности на оси симметрии удовлетворительно согласуются (максимальное различие не более 4%), однако с увеличением  $M_{w0}$  расхождение результатов в слое смешения увеличивается.

На фиг. 1 представлены распределения давления  $P_w$  и локального коэффициента трения  $c_f = (\mu \partial u / \partial y) / Re_\infty$  по поверхности тела для  $Re_\infty = 10^2$  (а) и  $10^4$  (б), где кривые 1 соответствуют  $M_{w0} = 0,2-0,05, 3-0,1, 4-0,2, 5-0,4$ . Из анализа кривых фиг. 1 следует, что при малых значениях  $\theta$  полученное численное решение (сплошные линии) хорошо согласуется с результатами [9] (штриховые линии) для рассмотренных чисел  $M_{w0}$  вдува. При  $\theta \geq 45^\circ$  для  $Re_\infty = 10^2$  с увеличением  $M_{w0}$  разница в решениях увеличивается. Отмеченное различие, по-видимому, обусловлено распространением возмущений против потока, вызванных «мягкими» краевыми условиями на замыкающем луче, по достаточно толстому слою дозвукового течения вблизи поверхности тела, увеличивающемуся с ростом  $M_{w0}$ .

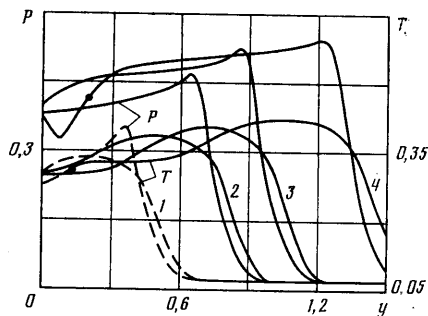
Заметим, что при числе  $Re_\infty = 10^4$  распределение давления слабо зависит от значения  $M_{w0}$  в диапазоне  $0,05-0,1$ . Такой же эффект получен при соответствующих значениях  $M_{w0}$  и в рамках уравнений Эйлера [3-7].

Рассмотрим распределения по обводу локальных характеристик  $c_f$  и  $q_w$ , где  $q_w$  — конвективный тепловой поток, вычисляемый по формуле  $q_w = (\mu \partial T / \partial y)_w / (Re_\infty Pr)$ , при заданном постоянном расходе вдуваемого газа вдоль образующей сферы и следующих определяющих параметрах задачи:  $Re_\infty = 10^3, M_\infty = 7, \gamma = 1,4, T_w = 0,2, \omega = 0,75$ .

На фиг. 2 приведены распределения  $q_w$  и  $c_f$ , где кривая 1 соответствует  $k = 0, 2-0,1, 3-0,2, 4-0,3$ . Как следует из анализа кривых фиг. 2, уже при относительно небольших расходах вдуваемого газа ( $k = 0,1$ ) тепловые потоки на периферии уменьшаются до нулевых значений и при дальнейшем увеличении  $k$  значительная часть энергии вдуваемого газа (при  $k = 0,2$  свыше 30%) расходуется на дальнейшее оттеснение слоя смешения.



Фиг. 2



Фиг. 3

Если при использовании закона вдува (1.2) снижение локального коэффициента трения происходит в основном до  $\theta=45^\circ$  (фиг. 1, а, б), то при заданном расходе вдуваемого газа увеличение  $k$  приводит к уменьшению значения  $c_f$  по всему обводу тела и в конечном итоге к почти постоянному распределению локального коэффициента трения (фиг. 2, кривая 4).

Таким образом, при  $Re_\infty=10^3$  и  $T_w=0,2$  использование постоянного расхода вдуваемого газа с целью уменьшения конвективного теплового потока к поверхности тела не оптимально с точки зрения затрат газа-охлаждителя.

Рассмотрим особенности структуры течения при граничном условии (1.1) в случае до- и звуковых вдувов при следующих значениях определяющих параметров:  $Re_\infty=10^2$ ,  $M_\infty=6$ ,  $\gamma=1,4$ ,  $T_w=0,3$ ,  $\omega=0,75$ .

На фиг. 3 приведены профили давления и температуры на луче  $\theta=72^\circ$ , где кривая 1 соответствует  $k=0$ , 2 — 0,5, 3 — 0,9, 4 — 1,5. При увеличении параметра вдува, так же как и при  $Re_\infty=10^3$ , но при значительно больших общих расходах формирование слабовязкой области течения около поверхности тела начинается с  $\theta=90^\circ$ . При изменении  $k$  от 0 до 0,5 градиент давления к телу уменьшается (фиг. 3, кривые 1, 2). При дальнейшем увеличении  $k$  вновь происходит формирование положительного градиента давления к телу (кривая 3), величина которого увеличивается до тех пор, пока скорость вдуваемого газа не достигает местной звуковой скорости. Далее, при последующем увеличении расхода  $k$  газ разгоняется до сверхзвуковых скоростей только в поле течения; образуется сверхзвуковая зона, ограниченная внутренним скачком уплотнения, который отмечен на кривой 4 (фиг. 3) точкой.

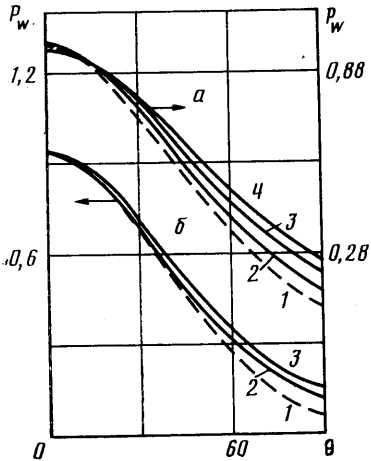
Анализ приведенных профилей температуры показывает, что при  $k=0,5$  формируется пристеночная область, где температура равна температуре вдуваемого газа. При увеличении  $k$  до 0,9 эта область увеличивается более чем в 3 раза; визуализируется слой смешения. При  $k=1,5$  к уже существующим зонам (слой вдуваемого газа, слой смешения, слабовязкая область, зона ударной волны) добавляются зона сверхзвуковых скоростей и скачок уплотнения (отмечен точкой).

Сравним полученную картину течения с решением работы [9], в которой моделировались сверхзвуковые вдувы, причем расчет проводился с фиксированными распределениями  $\rho_w V_{2w}$ . В этом случае значение  $\rho_w$  находилось из расчета с граничным условием (1.2) при  $M_{w0}=0,4$ , а величина  $V_{2w}$  определялась из (1.1) по формуле  $V_{2w}=k\rho_w^{-1}$ . Как следует из анализа кривых фиг. 12, 13 из [9] и фиг. 3, а, б (кривые 4), где представлены профили давления и температуры соответственно в сечениях  $\theta \approx 60^\circ$  [9],  $\theta=72^\circ$  и при значениях  $k=1,45$  [9] и 1,5, различия в граничных условиях приводят к качественным изменениям структуры полей давления и температуры (то же самое можно сказать и про нормальную составляющую вектора скорости) только в сверхзвуковой зоне. В данных расчетах значения  $\rho$ ,  $P$  и  $T$ , так же как и в [7], в сверхзвуковой зоне

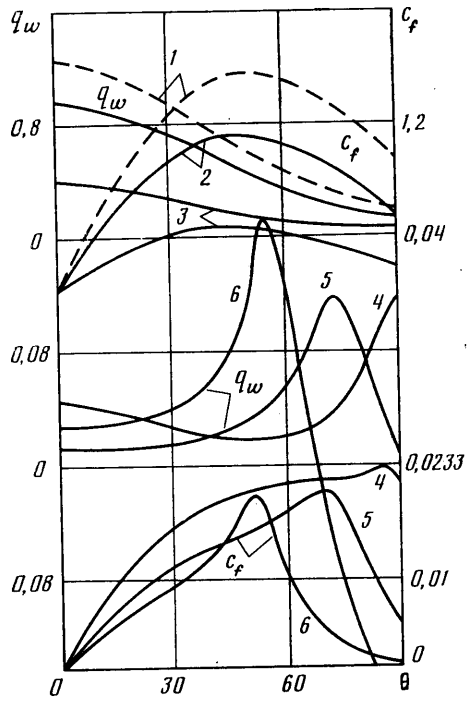
уменьшаются, а значение  $V_2$  увеличивается, что связано с ускорением и разрежением потока (на графике температуры этот эффект не заметен), тогда как в [9] значения  $\rho$ ,  $P$  и  $T$  увеличиваются, а величина  $V_2$  уменьшается.

**3. Распределения локальных характеристик по поверхности тела при постоянном расходе вдуваемого газа.** Рассмотрим зависимость распределения давления по поверхности

тела от параметра вдува  $k$ . На фиг. 4, а приведено распределение давления для  $Re_\infty = 10^2$ , где кривая 1 соответствует  $k=0$ , 2 — 0,15, 3 — 0,35, 4 — 0,5, а на фиг. 4, б — для  $Re_\infty =$



Фиг. 4



Фиг. 5

$= 10^3$ , где 1 —  $k=0$ , 2 — 0,1, 3 — 0,2 (остальные параметры те же).

Из анализа приведенных результатов расчетов следует, что в зависимости от закона вдува (1.1) и (1.2), числа  $Re_\infty$  и величины общего расхода вдуваемого газа могут иметь место качественные различия в распределении давления по поверхности тела при увеличении параметра вдува. Так, для  $Re_\infty = 10^2$  при граничном условии (1.2) с увеличением  $M_{w0}$  значения давления на всей поверхности сферы уменьшаются (фиг. 1, а), тогда как при увеличении параметра  $k$  в законе вдува (1.1) давление уменьшается только до  $\theta \approx 15^\circ$ . При возрастании числа  $Re_w$  до  $10^4$  и при граничном условии (1.2) зависимость  $P_w$  от  $M_{w0}$  меняется. На фиг. 1, б этот эффект слабо заметен, поскольку все кривые сливаются, однако на рис. 12.4 в [9] в крупном масштабе можно отметить, что при  $Re_\infty = 10^4$  давление уменьшается только до  $\theta = 30^\circ$ , а при  $\theta > 30^\circ$  — увеличивается.

При законе вдува (1.1) с повышением числа  $Re_\infty$  до  $10^3$  зависимость  $P_w$  от  $k$  сохраняется (фиг. 4). При увеличении расхода вдуваемого газа ( $Re_\infty = 10^2$ ) изменение давления происходит следующим образом: в тех ячейках разностной сетки на поверхности тела, в которых скорость приближается к звуковой, происходит понижение давления [5] и при достижении  $V_{2w}$  величины местной скорости звука  $a_w = \sqrt{(\gamma - 1)T_w}$  давление принимает минимальное локальное значение. В дальнейшем в этих ячейках давление увеличивается пропорционально  $\rho_w V_{2w}^2$  [5].

Рассмотрим распределение теплового потока  $q_w$  и локального коэффициента трения  $c_f$  при сильных вдувах и  $Re_\infty = 10^2$ .

На фиг. 5 представлены распределения  $q_w$  и  $c_f$  для тех же параметров течения, что и на фиг. 3, в зависимости от изменения параметра вдува  $k$ , где кривая 1 соответствует  $k=0$ , 2 — 0,15, 3 — 0,5, 4 — 0,9, 5 — 1,2 6 — 1,5.

Как следует из анализа фиг. 2 и 5, при сильных вдувах и при уменьшении числа  $Re_\infty$  наблюдаются качественные различия в распределениях тепловых потоков  $q_w$  по обводу тела. Так, если при  $Re_\infty=10^3$  и  $k=0,3$  тепловой поток в точке торможения снижается примерно на 95%, а при  $\theta \approx 30^\circ$  имели место нулевые тепловые потоки, то при  $Re_\infty=10^2$  для того, чтобы  $q_w$  снизился в точке торможения на 95%, необходима величина расхода, соответствующая параметру вдува  $k=0,9$ , причем скорости вдува при  $\theta=90^\circ$  и при этих расходах уже достигают звуковых скоростей. В этом случае, как отмечалось выше, у поверхности тела формируется внутренний скачок уплотнения и, следовательно, имеет место положительный градиент давления. Этот градиент в свою очередь обуславливает локальный максимум теплового потока (фиг. 5, кривая 4) и локального коэффициента трения (фиг. 5, кривая 4). При последующем увеличении расхода  $k$  максимумы  $c_f$  и  $q_w$  локализуются в окрестности точки перехода дозвуковой скорости в звуковую и перемещаются вместе с точкой перехода к оси симметрии (кривые 5, 6).

При переходе через максимум значения теплового потока и локального коэффициента трения уменьшаются. Это связано с тем, что при истечении со звуковой скоростью с поверхности тела газ еще больше ускоряется, что приводит к его разрежению и охлаждению.

Таким образом, как следует из анализа кривых фиг. 5, а и фиг. 12. 14 из [9], различие в граничных условиях на проницаемой поверхности может привести к качественно разным распределениям теплового потока вдоль образующей тела. В данном случае при использовании краевого условия (1.1) максимум  $q_w$  локализован в окрестности точки перехода скорости вдува из дозвуковой в звуковую и по абсолютному значению не превышает тепловой поток к телу без вдува, в то время как в [9]  $q_w$  монотонно увеличивается от оси симметрии до конечного луча расчетной области ( $\theta=70^\circ$ ).

Рассмотрим влияние вдува на аэродинамические коэффициенты. Ниже представлены значения коэффициентов сопротивления давления  $c_p$ , сопротивления трения  $c_T$ , где

$$c_p = \frac{4}{r_w^2} \int_0^{x_k} P_w r_w \sin \alpha dx, \quad c_T = \frac{4}{r_w^2} \int_0^{x_k} c_f r_w \cos \alpha dx$$

и полного сопротивления  $c_x = c_p + c_T$  ( $x_k$  — значение длины дуги сферы при  $\theta=90^\circ$ ) без учета реактивного сопротивления (первые четыре столбца соответствуют числу  $Re_\infty=10^3$ , последующие —  $Re_\infty=10^2$ ):

$k$	0	0,1	0,2	0,3	0	0,35	0,5	0,9	1,2	1,5
$c_p$	0,94	1,005	1,052	1,099	1,08	1,22	1,27	1,3	1,2	1,099
$c_T$	0,113	0,046	0,022	0,014	0,41	0,245	0,105	0,056	0,045	0,023
$c_x$	1,053	1,051	1,074	1,113	1,49	1,46	1,37	1,36	1,24	1,12

Из анализа приведенных данных следует, что при дозвуковых вдувах коэффициент сопротивления давления увеличивается при увеличении параметра вдува  $k$ . При звуковых вдувах ( $Re_\infty=10^2$ ,  $k=1,2-1,5$ )  $c_p$  уменьшается вплоть до  $k=1,5$ . Такая зависимость  $c_p$  от  $k$  связана с установленной выше особенностью распределения давления по обводу тела при дозвуковых и звуковых вдувах. Качественное поведение коэффициента сопротивления трения не зависит от числа  $Re_\infty$ . Следует отметить только, что наличие локального максимума  $c_f$  при сильных звуковых вдувах для  $Re_\infty=10^2$  не приводит к увеличению  $c_T$ .

Коэффициент полного сопротивления  $c_x$  при дозвуковых вдувах изменяется незначительно (при  $Re_\infty=10^3$  увеличивается на 7%, а при  $Re_\infty=10^2$  уменьшается на 9%). Аэродинамические коэффициенты, рассчитанные с учетом краевого условия (1.2) при  $\rho V_{2w}=1,45$  на оси симметрии, принимают значения:  $c_p=0,97$ ,  $c_T=0,365$ ,  $c_x=1,34$ . Сравнивая их с соответствующими величинами при  $k=1,5$ , получаем, что коэффициент сопротивления при законе вдува (1.2) больше коэффициента сопротивления на краевом условии (1.1) примерно на 20%, хотя коэффициент сопротивления давления меньше на 13%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гершбейн Э. А., Турский Г. А. Течение вязкого теплопроводного многокомпонентного газа в ударном слое в окрестности притупления при интенсивных вдувах // Тр. Ин-та механики МГУ. 1970. № 1. С. 46–57.
2. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов // ПММ. 1974, Т. 38. № 6. С. 1015–1024.
3. Стулов В. П. Сильный вдув на поверхности затупленного тела в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 2. С. 89–97.
4. Гилинский М. М., Лебедев М. Г. К расчету сильного вдува на затупленном теле и профиле // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 1. С. 117–124.
5. Стулов В. П., Швец А. И., Коваль М. А. Сильный вдув газа навстречу сверхзвуковому потоку // Отчет Ин-та механики МГУ. 1977. № 1946.
6. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М., Наука, 1982. 391 с.
7. Антонов В. А., Гришин А. М. Исследование аэродинамики осесимметричных тел в сверхзвуковом потоке при наличии локализованного вдува // ПМТФ. 1982. № 4. С. 86–92.
8. Гершбейн Э. А., Колесников А. Ф. Численное решение уравнений Навье – Стокса в окрестности притупления тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа при наличии вдува // Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 69–77.
9. Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1980. 247 с.
10. Ковеня В. М., Яценко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск. Наука, 1981. 304 с.
11. Гришин А. М., Погорелов О. И., Пырх С. И. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел выпукло-вогнутой конфигурации. Деп. в ВИНТИ 05.10.83, № 5479–83.

Томск

Поступила в редакцию  
16.IX.1985